2022 北京昌平二中高二 10 月月考
数　　学

2022.10

本试卷共 6 页，共 150 分。 考试时长 120 分钟。 考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

第一部分（选择题　共 50 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知$A(1,1,1)$，$B(-3,1,5)$，则$|\overrightarrow{AB}|$的值为(　　)

A. 4　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 5　　D. $5\sqrt{2}$

（2）下列命题正确的是(　　)

A. 若$\vec{a}=(1,-2,-1)$，$\vec{b}=(-2,4,2)$，则$\vec{a}//\vec{b}$

B. 若$\vec{a}=(1,-2,-1)$，$\vec{b}=(-2,4,2)$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

C. 若$\vec{a}=(1,-2,2)$，$\vec{b}=(2,-4,1)$，则$\vec{a}//\vec{b}$

D. 若$\vec{a}=(1,-2,2)$，$\vec{b}=(2,-4,1)$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

（3）已知向量$\overrightarrow{AB}=(0,2,1)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,1,-2)$，则平面 ABC 的一个法向量可以是(　　)

A. $(3,-1,-2)$　　B. $(-4,2,2)$　　C. $(5,1,-2)$　　D. $(5,-2,1)$

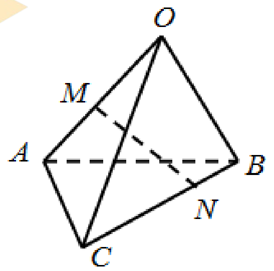
（4）若$\vec{a}=(1,\lambda,2)$，$\vec{b}=(2,-1,2)$，$\vec{c}=(1,4,4)$，且$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$共面，则$\lambda=$(　　)

A. 1　　B. -1　　C. 1或2　　D. ±1

（5）已知$A(0,0,2)$，$B(1,0,2)$，$C(0,2,0)$，则点 A 到直线 BC 的距离为(　　)

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

（6）如图，空间四边形 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，点 M 是 OA 的中点，点 N 在 BC 上，且$\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NB}$，设$\overrightarrow{MN}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$，则 x，y，z 的值为(　　)



A. $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$

（7）下列命题正确的个数是(　　)

①经过定点$P(x_0,y_0)$的直线都可以用方程$y-y_0=k(x-x_0)$表示

②直线l过点$P(x_0,y_0)$，倾斜角为90^0，则其方程为$x=x_0$.

③在坐标轴上截距相等的直线都可以用方程$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$来表示

④直线$y=ax-3a+2(a\in R)$必过定点$(3,2)$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

（8）已知点$A\left(-1-\sqrt{3},-1\right)$，$B\left(3,0\right)$，若点$M\left(x,y\right)$在线段$AB$上，则$\frac{y-2}{x+1}$的取值范围

(　　)

A. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\sqrt{3},+\infty\right)$　　B. $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$

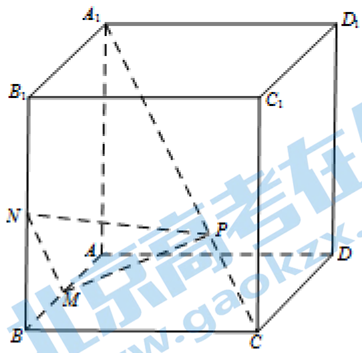
C. $\left[-1,\sqrt{3}\right]$　　D. $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

（9）在平行四边形$ABCD$中，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，$AB=2$，$AD=1$，若M，N分别是边BC，CD上的点，且满足$\frac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{BC}|}=\frac{|\overrightarrow{CN}|}{|\overrightarrow{CD}|}$，则$\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AN}$的最大值为(　　)

A.2　　B.4　　C.5　　D.6

（10）如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M，N分别是棱AB，BB_1的中点，点P在对角线CA_1上运动．当$\triangle PMN$的面积取得最小值时，点P的位置是

(　　)



A. 线段CA_1的三等分点，且靠近点A_1

B. 线段CA_1的中点

C. 线段CA_1的三等分点，且靠近点C

D. 线段CA_1的四等分点，且靠近点C

第二部分（非选择题　共 100 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

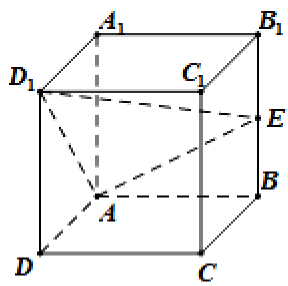
（11）已知$\vec{a}=(2,-1,3)$，$\vec{b}=(-3,y,4)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$y=$______.

（12）$\vec{a}=(1,-3,1)$，$\vec{b}=(-1,1,-3)$，则$|\vec{a}-\vec{b}|=$__________.

（13）直线l过点$P(1,-3)$，$Q(4,\sqrt{3}-3)$，则直线l的一个方向向量

____________；

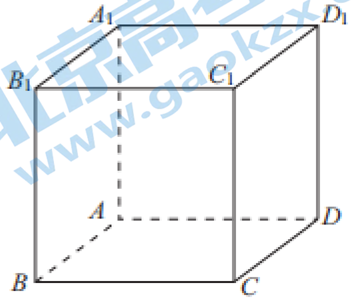
倾斜角__________.



（14）如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 2，E为BB_1的中点，则异面直线BC_1与D_1E所成的角为______.

（15）已知长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$AB=2$，$AD=1$，$AA_1=\sqrt{3}$，在所有的面对角线所在直线中，与平面ABB_1A_1所成的角为$\frac{\pi}{6}$的面对角线可以是直线______.

（16）在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，过点 A 的平面 α 分别与棱 BB_1，CC_1，DD_1 交于点 E，F，G，记四边形 $AEFG$ 在平面 BCC_1B_1 上的正投影的面积为 S_1，四边形 $AEFG$ 在平面 ABB_1A_1 上的正投影的面积为 S_2.



给出下面有四个结论：

①四边形 $AEFG$ 是平行四边形；

② S_1+S_2 的最大值为 2；

③ S_1S_2 的最大值为 $\dfrac{1}{4}$；

④四边形 $AEFG$ 可以是菱形，且菱形面积的最大值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

则其中所有正确结论的序号是______.

三、解答题共 5 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（17）（本小题 13 分）已知△ABC顶点$A(3,0)$、$B(-1,-3)$、$C(1,1)$

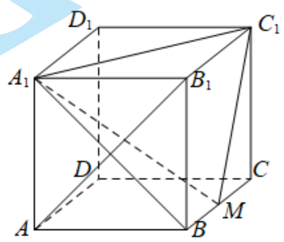
（Ⅰ）求BC边上中线所在的直线方程　　（Ⅱ）求BC边上高线所在的直线方程.

（18）（本小题 14 分）如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 是 BC 的中点.

（Ⅰ）求证：$AB_1\perp$平面 A_1BM；

（Ⅱ）求二面角 $B-A_1M-C_1$ 的大小；

（Ⅲ）求点 A 到平面 A_1MC_1 的距离.



（19）（本小题 14 分）

如图 1，在平面四边形 $PDCB$ 中，$PD // BC$，$BA \perp PD$，$PA = AB = BC = 1$，$AD = \frac{1}{2}$. 将$\triangle PAB$ 沿 BA 翻折到$\triangle SAB$ 的位置，使得平面 $SAB \perp$ 平面 $ABCD$，如图 2 所示.

（Ⅰ）设平面 SDC 与平面 SAB 的交线为 l，求证：$BC \perp l$；

（Ⅱ）在线段 SC 上是否存在一点 Q（点 Q 不与端点重合），使得二面角 $Q-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$，请说明理由.

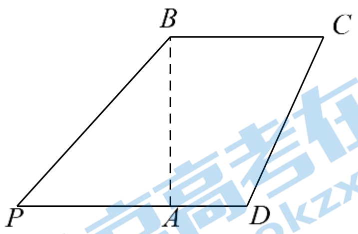


图 1

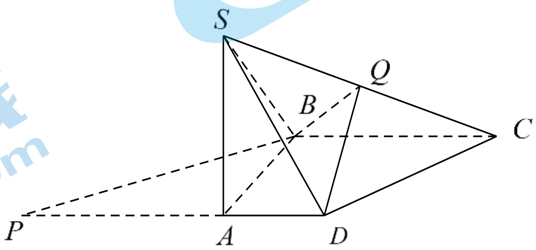


图 2

（20）（本小题 14 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 AA_1C_1C 是边长为 4 的菱形，$AB = BC = \sqrt{13}$，点 D 为棱 AC 上动点（不与 A,C 重合），平面 B_1BD 与棱 A_1C_1 交于点 E.

（Ⅰ）求证：$BB_1 // DE$；

（Ⅱ）若 $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{4}$，从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个条件作为已知，求直线 AB 与平面 B_1BDE 所成角的正弦值.

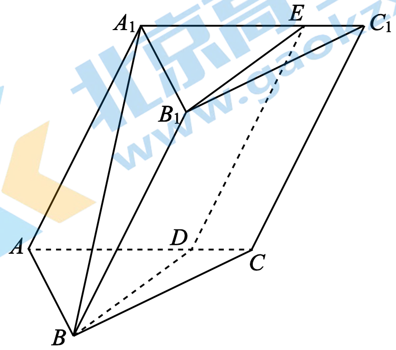
条件①：平面 $ABC \perp$ 平面 AA_1C_1C；

条件②：$\angle A_1AC = 60^\circ$；

条件③：$A_1B = \sqrt{21}$.

注：如果选择多个符合要求的条件分别解答，

按第一个解答计分.



（21）（本小题 15 分）

对于给定的正整数n，记集合$R^n = \{\vec{\alpha} \mid \vec{\alpha} = (x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n)$，$x_j \in R$，$j = 1$，2，3，…，$n\}$，其中元素$\vec{\alpha}$称为一个$n$维向量．特别地，$\vec{0} = (0,0,\cdots,0)$称为零向量．

设$k \in R$，$\vec{\alpha} = (a_1, a_2, \cdots, a_n) \in R^n$，$\vec{\beta} = (b_1, b_2, \cdots, b_n) \in R^n$，定义加法和数乘：$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \cdots, a_n + b_n)$，$k\vec{\alpha} = (ka_1, ka_2, \cdots, ka_n)$．

对一组向量$\overrightarrow{\alpha_1}$，$\overrightarrow{\alpha_2}$，…，$\overrightarrow{\alpha_s}\,(s \in N_+, s \geq 2)$，若存在一组不全为零的实数$k_1$，$k_2$，…，$k_s$，使得$k_1\overrightarrow{\alpha_1} + k_2\overrightarrow{\alpha_2} + \cdots + k_s\overrightarrow{\alpha_s} = \vec{0}$，则称这组向量线性相关．否则，称为线性无关．

（Ⅰ）对$n = 3$，判断下列各组向量是线性相关还是线性无关，并说明理由．

①$\vec{\alpha} = (1,1,1)$，$\vec{\beta} = (2,2,2)$；

②$\vec{\alpha} = (1,1,1)$，$\vec{\beta} = (2,2,2)$，$\vec{\gamma} = (5,1,4)$；

③$\vec{\alpha} = (1,1,0)$，$\vec{\beta} = (1,0,1)$，$\vec{\gamma} = (0,1,1)$，$\vec{\delta} = (1,1,1)$．

（Ⅱ）已知向量$\vec{\alpha}$，$\vec{\beta}$，$\vec{\gamma}$线性无关，判断向量$\vec{\alpha} + \vec{\beta}$，$\vec{\beta} + \vec{\gamma}$，$\vec{\alpha} + \vec{\gamma}$是线性相关还是线性无关，并说明理由．

（Ⅲ）已知$m(m \geq 2)$个向量$\overrightarrow{\alpha_1}$，$\overrightarrow{\alpha_2}$，…，$\overrightarrow{\alpha_m}$线性相关，但其中任意$m-1$个都线性无关，证明下列结论：

(i)如果存在等式$k_1\overrightarrow{\alpha_1} + k_2\overrightarrow{\alpha_2} + \cdots + k_m\overrightarrow{\alpha_m} = \vec{0}\,(k_i \in R, i = 1,2,3,\cdots,m)$，则这些系数$k_1$，$k_2$，…，$k_m$或者全为零，或者全不为零；

(ii)如果两个等式$k_1\overrightarrow{\alpha_1} + k_2\overrightarrow{\alpha_2} + \cdots + k_m\overrightarrow{\alpha_m} = \vec{0}$，$l_1\overrightarrow{\alpha_1} + l_2\overrightarrow{\alpha_2} + \cdots + l_m\overrightarrow{\alpha_m} = \vec{0}\,(k_i \in R, l_i \in R, i = 1,2,3,\cdots,m)$同时成立，其中$l_1 \neq 0$，则$\frac{k_1}{l_1} = \frac{k_2}{l_2} = \cdots = \frac{k_m}{l_m}$．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。