2021 届高三第二学期限时练习

数　学

命题人：王鼎　审题人：吴中才

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知全集 $U=\{-1,0,1,2,3\}$，$A=\{0,1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$　　【　　】

A．$\{3\}$　　B．$\{-1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{-1,2,3\}$

2．若复数 z 满足 $iz=2-4i$，则复数 z 在复平面内对应的点位于　　【　　】

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知函数 $f(x)=ax^3+bx+2$，$f(\lg 5)=3$，则 $f(\lg 0.2)=$　　【　　】

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．点 M 是边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内或边界上一动点，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}$ 的最大值与最小值之差为　　【　　】

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

5．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，动点 B 在 C 上．当 $BF\perp AF$ 时，$|AF|=|BF|$．则 C 的离心率为　　【　　】

A．1.5　　B．2　　C．2.5　　D．3

6．“$0<a+b\le 4$”是“$ab\le 4$”的　　【　　】

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，前 n 项积为 T_n，已知 $a_2=-4$，$S_4=-10$，则　　【　　】

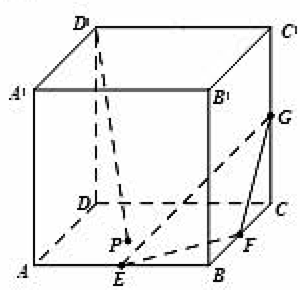
A．S_n 有最小值，T_n 有最小值　　B．S_n 有最大值，T_n 有最大值

C．S_n 有最小值，T_n 有最大值　　D．S_n 有最大值，T_n 有最小值

8．若 $x^2+y^2=4$，则 $\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}+|x-1|$ 的最小值为　　【　　】

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

9．如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，G 分别是棱 AB，BC，CC_1 的中点，P 是底面 $ABCD$ 内一动点，若直线 D_1P 与平面 EFG 不存在公共点，PB_1 的最小值为【　　】



A．2　　B．$\sqrt{5}$

C．3　　D．$\sqrt{6}$

10．北京大兴国际机场的显著特点之一是各种弯曲空间的运用．刻画空间的弯曲性是几何研究的重要内容．用曲率刻画空间弯曲性，规定：多面体顶点的曲率等于2π与多面体在该点的面角之和的差（多面体的面的内角叫做多面体的面角，角度用弧度制），多面体面上非顶点的曲率均为零，多面体的总曲率等于该多面体各顶点的曲率之和．例如：正四面体在每个顶点有3个面角，每个面角是$\frac{\pi}{3}$，所以正四面体在各顶点的曲率为$2\pi-3\times\frac{\pi}{3}=\pi$，故其总曲率为$4\pi$．给出下列三个结论：

① 正方体各顶点的曲率为$\frac{\pi}{2}$；

② 任意三棱锥的总曲率均为4π；

③ 将棱长为 3 的正方体正中心去掉一个棱长为 1 的正方体所形成的几何体的总曲率为8π．

其中，所有正确结论的序号是　　　　【　　】

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11．若$(\sqrt{x}-\frac{2}{x})^n$的二项展开式中各项的二项式系数的和是 8，则展开式中常数项为______，各项的系数的和为______．（用数字作答）

12．为了解某校学生的视力情况，现采用随机抽样的方式从该校的 A，B 两班中各抽 4 名学生进行视力检测．检测的数据如下：

A 班：4.1，4.6，4.4，4.9；B 班：4.9，4.6，4.2，4.5．

（Ⅰ）分别计算两组数据的平均数，从计算结果看，______班的 4 名学生视力较好；

（Ⅱ）______班的 4 名学生视力方差较大．

13．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x-\sin^2 x+\frac{1}{2}$，若将其图象向右平移$\varphi\ (\varphi>0)$个单位长度后所得的图象关于原点对称，则$\varphi$的最小值为__________．

14．已知点$M(-1,0)$，点N在直线$y=x+3$上，若过点M，N且与直线$x=1$相切的圆有且仅有 1 个，则点N的坐标为__________．

15．已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2-2x, & x\geq a,\\ -x^2-2x, & x<a.\end{cases}$ 给出下列四个结论：

① 存在实数a，使函数$f(x)$为奇函数；

② 对任意实数a，函数$f(x)$既无最大值也无最小值；

③ 对任意实数a和k，函数$y=f(x)+k$总存在零点；

④ 对于任意给定的正实数m，总存在实数a，使函数$f(x)$在$(-1,m)$上单调递减．

其中，所有正确结论的序号是__________．

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题 13 分）

在$\triangle ABC$中，$\cos A=\frac{3}{5}$，$a=4\sqrt{2}$，再从条件①，条件②这两个条件中选择一个作为已知，求c，$\sin C$及$\triangle ABC$的面积．

条件①：$B=\frac{\pi}{4}$；　　　　条件②：$b=5$．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

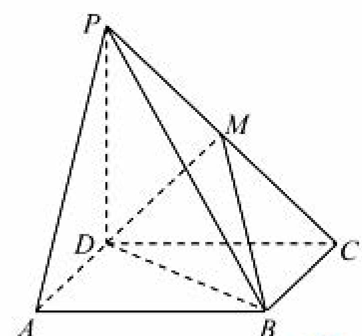
17.（本小题 14 分）

如图所示，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$是矩形，M是线段PC的中点．已知$PD=CD=2$，$AD=1$．

（Ⅰ）求证：PA∥平面BDM；

（Ⅱ）求二面角$M-BD-C$的余弦值；

（Ⅲ）直线BD上是否存在点N，使得MN与PA垂直？若存在，求MN的长；若不存在，请说明理由．



18.（本小题 14 分）

某汽车品牌为了了解客户对于其旗下的五种型号汽车的满意情况，随机抽取了一些客户进行回访，调查结果如下表：

汽车型号	I	II	III	IV	V
回访客户（人数）	250	100	200	700	350
满意率	0.5	0.5	0.6	0.3	0.2

满意率是指：某种型号汽车的回访客户中，满意人数与总人数的比值．假设客户是否满意互相独立，且每种型号汽车客户对于此型号 汽车满意的概率与表格中
该型号汽车的满意率相等．

（Ⅰ）从所有的回访客户中随机抽取 1 人，求这个客户满意的概率；

（Ⅱ）若以样本的频率估计概率，从 I 型号和 V 型号汽车的所有客户中各随机抽取 1 人，设其中满意的人数为ξ，求ξ的分布列和期望；

（Ⅲ）用“$\eta_1=1$”，“$\eta_2=1$”，“$\eta_3=1$”，“$\eta_4=1$”，“$\eta_5=1$”分别表示 I，II，III，IV，V 型号汽车让客户满意，“$\eta_1=0$”，“$\eta_2=0$”，“$\eta_3=0$”，“$\eta_4=0$”，“$\eta_5=0$”分别表示不满意．写出方差$D\eta_1$，$D\eta_2$，$D\eta_3$，$D\eta_4$，$D\eta_5$的大小关系．

19．（本小题 14 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$，且过点 $(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程；

（Ⅱ）过椭圆 C 的右焦点 F 作直线 l，l 与椭圆 C 交于 A，B 两点，与 y 轴交于 M 点．若 $\overrightarrow{MA}=\lambda_1\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{MB}=\lambda_2\overrightarrow{BF}$，求证：$\lambda_1+\lambda_2$ 为定值．

20．（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+ax-b}{e^x}(x\in\mathbf{R})$ 的一个极值点是 $x=2$．

（Ⅰ）求 a 与 b 的关系式，并求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）设 $a>0$，$g(x)=a^2e^{x-2}$，若存在 x_1，$x_2\in[0,3]$，使得 $|f(x_1)-g(x_2)|<\dfrac{2}{e^2}$ 成立，求实数 a 的取值范围．

21．（本小题 15 分）

已知无穷数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$ 满足：

$$x_{n+1}=|y_n|-|z_n|,\ y_{n+1}=|z_n|-|x_n|,\ z_{n+1}=|x_n|-|y_n|,\ n\in\mathbf{N}^*.$$

记 $u_n=\max\{|x_n|,|y_n|,|z_n|\}$（$\max\{x,y,z\}$ 表示 3 个实数 x，y，z 中的最大值）．

（Ⅰ）若 $x_1=2$，$y_1=3$，$z_1=4$，求 u_1，u_2，u_3；

（Ⅱ）若 $x_1=2$，$y_1=3$，$u_2=u_1$，求 z_1；

（Ⅲ）设 x_1，y_1，z_1 是有理数，数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$ 中是否一定存在无穷个 0？请说明理由．

2021 届高三第二学期限时练习

数学参考答案与评分标准

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

1-5．DCADB　　　　6-10．ACCDD

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11．-6；-1　　　　12．B；A　　　　13．$\dfrac{\pi}{12}$

14．$(-1,2)$，$(1,4)$　　　　15．①②④

注：第 11、12 题第一空 3 分，第二空 2 分；第 14、15 题不全对得 3 分。

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16．（本小题 13 分）

选①：因为 $B=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．　　………………… 1 分

因为 $\cos A=\dfrac{3}{5}$，$A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A=\dfrac{4}{5}$．　　………………… 3 分

在 $\triangle ABC$ 中，$\sin C=\sin(\pi-A-B)=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$．

………………… 7 分

又因为 $a=4\sqrt{2}$，

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，即 $\dfrac{4\sqrt{2}}{\frac{4}{5}}=\dfrac{c}{\frac{7\sqrt{2}}{10}}$，解得 $c=7$．　　………………… 10 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times7\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=14$．　　………………… 13 分

选②：因为 $a=4\sqrt{2}$，$b=5$，$\cos A=\dfrac{3}{5}$，

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $32=25+c^2-2\times5c\times\dfrac{3}{5}$，

解得 $c=7$ 或 $c=-1$（舍去）．　　………………… 5 分

因为 $\cos A=\dfrac{3}{5}$，$A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A=\dfrac{4}{5}$．　　………………… 7 分

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，即 $\dfrac{4\sqrt{2}}{\frac{4}{5}}=\dfrac{7}{\sin C}$，解得 $\sin C=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$．　　………………… 10 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times5\times\dfrac{7\sqrt{2}}{10}=14$．　　………………… 13 分

17．（本小题 14 分）

（Ⅰ）连接 AC 交 BD 于 N，连接 MN．

因为底面 $ABCD$ 是矩形，所以 N 是线段 AC 的中点．

又因为 M 是线段 PC 的中点，所以 $PA /\!/ MN$．　　…………………… 1 分

又因为 $PA \not\subset$ 平面 BDM，$MN \subset$ 平面 BDM，

所以 $PA /\!/$ 平面 BDM．　　…………………… 3 分

（Ⅱ）因为 $PD \perp$ 底面 $ABCD$，$AD \subset$ 底面 $ABCD$，$CD \subset$ 底面 $ABCD$，

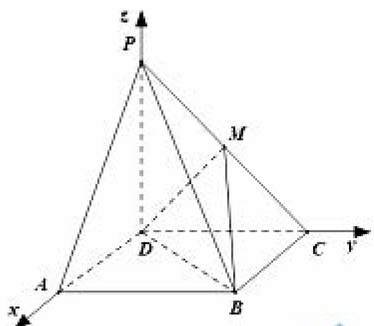
所以 $PD \perp AD$，$PD \perp CD$．

因为底面 $ABCD$ 是矩形，所以 $AD \perp CD$．　　…………………… 4 分

如图建立空间直角坐标系 $D-xyz$，

则 $D(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$C(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，$B(1,2,0)$．

因为 M 是线段 PC 的中点，故 $M(0,1,1)$．　　…………………… 5 分



所以 $\overrightarrow{DB}=(1,2,0)$，$\overrightarrow{DM}=(0,1,1)$．

设平面 BDM 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DM}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+2y=0,\\ y+z=0.\end{cases}$

令 $y=1$，则 $x=-2$，$z=-1$．

于是 $\vec{n}=(-2,1,-1)$．　　…………………… 7 分

因为 $PD \perp$ 底面 $ABCD$，所以 $\overrightarrow{DP}$ 为平面 BDC 的法向量．

因为 $\overrightarrow{DP}=(0,0,2)$，所以 $\cos\langle\overrightarrow{DP},\vec{n}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{DP}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{DP}||\vec{n}|}=\dfrac{-2}{2\times\sqrt{6}}=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$．

由题知二面角 $M-BD-C$ 是锐角，所以其余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$．　　…………………… 10 分

（Ⅲ）因为 N 为直线 BD 上一点，所以 $N(\lambda,2\lambda,0)$，其中 $\lambda\in\mathbf{R}$．

所以 $\overrightarrow{MN}=(\lambda,2\lambda-1,-1)$．

又因为 $\overrightarrow{AP}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{AP}=-\lambda-2$．

所以 MN 与 PA 垂直等价于 $\lambda=-2$．

所以存在点 $N(-2,-4,0)$，使得 MN 与 PA 垂直，　　…………………… 13 分

此时 $\lambda=-2$，$\overrightarrow{MN}=(-2,-5,-1)$，$MN$ 的长为 $\sqrt{30}$．　　…………………… 14 分

（Ⅰ）另解：

因为 $\overrightarrow{AP}=(-1,0,2)$，$\vec{n}=(-2,1,-1)$，

所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}=-1\times(-2)+0\times1+2\times(-1)=0$，$\overrightarrow{AP}\perp\vec{n}$．

又因为 $AP \not\subset$ 平面 BDM，所以 $PA /\!/$ 平面 BDM．

18.（本小题 14 分）

（Ⅰ）设“从所有的回访客户中随机抽取 1 人，这个客户满意”为事件 M.

由题意知，样本中的回访客户的总数是 $250+100+200+700+350=1600$，

满意的客户人数是 $250\times0.5+100\times0.5+200\times0.6+700\times0.3+350\times0.2=575$，

故所求概率为 $P(M)=\frac{575}{1600}=\frac{23}{64}$． ………………… 5分

（Ⅱ）$\xi=0$，1，2． ………………… 6分

设“从Ⅰ型号汽车所有客户中随机抽取的人满意”为事件 A，

“从Ⅴ型号汽车所有客户中随机抽取的人满意”为事件 B．

根据题意，$P(A)$估计为 0.5，$P(B)$估计为 0.2，A与B相互独立．

所以 $P(\xi=0)=P(\bar{A}\bar{B})=(1-P(A))(1-P(B))=0.5\times0.8=0.4$；

$P(\xi=1)=P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)=P(A)(1-P(B))+(1-P(A))P(B)$

$=0.5\times0.8+0.5\times0.2=0.5$；

$P(\xi=2)=P(AB)=P(A)P(B)=0.5\times0.2=0.1$． ………………… 9分

所以ξ的分布列为

ξ	0	1	2
P	0.4	0.5	0.1

所以ξ的期望 $E(\xi)=0\times0.4+1\times0.5+2\times0.1=0.7$． ………………… 12分

（Ⅲ）$D\eta_1=D\eta_2>D\eta_3>D\eta_4>D\eta_5$． ………………… 14分

19.（本小题 14 分）

（Ⅰ）因为椭圆C的焦距 $2\sqrt{3}$，所以 $c=\sqrt{3}$．

又因为椭圆C过点$\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，所以 $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$．

又因为 $a^2=b^2+c^2$，所以 $a^2=4$，$b^2=1$．

所以椭圆C的标准方程为：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$． ………………… 5分

（Ⅱ）设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$F(\sqrt{3},0)$，$M(0,y_0)$．

由题意可知，直线l的斜率存在，可设直线l的方程为 $y=k(x-\sqrt{3})$．

联立$\begin{cases}y=k(x-\sqrt{3})\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，得 $(4k^2+1)x^2-8\sqrt{3}k^2x+12k^2-4=0$．

由于点F在椭圆C的内部，直线l与椭圆C必有两个交点，必有 $\Delta>0$．

由韦达定理可得 $x_1+x_2=\frac{8\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}$，$x_1\cdot x_2=\frac{12k^2-4}{4k^2+1}$． ………………… 9分

因为 $\overline{MA}=\lambda_1\overline{AF}$，$\overline{MB}=\lambda_2\overline{BF}$，

得 $(x_1,y_1-y_0)=\lambda_1\left(\sqrt{3}-x_1,-y_1\right)$，$(x_2,y_2-y_0)=\lambda_2\left(\sqrt{3}-x_2,-y_2\right)$．

依题意，$x_1\neq\sqrt{3}$，$x_2\neq\sqrt{3}$，

所以 $\lambda_1=\dfrac{x_1}{\sqrt{3}-x_1}$，$\lambda_2=\dfrac{x_2}{\sqrt{3}-x_2}$．　　…………………… 11 分

所以 $\lambda_1+\lambda_2=\dfrac{x_1}{\sqrt{3}-x_1}+\dfrac{x_2}{\sqrt{3}-x_2}=\dfrac{\sqrt{3}(x_1+x_2)-2x_1x_2}{3-\sqrt{3}(x_1+x_2)+x_1x_2}=\dfrac{\dfrac{24k^2-2\left(12k^2-4\right)}{4k^2+1}}{3+\dfrac{\left(12k^2-4\right)-24k^2}{4k^2+1}}=-8.$

所以 $\lambda_1+\lambda_2$ 为定值．　　…………………… 14 分

20．（本小题 15 分）

（Ⅰ）可求得 $f'(x)=\dfrac{-x^2+(2-a)x+a+b}{e^x}$．

因为 $f(x)$ 的一个极值点是 $x=2$，

所以 $f'(2)=\dfrac{-4+2(2-a)+a+b}{e^2}=0$．

所以 $b=a$．　　…………………… 2 分

所以 $f'(x)=\dfrac{-x^2+(2-a)x+2a}{e^x}=\dfrac{-(x+a)(x-2)}{e^x}$．　　…………………… 3 分

① 当 $a=-2$ 时，

$f'(x)\leq 0$，$f(x)$ 单调递减，此时函数没有极值点，不符合题意；

② 当 $a<-2$ 时，

令 $f'(x)=0$，解得 $x=2$ 或 $x=-a$，其中 $2<-a$．

x	$(-\infty,2)$	2	$(2,-a)$	$-a$	$(-a,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘		↗		↘

③ 当 $a>-2$ 时，

令 $f'(x)=0$，解得 $x=2$ 或 $x=-a$，其中 $-a<2$．

x	$(-\infty,-a)$	$-a$	$(-a,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘		↗		↘

…………………… 6 分

综上所述，$b=a\neq-2$．　　…………………… 7 分

当 $a<-2$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(2,-a)$，单调递减区间为 $(-\infty,2)$ 和 $(-a,+\infty)$；

当 $a>-2$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(-a,2)$，单调递减区间为 $(-\infty,-a)$ 和 $(2,+\infty)$．

…………………… 9 分

（Ⅱ）考虑 $f(x)=\dfrac{x^2+ax-a}{e^x}(a>0)$ 在 $[0,3]$ 的最值．

由（Ⅰ）可知，$a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,2)$ 单调递增，在 $(2,3)$ 单调递减，

又因为 $f(0)=-a<0$，$f(3)=\dfrac{9+2a}{e^3}>0$，$f(0)<f(3)$，

所以 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 的最大值为 $f(2)=\dfrac{4+a}{e^2}$，最小值为 $f(0)=-a$．

…………………11 分

因为 $g(x)=a^2e^{x-2}$ 在 $[0,3]$ 单调递增，

所以 $g(x)$ 在 $[0,3]$ 的最大值为 $g(3)=a^2e$，最小值为 $g(0)=\dfrac{a^2}{e^2}$．

…………………12 分

因为存在 x_1，$x_2\in[0,3]$，使得 $|f(x_1)-g(x_2)|<\dfrac{2}{e^2}$ 成立．

即存在 x_1，$x_2\in[0,3]$，使得 $-\dfrac{2}{e^2}<f(x_1)-g(x_2)<\dfrac{2}{e^2}$ 成立．

即 $\begin{cases}-a-a^2e<\dfrac{2}{e^2},\\ \dfrac{4+a}{e^2}-\dfrac{a^2}{e^2}>-\dfrac{2}{e^2}.\end{cases}$

又因为 $a>0$，

所以 a 的取值范围是 $(0,3)$．…………………15 分

21．（本小题 15 分）

（Ⅰ）因为 $x_1=2$，$y_1=3$，$z_1=4$，

依题意，$x_2=-1$，$y_2=2$，$z_2=-1$，$x_3=1$，$y_3=0$，$z_3=-1$．

所以 $u_1=4$，$u_2=2$，$u_3=1$．…………………5 分

（Ⅱ）设 $a_n=|x_n|$，$b_n=|y_n|$，$c_n=|z_n|$，$n\in\mathbf{N}^*$，$a_n\ge0$，$b_n\ge0$，$c_n\ge0$．

依题意，$u_n=\max\{a_n,\ b_n,\ c_n\}$，$a_{n+1}=|b_n-c_n|$，$b_{n+1}=|c_n-a_n|$，$c_{n+1}=|a_n-b_n|$．

所以 a_{n+1}，b_{n+1}，$c_{n+1}\le\max\{a_n,\ b_n,\ c_n\}$．

所以 $\max\{a_{n+1},\ b_{n+1},\ c_{n+1}\}\le\max\{a_n,\ b_n,\ c_n\}$．

即 $u_{n+1}\le u_n$（当且仅当 a_n，b_n，c_n 中至少有一项为 0 时等号成立）．

因为 $u_2=u_3$，所以 a_2，b_2，c_2 中至少有一项为 0．

因为 $x_1=2$，$y_1=3$，所以 $a_1=2$，$b_1=3$．

所以 $a_2=|3-c_1|$，$b_2=|c_1-2|$，$c_2=|2-3|=1$．

所以 $c_1=2$ 或 3．

所以 $z_1=-3$，-2，2 或 3．…………………10 分

（III）数列$\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$中一定存在无穷个 0．　　　　　　…………………11 分

设x_1，y_1，z_1的最小公分母为p，将x_n，y_n，z_n均改为原来的p倍．

则x_1，y_1，z_1均为整数，题目的其它条件仍然成立，且问题不变．

于是对任意$n\in\mathbf{N}^*$，x_n，y_n，z_n均为整数，a_n，b_n，c_n，u_n均为自然数．

…………………12 分

反证法，假设数列$\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$中没有 0，或者有有限个 0．

则存在$m\in\mathbf{N}$，对任意$k>m$，均有a_k，b_k，c_k，$u_k\geq 1$．

设$d_n=u_{n+1}-u_n(n\in\mathbf{N}^*)$，则$u_{m+n+1}=u_{m+1}+d_{m+1}+d_{m+2}+\cdots+d_{m+n}$．

由（II），$u_{n+1}\leq u_n$，故$d_n=u_{n+1}-u_n\leq 0$．

假若对任意$k>m$，d_k均不为 0，则$d_k\leq -1$，$u_{m+n+1}\leq u_{m+1}-n$．

令$n=u_{m+1}$，则$u_{m+n+1}\leq 0$，与$u_{m+n+1}\geq 1$矛盾．

所以存在$n_0>m$，使得$d_{n_0}=0$，即$u_{n_0+1}=u_{n_0}$．

由（II），a_{n_0}，b_{n_0}，c_{n_0}中至少有一项为 0，与a_{n_0}，b_{n_0}，$c_{n_0}\geq 1$矛盾．

所以假设不成立，数列$\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$中一定存在无穷个 0．

…………………15 分