

自贡市高2023届第二次诊断性考试

数 学(文史类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、座位号和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | (x+3)(x-2) \leq 0\}$, $B = \{x | x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | -3 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -3 \leq x \leq 1\}$
 C. $\{x | -3 < x \leq 1\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 2\}$

2. $\frac{2+i}{2i} =$

- A. $\frac{1}{2}-i$ B. $1-\frac{1}{2}i$ C. $\frac{1}{2}+i$ D. $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}i$

3. 某乡镇为推动乡村经济发展,优化产业结构,逐步打造高品质的农业生产,在某试验区种植了某农作物。为了解该品种农作物长势,在实验区随机选取了100株该农作物苗,经测量,其高度(单位:cm)均在区间[10, 20]内,按照[10, 12), [12, 14), [14, 16), [16, 18), [18, 20]分成5组,制成如图所示的频率分布直方图,记高度不低于16 cm的为“优质苗”。

则所选取的农作物样本苗中,“优质苗”株数为

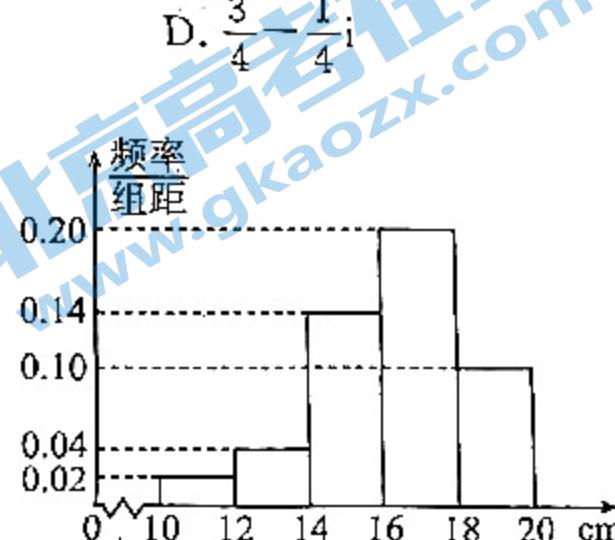
- A. 20 B. 40 C. 60 D. 88

4. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\cos 2\alpha + 2\sin 2\alpha = 1$, 则 $\tan \alpha =$

- A. 3 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

5. 过直线 $l: x+y-5=0$ 上的点作圆 $C: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 6$ 的切线,则切线段长的最小值为

- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{15}$ D. $3\sqrt{2}$



6. 数学与音乐有着紧密的关联, 我们平时听到的乐音一般来说并不是纯音, 而是由多种波叠加而成的复合音. 如图为某段乐音的图象, 则该段乐音对应的函数解析式可以为

- A. $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x$
- B. $y = \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{3} \sin 3x$
- C. $y = \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x$
- D. $y = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x$

7. 已知函数 $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2$, 则 $f(x)$

- A. 有 2 个极大值点
C. 有 2 个极小值点
- B. 有 1 个极大值点和 1 个极小值点
D. 有且仅有一个极值点

8. 将函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x$ 的图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到的图象对应的函数可以是

- A. $y = 2\sin x$
B. $y = 2\cos x$
C. $y = -2\sin x$
D. $y = -2\cos x$

9. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是正方形, $AB=2$, $AA_1=2\sqrt{2}$, 点 B_1 在底面 $ABCD$ 的射影为 BC 中点 H , 则点 C_1 到平面 $ABCD$ 的距离为

- A. $\sqrt{6}$
B. $\sqrt{7}$
C. $2\sqrt{2}$
D. 3

10. 已知定点 $D(2, 0)$, 直线 $l: y = k(x+2)$ ($k > 0$) 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于两点 A, B , 若 $\angle ADB = 90^\circ$, 则 $|AB| =$

- A. 4
B. 6
C. 8
D. 10

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, $BC = 2\sqrt{3}$, D 为 BC 的中点, 将 $\triangle ACD$ 绕 AD 旋转至 APD , 使得 $BP = \sqrt{3}$, 则三棱锥 $P-ABD$ 的外接球表面积为

- A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$
B. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$
C. 5π
D. 8π

12. 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$. 若过点 $P(-1, m)$ 可以作曲线 $y=f(x)$ 三条切线, 则 m 的取值范围是

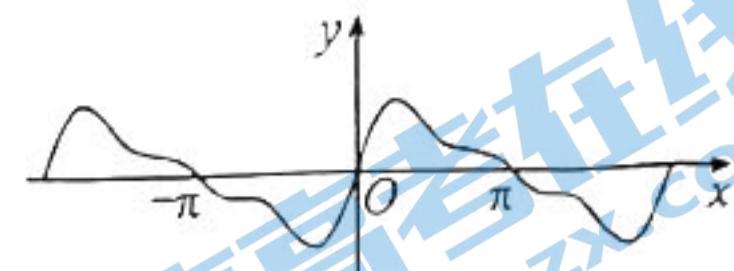
- A. $(0, \frac{4}{e})$
B. $(0, \frac{8}{e})$
C. $(-\frac{1}{e}, \frac{4}{e})$
D. $(\frac{1}{e}, \frac{8}{e})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

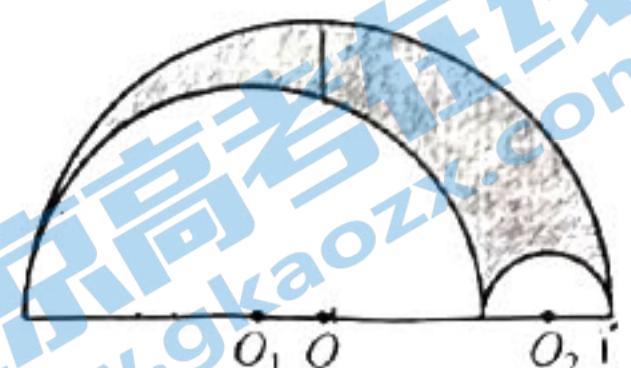
13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - y^2 = 1$, 则 C 的离心率为 ____.

14. 已知 $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (2, t)$, $|\overrightarrow{BC}| = 1$, 则实数 $t =$ ____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $(2a - c)\cos B = b\cos C$, 且 $b = \sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$



16.《定理汇编》记载了诸多重要的几何定理,其中有一些定理是关于鞋匠刀形的,即由在同一直线上同侧的三个半圆所围成的图形,其被阿基米德称为鞋匠刀形.如图所示,三个半圆的圆心分别为 O , O_1 , O_2 ,半径分别为 R,r_1,r_2 (其中 $R>r_1>r_2$),在半圆 O 内随机取



一点,此点取自图中鞋匠刀形(阴影部分)的概率为 $\frac{1}{4}$,则 $\frac{r_1}{r_2} = \underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生依据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

某商店销售某种产品,为了解客户对该产品的评价,现随机调查了 200 名客户,其评价结果为“一般”或“良好”,并得到如下列联表:

	一般	良好	合计
男	20	100	120
女	30	50	80
合计	50	150	200

(1)通过计算判断,有没有 99% 的把握认为客户对该产品的评价结果与性别有关系?

(2)利用样本数据,在评价结果为“良好”的客户中,按照性别用分层抽样的方法抽取了 6 名客户.若从这 6 名客户中随机选择 2 名进行访谈,求所抽取的 2 名客户中至少有 1 名女性的概率.

附表及公式:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

其中 $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n=a+b+c+d$.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列,其前 3 项的和为 12, $\{b_n\}$ 是公比大于 0 的等比数列, $b_1=3,b_3-b_2=18$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

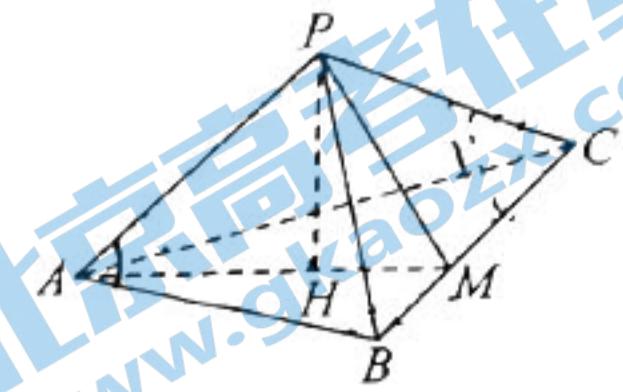
(2)若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{4}{a_n a_{n+1}} + b_n$,求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, H 为 $\triangle ABC$ 的内心, 直线 AH 与 BC 交于 M , $\angle PAB = \angle PAC$, $\angle PCA = \angle PCB$.

(1) 证明: 平面 $PAM \perp$ 平面 ABC ;

(2) 若 $AB \perp BC$, $PA = AB = 3$, $BC = 4$, 求三棱锥 $M-PAC$ 的体积.



20. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过 $A(0, 1)$, $T\left(-\frac{8}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ 两点, M, N 是椭圆 E 上异于 T 的两动点, 且 $\angle MAT = \angle NAT$, 直线 AM, AN 的斜率均存在, 并分别记为 k_1, k_2 .

(1) 求证: $k_1 k_2$ 为常数;

(2) 证明直线 MN 过定点.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x^2$ 有两个极值点 x_1, x_2 .

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 若 $x_2 \geq 3x_1$ 时, 不等式 $x_1 + \lambda x_2 \geq 2x_1 x_2$ 恒成立, 求 λ 的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t, \\ y = t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $4\rho^2 \sin^2 \theta = 3(\rho^2 - 1)$.

(1) 求 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B , 求 $|AB|$.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

设函数 $f(x) = |2x-3| + |2x+1|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 6-x$;

(2) 令 $f(x)$ 的最小值为 T , 正数 x, y, z 满足 $x+y+2z=T$,

$$\text{证明: } \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{z+2} \geq \frac{8}{5}.$$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的设计理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯