2024 届高三一轮复习联考(三) 全国卷
文 科 数 学 试 题

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知 M,N 是全集 U 的非空子集,且 $M\subseteq \complement_U N$,则

A.$N\subseteq M$　　B.$M\subseteq N$　　C.$\complement_U M\subseteq \complement_U N$　　D.$N\subseteq \complement_U M$

2.若复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=-2+\mathrm{i}$,则 $z=$

A.$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　B.$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　C.$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D.$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3.已知非零平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,那么"$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$"是"$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$"的

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4.已知实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases} y\leqslant x, \\ x+y\geqslant 2, \\ x\leqslant 2, \end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最小值为

A.2　　B.3　　C.4　　D.6

5.记$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,$a=4$,$c=6$,$B=\frac{\pi}{3}$,则 AC 边上的高为

A.$\frac{\sqrt{21}}{7}$　　B.$\frac{2\sqrt{21}}{7}$　　C.$\frac{3\sqrt{21}}{7}$　　D.$\frac{6\sqrt{21}}{7}$

6.已知某物种 t 年后的种群数量 y 近似满足函数模型:$y=k_0\cdot \mathrm{e}^{1.4\mathrm{e}-0.125t}$ $(k_0>0)$.自 2023 年初起,经过 n 年后($n\in\mathbf{N}^*$),当该物种的种群数量不足 2023 年初的 20%时,n 的最小值为(参考数据:$\ln 5\approx 1.609\ 4$)

A.10　　B.11　　C.12　　D.13

7.关于三条不同直线 a,b,l 以及两个不同平面 γ,β,下面命题正确的是

A.若 $a /\!/ \gamma, b /\!/ \gamma$,则 $a /\!/ b$

B.若 $a /\!/ \gamma, b \perp \gamma$,则 $b \perp a$

C.若 $a /\!/ \gamma, \gamma \perp \beta$,则 $a \perp \beta$

D.若 $a \subset \gamma, b \subset \gamma$,且 $l \perp a, l \perp b$,则 $l \perp \gamma$

8.已知函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-ax}$ 在区间$[0,1]$上是减函数,则实数 a 的取值范围是

A.$(-\infty,2]$

B.$(-\infty,0]$

C.$[2,+\infty)$

D.$[0,+\infty)$

9.函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(\varphi>0)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度得到函数 $g(x)$的图象,若函数 $g(x)$是偶函数,则 φ 的最小值为

A.$\frac{\pi}{6}$

B.$\frac{\pi}{3}$

C.$\frac{5\pi}{6}$

D.$\frac{2\pi}{3}$

10.过点$(2,0)$作曲线 $f(x)=xe^x$ 的两条切线,切点分别为$(x_1,f(x_1))$,$(x_2,f(x_2))$,则 $x_1x_2=$

A.-2

B.-1

C.1

D.2

11.已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_1=1, a_{n+1}=2S_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则有

A.数列$\{a_n\}$为等差数列

B.数列$\{a_n\}$为等比数列

C.数列$\{S_n\}$为等差数列

D.数列$\{S_n\}$为等比数列

12.已知函数 $f(x)$是定义域为 $\mathbf{R}$ 的非常数函数,$f(x+1)$为偶函数,$f(4-x)=f(x)$,则

A.函数 $f(x)$为偶函数

B.$f(x)$关于点$(1,0)$中心对称

C.$f\left(\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{5}{2}\right)$

D.$f(x)$的最小正周期为 4

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(x+1), x>0,\\ f(x+2), x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(-5)$的值为________.

14.已知 α 满足 $\sin\alpha+2\cos\alpha=0$,则 $\tan 2\alpha=$________.

15.若各项均不为 0 的数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{a_n+1}$,且 $a_1=\frac{1}{2}$,则 $a_{2023}=$________.

16.在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,P 为 A_1B_1 的中点,过直线 A_1C 作与平面 PBC_1 平行的截面,则该截面的面积为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_5-a_1=30$，$S_4=30$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若 $b_n=\log_2 a_{n+1}+a_n$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）已知向量 $\boldsymbol{m}=\left(2\sin\left(x-\frac{\pi}{12}\right),\sqrt{3}\right)$，向量 $\boldsymbol{n}=\left(\sin\left(x-\frac{\pi}{12}\right),\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\right)$，$f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$.

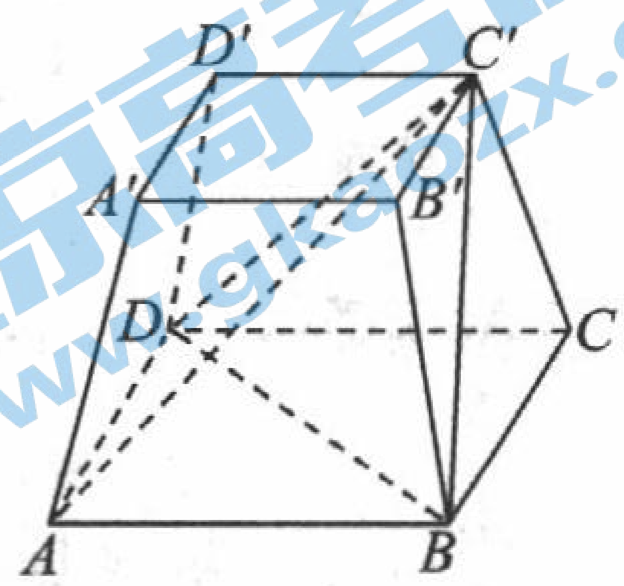
（1）求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

（2）若 $f(\omega x)-1=0(\omega>0)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ 上有唯一解，求 ω 的取值范围.

19.（12 分）如图，棱台 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，$AA'=BB'=CC'=DD'=\sqrt{5}$，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形，底面 $A'B'C'D'$ 是边长为 2 的正方形，连接 AC'，BD，DC'.

（1）证明：$AC'\perp BD$；

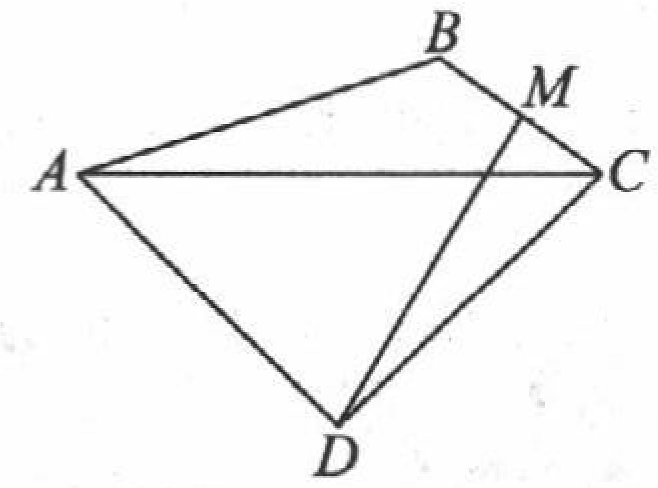
（2）求三棱锥 $D-BCC'$ 的体积.



20.（12 分）如图，在平面凸四边形 $ABCD$ 中，$AB=2BC=2$，$AD=CD$，$\angle ADC=\frac{\pi}{2}$，M 为 BC 边的中点.

（1）若 $\angle ABC=\frac{2\pi}{3}$，求$\triangle ACD$ 的面积；

（2）求 DM 的最大值.



21.(12 分)已知函数 $f(x)=x(a\ln x-x-1)$,其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)当 $a=1$ 时,求证:$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减;

(2)若 $f(x)+x=0$ 有两个不相等的实数根 x_1,x_2,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=5\sin\alpha,\\ y=3\cos\alpha\end{cases}$ (α 为参数),以原点 O 为极点,x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{3}{\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

(1)求曲线 C 的普通方程;

(2)直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点,$P(-1,2)$,求$||PA|-|PB||$的值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

(1)求不等式$|x-1|+|x-2|\leqslant 5$ 的解集;

(2)已知 $a,b,c\in\mathbf{R}^+$,且 $a+b+c=1$,求证:$\left(\dfrac{1}{a+b}-1\right)\left(\dfrac{1}{b+c}-1\right)\left(\dfrac{1}{c+a}-1\right)\leqslant\dfrac{1}{8}$.