

高三数学综合测试

(限时 120 分钟, 满分 150 分)2022/9/27

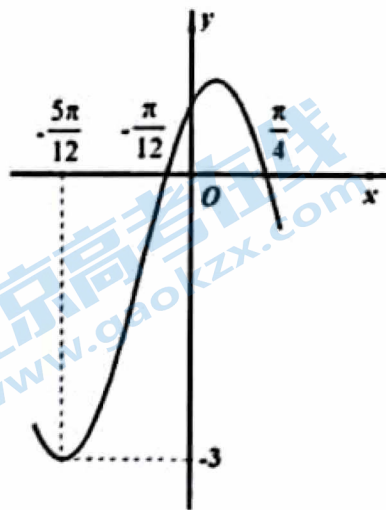
一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

1. 已知全集 $U = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, 集合 $A = \{x | |x| < 1\}$, 则 $\complement_U A =$ ().
(A) $(-6, -1)$ (B) $(-6, -1]$ (C) $(1, 6)$ (D) $[1, 6)$
2. 若复数 z 满足 $(1+i) \cdot z = 2-4i$, 则 $|\bar{z}| =$ ().
(A) 10 (B) $\sqrt{10}$ (C) 20 (D) $2\sqrt{5}$
3. 下列结论正确的是 ().
(A) 若 $ac > bc$, 则 $a > b$ (B) 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
(C) 若 $x > -1$, 则 $x + \frac{1}{x+1} > 1$ (D) 若 $x < 0$, 则 $x + \frac{1}{x} \leq -2$
4. 下列函数中, 对 $\forall x \in \mathbf{R}$, 同时满足 $f(x-\pi) = f(x)$ 和 $f(\pi-x) = f(x)$ 的是 ().
(A) $f(x) = \sin 2x$ (B) $f(x) = 1 - \cos 2x$
(C) $f(x) = x^2 - \pi x$ (D) $f(x) = |2x - \pi|$
5. 若 $\tan(\pi-x) = \frac{1}{2}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{2}+x) =$ ().
(A) $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}$ (B) $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$ (C) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
6. 若 $a = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}, b = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}, c = \log_5 2$, 则 a, b, c 的大小关系为 ().
(A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $c < b < a$ (D) $b < c < a$
7. 已知非零向量 a, b 夹角为 θ , 则 “ $a+b=0$ ” 是 “ $\cos \theta = -1$ ” 的 ().
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq a, \\ -x^2 - 2x + 1, & x < a, \end{cases}$ 关于 x 的方程 $f(x) = t$, 给出下列四个结论:
① 对任意实数 t 和 a , 此方程均有实数根;
② 存在实数 t , 使得对任意实数 a , 此方程均有实数根;
③ 存在实数 t 和 a , 使得此方程有多于 2 个的不同实数根;
④ 存在实数 a , 使得对任意实数 t , 此方程均恰有 1 个实数根.
其中, 正确结论的个数为 ().
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

9. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)

的部分图象如右图, 则 $f(2023\pi) =$ ()

- (A) $-\sqrt{3} - 1$
- (B) $\sqrt{3} - 1$
- (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$



第9题图

10. 对于二元函数 $z = f(x, y)$, 若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$ 存在, 则称

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$ 为 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处对 x 的偏导数, 记为

$f'_x(x_0, y_0)$; 若 $\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$ 存在, 则称

$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$ 为 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处对 y 的偏导数, 记为

$f'_y(x_0, y_0)$. 已知二元函数 $z = f(x, y) = x^2 - 2xy + y^3 (x > 0, y > 0)$, 则下列命题为假命题的是 ()

(A) $f'_x(1, 2) = -2$

(B) $f'_y(1, 2) = 10$

(C) $f(x, y)$ 的最小值为 $-\frac{4}{27}$

(D) $f'_x(x_0, y_0) + f'_y(x_0, y_0)$ 的最小值为 -1

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - ax + 1 = 0$ ”的否定是_____.

12. 函数 $f(x) = \ln(-x^2 + 2x)$ 的定义域是_____, 值域是_____.

13. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 P 满足 $\overline{BP} = \lambda \overline{BC} (\lambda \in \mathbb{R})$. 若 $\lambda = \frac{1}{2}$, 则

$|\overline{AP}| =$ _____; 若 $\lambda \in [0, 1]$, 则 $\overline{PB} \cdot \overline{PD}$ 的取值范围是_____.

14. 2022年6月5日神舟十四号载人飞船在长征二号F遥十四运载火箭的托举下点火升空,成功进入预定轨道.我国在航天领域取得的巨大成就,得益于我国先进的运载火箭技术.根据火箭理想速度公式 $v = v_0 \cdot \ln \frac{M}{m}$, 可以计算理想状态下火箭的最大速度 v (单位: m/s), 其中 v_0 (单位: m/s) 是喷流相对速度, m (单位: kg) 是火箭(除推进剂外)的质量, M (单位: kg) 是推进剂与火箭质量的总和, $\frac{M}{m}$ 称为总质比. 已知A型火箭喷流相对速度为800 m/s, 根据以上信息: (1) 当总质比为50时, A型火箭的最大速度为_____m/s; (2) 若经过材料更新和技术改进后, A型火箭的喷流相对速度提高到原来的2倍, 总质比变为原来的 $\frac{1}{5}$, 若要使火箭的最大速度至少增加800 m/s, 则在材料更新和技术改进前总质比的最小值为_____.

(所有结果保留整数, 参考数据: $\ln 2 \approx 0.693$, $\ln 5 \approx 1.609$, $e \approx 2.718$)

15. 已知函数 $f(x) = \frac{\cos 2\pi x}{x^2 - x + 1}$. 给出下列四个结论:

- ① 函数 $f(x)$ 的图象存在对称轴;
- ② 函数 $f(x)$ 的图象存在对称中心;
- ③ $f(x) \geq -\frac{4}{3}$;
- ④ 函数 $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ 没有零点.

其中, 所有正确结论的序号为_____.

三、解答题 (共6小题, 85分)

16. (本小题13分)

已知函数 $f(x) = \cos^4 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \sin^4 x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

17. (本小题14分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . $a = 2$, $4\sin C = \sqrt{3}c$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 请从条件①、条件②, 这两个条件中选择一个作为已知, 使锐角 $\triangle ABC$ 存在, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $b = 2c$; 条件②: $b + c = 4$.

18. (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + bx + 2$ 在 $x = 2$ 处取得极值 -14 .

(I) 求 a, b 的值;

(II) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(III) 求函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最值.

19. (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^{2x}}{2m} - e^x - 2mx$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $m < 0$, 求证: 存在 x_0 , 使得 $f(x_0) + 2 > 0$.

20. (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax(x-1)$, $x \in (1, +\infty)$.

(I) 若不等式 $f(x) < 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(II) 判断函数 $f(x)$ 的零点的个数.

21. (本小题 15 分)

设集合 $S \subseteq \mathbb{N}^*$, 集合 $T \subseteq \mathbb{N}^*$, S, T 中至少有两个元素, 且 S, T 满足:

① 对于任意 $x, y \in S$, 若 $x \neq y$, 则 $xy \in T$;

② 对于任意 $x, y \in T$, 若 $x < y$, 则 $\frac{y}{x} \in S$.

(I) 若 $S = \{1, 3, 9\}$, 则 $T =$ _____; 若 $T = \{8, 16, 32\}$, 则 S 的元素个数最多为 _____.

(II) 若 $S = \{s_1, s_2, s_3\}$, T 中含有 4 个元素, 求证: $s_1 \neq 1$;

(III) 若 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, 且 $s_1 < s_2 < \dots < s_n$, 求 n 的最大值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯