

数 学

一、选择题（每小题 6 分，共 60 分）

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则  $C_U(A \cup B)$  等于

- A.  $\{1, 3, 4\}$       B.  $\{3, 4\}$       C.  $\{3\}$       D.  $\{4\}$

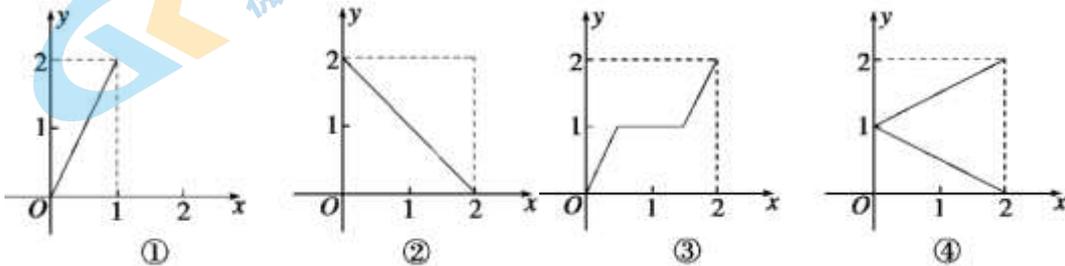
2. 若集合  $A = \{x | y = x - 1\}$ ,  $B = \{y | y = x^2 + 2\}$ , 则  $A \cap B$  等于

- A.  $[1, +\infty)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $[2, +\infty)$       D.  $\varnothing$

3. 下列各组函数表示同一函数的是

- A.  $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$       B.  $f(x) = x + 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$   
 C.  $f(x) = x^2, g(x) = (x + 1)^2$       D.  $f(t) = |t|, g(x) = \sqrt{x^2}$

4. 设集合  $M = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ,  $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ , 那么下面的 4 个图形中, 能表示集合  $M$  到集合  $N$  的函数关系的有



- A. ②      B. ②③      C. ①②③      D. ①②③④

5. 已知函数  $y = \frac{\sqrt{1-x}}{2x^2 - 3x - 2}$  的定义域为

- A.  $(-\infty, 1]$   
 B.  $(-\infty, 2]$   
 C.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1]$   
 D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1]$

6. 函数  $f(x) = |x - 2|x$  的单调递减区间是

- A.  $[1, 2]$       B.  $[-1, 0]$       C.  $(0, 2]$       D.  $[2, +\infty)$

7. 已知函数  $f(x) = 4x^2 - mx + 5$  在区间  $[-2, +\infty)$  上是增函数, 则  $f(1)$  的取值范围是

- A.  $f(1) \geq 25$       B.  $f(1) = 25$       C.  $f(1) \leq 25$       D.  $f(1) > 25$

8. “不等式  $x^2 - x + m > 0$  在  $R$  上恒成立” 的一个必要不充分条件是

- A.  $m > \frac{1}{4}$       B.  $m > 0$   
 C.  $0 < m < 1$       D.  $m > 0$

9. 下列说法正确的个数有

①若 $a > b$ , 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

②若 $c > a > b > 0$ , 则 $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$

③若 $a < 0, -1 < b < 0$ , 则 $ab^2 > a$

④若 $m > 0, b > a > 0$ , 则 $\frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a}$

⑤当 $x > 0$ 时,  $x^2 + \frac{1}{x^2+1}$ 的最小值为 1

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

10. 已知 $x > 0, y > 0$ , 且 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ , 若 $x + 2y > m^2 + 2m$ 恒成立, 则实数 $m$ 的取值范围是

- A.  $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$                       B.  $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$   
C.  $(-2, 4)$                       D.  $(-4, 2)$

二、填空题 (每小题 6 分, 共 36 分)

11. “ $\forall x > 0, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ ”的否定是\_\_\_\_\_.

12. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(3x + 2) = 9x + 8$ , 则 $f(x)$ 的解析式是\_\_\_\_\_.

13. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的减函数, 若 $f(m - 1) > f(2m - 1)$ , 则实数 $m$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 已知关于 $x$ 的不等式 $ax^2 + 2x + c > 0$ 的解集为 $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ , 则不等式 $cx^2 + 2x + a < 0$ 的解集为\_\_\_\_\_.

15. 已知关于 $x$ 的不等式 $ax^2 + ax + 1 > 0$ 的解集为 $R$ , 则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 设函数 $y = x^2 - 2x, x \in [-2, a]$ , 若函数的最小值为 $g(a)$ , 则 $g(a) =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 54 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题 14 分)

已知集合 $A = \{x | \frac{x}{x-1} \geq 0, x \in R\}, B = \{x | x^2 - 2ax + a^2 - 1 \leq 0\}$

- (1) 若 $a = 2$ , 求 $A \cap B$   
(2) 若 $A \cup B = A$ , 求实数 $a$ 的取值范围

18. (本小题 14 分)

若二次函数满足 $f(x + 1) - f(x) = 2x$ 且 $f(0) = 1$ .

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;  
(2) 若在区间 $[-1, 1]$ 上不等式 $f(x) > 2x + m$ 恒成立, 求实数 $m$ 的取值范围.

19. (本小题14分)

已知函数  $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$  在区间  $(1, +\infty)$  上单调递增

- (1) 利用函数的单调性定义求出实数  $a$  的取值范围;
- (2) 若对  $\forall x_1, x_2 \in [2, a+2]$  都有  $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 1$  成立, 求实数  $a$  的最大值.

20. (本小题 12 分)

如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 1, AD = 2$ , 点  $P$  在矩形的边上沿  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  运动, 与此同时动点  $M$  在  $CD$  边上由  $C$  向  $D$  运动, 速度是点  $P$  的四分之一, 记  $\Delta APM$  的面积为  $y$ , 点  $P$  经过的路程为  $x$ .

- (1) 求  $y$  关于  $x$  函数关系式  $y = f(x)$ ;
- (2) 画出函数  $y = f(x)$  的图象, 并结合图象求出  $\Delta APM$  面积的最大值和相应的  $x$  的值.

