2020 北京西城高三二模

数　学

2020. 5

第 I 卷（选择题 共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．设集合 $A=\{x\,\|x|<3\}$，$B=\{x\,|\,x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,2\}$　　（B）$\{-2,2\}$　　（C）$\{-2,0,2\}$　　（D）$\{-2,-1,0,1,2\}$

2．若复数 z 满足 $z\cdot\mathrm{i}=-1+\mathrm{i}$，则在复平面内 z 对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

3．下列函数中，值域为 $\mathbf{R}$ 且区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

（A）$y=-x^3$　　（B）$y=x|x|$　　（C）$y=x^{-1}$　　（D）$y=\sqrt{x}$

4．抛物线 $x^2=4y$ 的准线方程为

（A）$x=1$　　（B）$x=-1$　　（C）$y=1$　　（D）$y=-1$

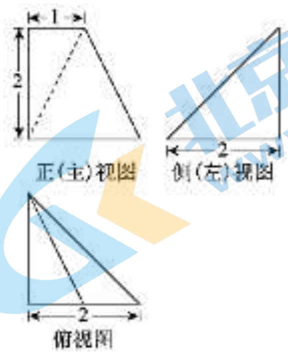
5．在 ΔABC 中，若 $a:b:c=4:5:6$，则其最大内角的余弦值为

（A）$\frac{1}{8}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{3}{10}$　　（D）$\frac{3}{5}$

6．设 $a=3^{0.2}$，$b=\log_3 2$，$c=\log_{0.2}3$，则

（A）$a>c>b$　　（B）$a>b>c$　　（C）$b>c>a$　　（D）$b>a>c$

7．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是



（A）6　　（B）4　　（C）3　　（D）2

8．若圆 $x^2+y^2-4x+2y+a=0$ 与 x 轴， y 轴均有公共点，则实数 a 的取值范围是

（A） $(-\infty,1]$　　（B） $(-\infty,0]$　　（C） $[0,+\infty)$　　（D） $[5,+\infty)$

9．若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线，则“ $\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{b}<0$ ”是“ $2|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$ ”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

10．设函数 $f(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$．若关于 x 的不等式 $f(x)<ax-1$ 有且仅有一个整数解，则正数 a 的取值范围是

（A） $(0,\mathrm{e}]$　　（B） $(0,\mathrm{e}^2]$　　（C） $\left(1,\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}\right]$　　（D） $\left(1,\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{2}\right]$

第 II 卷（非选择题 共 110 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11．设平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2)$， $\boldsymbol{b}=(k,2)$ 满足 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{b}|=$____．

12．若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{16}=1\,(a>0)$ 经过点 $(2,0)$，则该双曲线渐近线的方程为____．

13．设函数 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x$，则函数 $f(x)$ 的最小正周期为____；若对于任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)\le m$ 成立，则实数 m 的最小值为____．

14．甲、乙、丙、丁四人参加冬季滑雪比赛，其中有两人最终获奖．在比赛结果揭晓之前，四人的猜测如下表，其中“√”表示猜测某人获奖，“×”表示猜测某人未获奖，而“○”则表示对某人是否获奖未发表意见．已知四个人中有且只有两个人的猜测是完全正确的，那么两名获奖者是____，____．

	甲获奖	乙获奖	丙获奖	丁获奖
甲的猜测	√	×	×	√
乙的猜测	×	○	○	√
丙的猜测	×	√	×	√
丁的猜测	○	○	√	×

15．在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$PA=AB=4$，E,F,H 分别是棱 PB,BC,PD 的中点，对于平面 EFH 截四棱锥 $P-ABCD$ 所得的截面多边形，有以下三个结论：

①截面的面积等于 $4\sqrt{6}$；

②截面是一个五边形；

③截面只与四棱锥 $P-ABCD$ 四条侧棱中的三条相交．

其中，所有正确结论的序号是______．

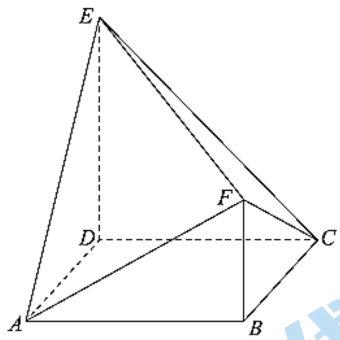
三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

16．（本小题满分 14 分）

如图，在几何体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$DE\perp$ 平面 $ABCD$，$DE\parallel BF$，且 $DE=2BF=2$．

（Ⅰ）求证：平面 $BCF\parallel$ 平面 ADE；

（Ⅱ）求钝二面角 $D-AE-F$ 的余弦值．



17．（本小题满分 14 分）

从①前 n 项和 $S_n=n^2+p\ (p\in\mathbf{R})$，②$a_n=a_{n+1}-3$，③$a_6=11$ 且 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ 这三个条件中任选一个，补充到下面的问题中，并完成解答．

在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，________，其中 $n\in\mathbf{N}^*$．

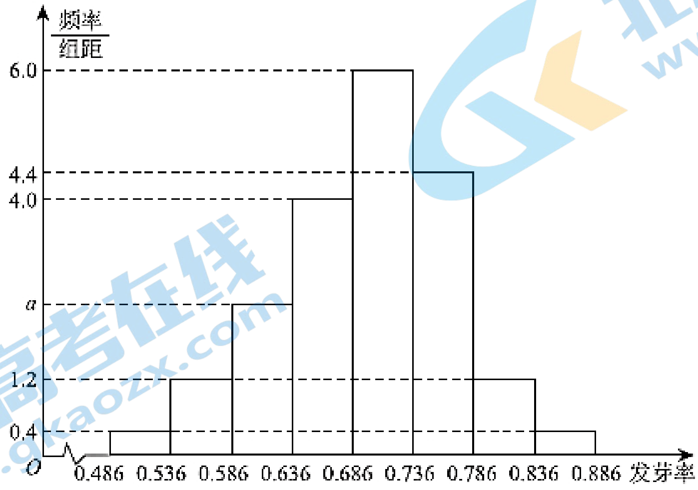
（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 a_1,a_n,a_m 成等比数列，其中 $m,n\in\mathbf{N}^*$，且 $m>n>1$，求 m 的最小值．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

18．（本小题满分 14 分）

某花卉企业引进了数百种不同品种的康乃馨，通过试验田培育，得到了这些康乃馨种子在当地环境下的发芽率，并按发芽率分为 8 组：$[0.486,0.536)$，$[0.536,0.586)$，…，$[0.836,0.886)$ 加以统计，得到如图所示的频率分布直方图．



企业对康乃馨的种子进行分级，将发芽率不低于 0.736 的种子定为“A 级”，发芽率低于 0.736 但不低于 0.636 的种子定为“B 级”，发芽率低于 0.636 的种子定为“C 级”．

（Ⅰ）现从这些康乃馨种子中随机抽取一种，估计该种子不是“C 级”种子的概率；

（Ⅱ）该花卉企业销售花种，且每份“A 级”、“B 级”“C 级”康乃馨种子的售价分别为 20 元、15 元、10 元．某人在市场上随机购买了该企业销售的康乃馨种子两份，共花费 X 元，以频率为概率，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）企业改进了花卉培育技术，使得每种康乃馨种子的发芽率提高到原来的 1.1 倍，那么对于这些康乃馨的种子，与旧的发芽率数据的方差相比，技术改进后发芽率数据的方差是否发生变化？若发生变化，是变大了还是变小了？（结论不需要证明）．

19．（本小题满分 14 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，右焦点为 F，点 $A(a,0)$，且 $|AF|=1$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过点 F 的直线 l（不与 x 轴重合）交椭圆 C 于点 M,N，直线 MA,NA 分别与直线 $x=4$ 交于点 P，Q，求 $\angle PFQ$ 的大小．

20．（本小题满分 15 分）

设函数 $f(x)=ae^{x}+\cos x$，其中 $a\in\mathbf{R}$．

（Ⅰ）已知函数 $f(x)$ 为偶函数，求 a 的值；

（Ⅱ）若 $a=1$，证明：当 $x>0$ 时，$f(x)>2$；

（Ⅲ）若 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 内有两个不同的零点，求 a 的取值范围．

21．（本小题满分 14 分）

设 N 为正整数，区间 $I_k=[a_k,a_k+1]$（其中 $a_k\in\mathbf{R}$，$k=1,2,\cdots,N$）同时满足下列两个条件：

①对任意 $x\in[0,100]$，存在 k 使得 $x\in I_k$；

②对任意 $k\in\{1,2,\cdots,N\}$，存在 $x\in[0,100]$，使得 $x\notin I_i$（其中 $i=1,2,\cdots,k-1,k+1,\cdots,N$）．

（Ⅰ）判断 $a_k\ (k=1,2,\cdots,N)$ 能否等于 $k-1$ 或 $\frac{k}{2}-1$；（结论不需要证明）．

（Ⅱ）求 N 的最小值；

（Ⅲ）研究 N 是否存在最大值，若存在，求出 N 的最大值；若不在在，说明理由．

2020 北京西城高三二模数学

参考到案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

1．C	2．A	3．B	4．D	5．A
6．B	7．D	8．A	9．A	10．D

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．$2\sqrt{5}$　　12．$y=\pm 2x$　　13．π，$\sqrt{2}+1$

14．乙，丁　　15．②③

注：第 14 题全部选对得 5 分，其他得 0 分；第 15 题全部选对得 5 分，不选或有错选得 0 分，其他得 3 分.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分．其他正确解答过程，请参照评分标准给分.

16．（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $DE\,//\,BF$，$DE\subset$ 平面 ADE，$BF\not\subset$ 平面 ADE，

所以 $BF\,//$ 平面 ADE.　　………………… 3 分

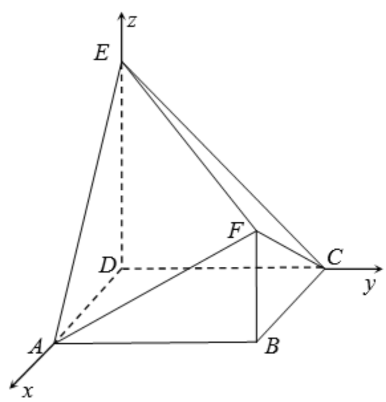
同理，得 $BC\,//$ 平面 ADE.

又因为 $BC\cap BF=B$，$BC\subset$ 平面 BCF，$BF\subset$ 平面 BCF，

所以平面 $BCF\,//$ 平面 ADE.　　………………… 6 分

（Ⅱ）由 $DE\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为正方形，

得 $DA,\ DC,\ DE$ 两两垂直，故分别以 $DA,\ DC,\ DE$ 为 x 轴，y 轴，z 轴，如图建立空间直角坐标系，　　………………… 7 分



则 $D(0,0,0)$，$E(0,0,2)$，$F(2,2,1)$，$A(2,0,0)$，

所以 $\overrightarrow{AE}=(-2,0,2)$，$\overrightarrow{AF}=(0,2,1)$.　　……… 8 分

设平面 AEF 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由 $\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}=0$，$\overrightarrow{AF}\cdot\boldsymbol{n}=0$，得 $\begin{cases}-2x+2z=0,\\ 2y+z=0,\end{cases}$

令 $y=1$，得 $\boldsymbol{n}=(-2,1,-2)$． ………………11 分

平面 DAE 的法向量 $\boldsymbol{m}=(0,1,0)$．

设钝二面角 $D-AE-F$ 的平面角为 θ，

则 $|\cos\theta|=|\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>|=|\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}|=\dfrac{1}{3}$，

所以 $\cos\theta=-\dfrac{1}{3}$，即钝二面角 $D-AE-F$ 的余弦值为 $-\dfrac{1}{3}$． ……………… 14 分

17．（本小题满分 14 分）

解：选择 ①：

（Ⅰ）当 $n=1$ 时，由 $S_1=a_1=1$，得 $p=0$． ……………… 2 分

当 $n\geqslant 2$ 时，由题意，得 $S_{n-1}=(n-1)^2$， ……………… 3 分

所以 $a_n=S_n-S_{n-1}=2n-1$（$n\geqslant 2$）． ……………… 5 分

经检验，$a_1=1$ 符合上式，

所以 $a_n=2n-1$ $(n\in\mathbf{N}^*)$． ……………… 6 分

（Ⅱ）由 a_1,a_n,a_m 成等比数列，得 $a_n^2=a_1a_m$， ……………… 8 分

即 $(2n-1)^2=1\times(2m-1)$． ……………… 9 分

化简，得 $m=2n^2-2n+1=2(n-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{2}$， ……………… 11 分

因为 m，n 是大于 1 的正整数，且 $m>n$，

所以当 $n=2$ 时，m 有最小值 5． ……………… 14 分

选择 ②：

（Ⅰ）因为 $a_n=a_{n+1}-3$，所以 $a_{n+1}-a_n=3$． ……………… 2 分

所以数列 $\{a_n\}$ 是公差 $d=3$ 的等差数列． ……………… 4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=3n-2$ $(n\in\mathbf{N}^*)$． ……………… 6 分

（Ⅱ）由 a_1,a_n,a_m 成等比数列，得 $a_n^2=a_1a_m$， ……………… 8 分

即 $(3n-2)^2=1\times(3m-2)$. ………………… 9 分

化简，得 $m=3n^2-4n+2=3(n-\frac{2}{3})^2+\frac{2}{3}$， ………………… 11 分

因为 m， n 是大于 1 的正整数，且 $m>n$，

所以当 $n=2$ 时， m 取到最小值 6. ………………… 14 分

选择 ③：

（Ⅰ）由 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$，得 $a_{n+1}-a_n=a_{n+2}-a_{n+1}$.

所以数列 $\{a_n\}$ 是等差数列. ………………… 2 分

又因为 $a_1=1$， $a_6=a_1+5d=11$，

所以 $d=2$. ………………… 4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2n-1(n\in\mathbf{N}^*)$. ………………… 6 分

（Ⅱ）因为 a_1,a_n,a_m 成等比数列，所以 $a_n^2=a_1a_m$， ………………… 8 分

即 $(2n-1)^2=1\times(2m-1)$. ………………… 9 分

化简，得 $m=2n^2-2n+1=2(n-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}$， ………………… 11 分

因为 m， n 是大于 1 的正整数，且 $m>n$，

所以当 $n=2$ 时， m 有最小值 5. ………………… 14 分

18. （本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）设事件 M 为：“从这些康乃馨种子中随机抽取一种，且该种子不是“C 级”种子”， ……………… 1 分

由图表，得 $(0.4+1.2+a+4.0+6.0+4.4+1.2+0.4)\times0.05=1$，

解得 $a=2.4$. ………………… 2 分

由图表，知“C 级”种子的频率为 $(0.4+1.2+2.4)\times0.05=0.2$， ………… 3 分

故可估计从这些康乃馨种子中随机抽取一种，该种子是“C 级”的概率为 0.2.

因为事件 M 与事件“从这些康乃馨种子中随机抽取一种，且该种子是“C 级”种子”为对立事件，

所以事件 M 的概率 $P(M)=1-0.2=0.8$. ………………… 5 分

（Ⅱ） 由题意，任取一种种子，恰好是“A 级”康乃馨的概率为$(4.4+1.2+0.4)\times 0.05=0.3$，

恰好是“B 级”康乃馨的概率为$(4.0+6.0)\times 0.05=0.5$，

恰好是“C 级”的概率为$(0.4+1.2+2.4)\times 0.05=0.2$． ………………… 7 分

随机变量 X 的可能取值有20，25，30，35，40，

且$P(X=20)=0.2\times 0.2=0.04$，

$P(X=25)=0.2\times 0.5+0.5\times 0.2=0.2$，

$P(X=30)=0.5\times 0.5+0.3\times 0.2+0.2\times 0.3=0.37$，

$P(X=35)=0.3\times 0.5+0.5\times 0.3=0.3$，

$P(X=40)=0.3\times 0.3=0.09$． ………………… 9 分

所以 X 的分布列为：

X	20	25	30	35	40
P	0.04	0.2	0.37	0.3	0.09

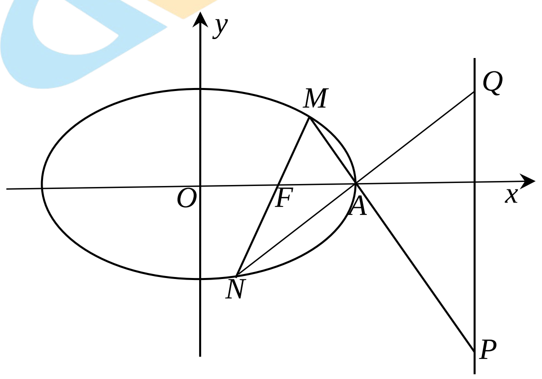
………………… 10 分

故 X 的数学期望$E(X)=20\times 0.04+25\times 0.2+30\times 0.37+35\times 0.3+40\times 0.09=31$．

………………… 11 分

（Ⅲ）与旧的发芽率数据的方差相比，技术改进后发芽率数据的方差变大了．…… 14 分

19．（本小题满分 14 分）



解：（Ⅰ）由题意得$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2},\\ a-c=1,\end{cases}$

解得$a=2$，$c=1$， ……………… 3 分

从而$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$，

所以椭圆 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$． … 5 分

（Ⅱ）当直线l的斜率不存在时，有$M(1,\dfrac{3}{2})$，$N(1,-\dfrac{3}{2})$，$P(4,-3)$，$Q(4,3)$，$F(1,0)$，

则 $\overrightarrow{FP}=(3,-3)$，$\overrightarrow{FQ}=(3,3)$，故 $\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=0$，即 $\angle PFQ=90^\circ$． ………… 6 分

当直线 l 的斜率存在时，设 $l:y=k(x-1)$，其中 $k\neq 0$． ……………… 7 分

联立 $\begin{cases} y=k(x-1), \\ 3x^2+4y^2=12, \end{cases}$ 得 $(4k^2+3)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$． ……………… 8 分

由题意，知 $\Delta>0$ 恒成立，

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{4k^2+3}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{4k^2+3}$． ………… 9 分

直线 MA 的方程为 $y=\dfrac{y_1}{x_1-2}(x-2)$． ……………… 10 分

令 $x=4$，得 $y_P=\dfrac{2y_1}{x_1-2}$，即 $P(4,\dfrac{2y_1}{x_1-2})$． ……………… 11 分

同理可得 $Q(4,\dfrac{2y_2}{x_2-2})$． ……………… 12 分

所以 $\overrightarrow{FP}=(3,\dfrac{2y_1}{x_1-2})$，$\overrightarrow{FQ}=(3,\dfrac{2y_2}{x_2-2})$．

因为 $\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=9+\dfrac{4y_1y_2}{(x_1-2)(x_2-2)}=9+\dfrac{4k^2(x_1-1)(x_2-1)}{(x_1-2)(x_2-2)}=9+\dfrac{4k^2[x_1x_2-(x_1+x_2)+1]}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$

$$=9+\frac{4k^2(\frac{4k^2-12}{4k^2+3}-\frac{8k^2}{4k^2+3}+1)}{\frac{4k^2-12}{4k^2+3}-\frac{16k^2}{4k^2+3}+4}=9+\frac{4k^2[(4k^2-12)-8k^2+(4k^2+3)]}{(4k^2-12)-16k^2+4(4k^2+3)}=0,$$ 所以

$\angle PFQ=90^\circ$．

综上，$\angle PFQ=90^\circ$． ……………… 14 分

20．（本小题满分 15 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)$ 为偶函数，

所以 $f(-\pi)=f(\pi)$，即 $ae^{-\pi}-1=ae^{\pi}-1$， ……………… 2 分

解得 $a=0$．

验证知 $a=0$ 符合题意. ……………… 4 分

（Ⅱ）$f'(x)=\mathrm{e}^x-\sin x$． ……………… 6 分

由 $x>0$，得 $e^x>1$， $\sin x\in[-1,1]$，　　………………… 7 分

则 $f'(x)=e^x-\sin x>0$，即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数.

故 $f(x)>f(0)=2$，即 $f(x)>2$.　　…………………9 分

（III）由 $f(x)=ae^x+\cos x=0$，得 $a=-\dfrac{\cos x}{e^x}$.

设函数 $h(x)=-\dfrac{\cos x}{e^x}$， $x\in[0,\pi]$，　　………………… 10 分

则 $h'(x)=\dfrac{\sin x+\cos x}{e^x}$.　　………………… 11 分

令 $h'(x)=0$，得 $x=\dfrac{3\pi}{4}$.

随着 x 变化， $h'(x)$ 与 $h(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(0,\frac{3\pi}{4})$	$\frac{3\pi}{4}$	$(\frac{3\pi}{4},\pi)$
$h'(x)$	+	0	−
$h(x)$	↗	极大值	↘

所以 $h(x)$ 在 $(0,\dfrac{3\pi}{4})$ 上单调递增，在 $(\dfrac{3\pi}{4},\pi)$ 上单调递减.　　………………… 13 分

又因为 $h(0)=-1$， $h(\pi)=e^{-\pi}$， $h(\dfrac{3\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{3\pi}{4}}$，

所以当 $a\in[e^{-\pi},\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{3\pi}{4}})$ 时，方程 $a=-\dfrac{\cos x}{e^x}$ 在区间 $[0,\pi]$ 内有两个不同解，且在区间 $[0,\dfrac{3\pi}{4})$ 与 $(\dfrac{3\pi}{4},\pi]$ 上各有一个解.

即所求实数 a 的取值范围为 $[e^{-\pi},\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{3\pi}{4}})$.　　………………… 15 分

21．（本小题满分 14 分）

解：（I） a_k 可以等于 $k-1$，但 a_k 不能等于 $\dfrac{k}{2}-1$.　　………………… 3 分

（II）记 $b-a$ 为区间 $[a,b]$ 的长度，

则区间$[0,100]$的长度为100，I_k的长度为1.

由①，得 $N \geqslant 100$. ………………… 6 分

又因为$I_1=[0,1]$，$I_2=[1,2]$，…，$I_{100}=[99,100]$显然满足条件①，②.

所以 N 的最小值为100. ………………… 8 分

(III) N 的最大值存在，且为200. ………………… 9 分

解答如下：

（1）首先，证明 $N\leqslant 200$.

由②, 得 $I_1,I_2,\cdots,I_N$ 互不相同，且对于任意k，$I_k\cap[0,100]\neq\varnothing$.

不妨设 $a_1<a_2<\cdots<a_n<\cdots$.

如果$a_2\leqslant 0$，那么对于条件②，当$k=1$时，不存在$x\in[0,100]$，使得$x\notin I_i\ (i=2,3,\cdots,N)$.

这与题意不符，故$a_2>0$. ………………… 10 分

如果$a_{k+1}\leqslant a_{k-1}+1$，那么$I_k\subseteq I_{k-1}\cup I_{k+1}$，

这与条件②中“存在$x\in[0,100]$，使得$x\notin I_i\ (i=1,2,\cdots,k-1,k+1,\cdots N)$”矛盾，

故$a_{k+1}>a_{k-1}+1$.

所以$a_4>a_2+1>1$，$a_6>a_4+1>2$，…，$a_{200}>a_{198}+1>99$，

则$a_{200}+1>100$.

故$I_1\cup I_2\cup\cdots\cup I_{200}\supseteq[0,100]$.

若存在I_{201}，这与条件②中“存在$x\in[0,100]$，使得$x\notin I_i\ (i=1,2,\cdots,200)$”矛盾，

所以 $N\leqslant 200$. ………………… 12 分

（2）给出 $N=200$ 存在的例子 .

令$a_k=-\frac{1}{2}+\frac{100}{199}(k-1)$，其中$k=1,2,\cdots,200$，即$a_1,a_2,\cdots,a_{200}$为等差数列，公差$d=\frac{100}{199}$.

由$d<1$，知$I_k\cap I_{k+1}\neq\varnothing$，则易得$I_1\cup I_2\cup\cdots\cup I_{200}=[-\frac{1}{2},\frac{201}{2}]$，

所以$I_1,I_2,\cdots,I_{200}$满足条件①.

又公差 $d=\frac{100}{199}>\frac{1}{2}$，

所以 $\frac{100}{199}(k-1)\in I_k$， $\frac{100}{199}(k-1)\notin I_i\ (i=1,2,\cdots,k-1,k+1,\cdots N)$．（注：$\frac{100}{199}(k-1)$ 为区间 I_k 的中点对应的数）

所以 $I_1,I_2,\cdots,I_{200}$ 满足条件②.

综合（1）（2）可知 N 的最大值存在，且为 200． ………………… 14 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。