2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

1. C	2. C	3. B	4. B	5. D	6. C
7. D	8. B	9. A	10. D	11. A	12. B

二、填空题

13. $y=3x$　14. $\frac{5}{8}$　15. -4　16. $\sqrt{2}$

三、解答题

17. 解：

（1）由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{40}{50}=0.8$，因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.8.

女顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{30}{50}=0.6$，因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.6.

（2）$K^2=\frac{100\times(40\times20-30\times10)^2}{50\times50\times70\times30}\approx4.762$.

由于$4.762>3.841$，故有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异.

18. 解：

（1）设$\{a_n\}$的公差为d.

由$S_9=-a_5$得$a_1+4d=0$.

由$a_3=4$得$a_1+2d=4$.

于是$a_1=8$，$d=-2$.

因此$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=10-2n$.

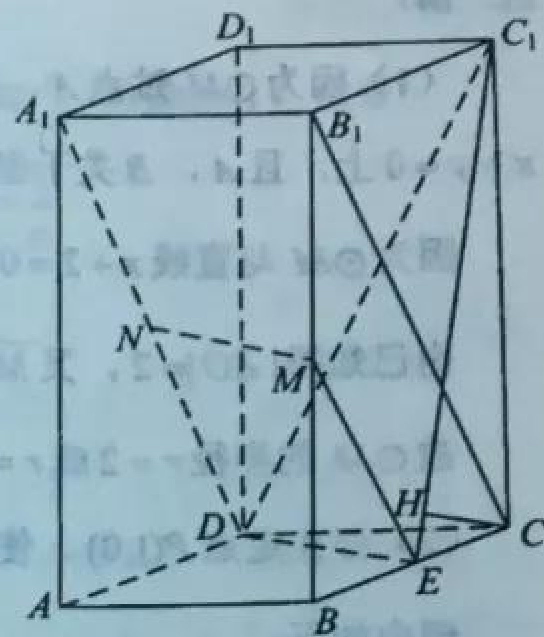
（2）由（1）得$a_1=-4d$，故$a_n=(n-5)d$，$S_n=\frac{n(n-9)d}{2}$.

由$a_1>0$知$d<0$，故$S_n\geqslant a_n$等价于$n^2-11n+10\leqslant0$，解得$1\leqslant n\leqslant10$.

所以n的取值范围是$\{n\mid1\leqslant n\leqslant10,n\in\mathbf{N}\}$.

19．解：

（1）连结 B_1C，ME．因为 M，E 分别为 BB_1，BC 的中点，所以 $ME \parallel B_1C$，且 $ME=\frac{1}{2}B_1C$．又因为 N 为 A_1D 的中点，所以 $ND=\frac{1}{2}A_1D$．



由题设知 $A_1B_1 \underline{\underline{\parallel}} DC$，可得 $B_1C \underline{\underline{\parallel}} A_1D$，故 $ME \underline{\underline{\parallel}} ND$，因此四边形 $MNDE$ 为平行四边形，$MN \parallel ED$．又 $MN \not\subset$ 平面 C_1DE，所以 $MN \parallel$ 平面 C_1DE．

（2）过 C 作 C_1E 的垂线，垂足为 H．

由已知可得 $DE \perp BC$，$DE \perp C_1C$，所以 $DE \perp$ 平面 C_1CE，故 $DE \perp CH$．

从而 $CH \perp$ 平面 C_1DE，故 CH 的长即为 C 到平面 C_1DE 的距离．

由已知可得 $CE=1$，$C_1C=4$，所以 $C_1E=\sqrt{17}$，故 $CH=\frac{4\sqrt{17}}{17}$．从而点 C 到平面 C_1DE 的距离为 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$．

20．解：

（1）设 $g(x)=f'(x)$，则 $g(x)=\cos x+x\sin x-1$，$g'(x)=x\cos x$．

当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$g'(x)>0$；当 $x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 时，$g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 单调递增，在 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 单调递减．

又 $g(0)=0$，$g(\frac{\pi}{2})>0$，$g(\pi)=-2$，故 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 存在唯一零点．

所以 $f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 存在唯一零点．

（2）由题设知 $f(\pi)\geqslant a\pi$，$f(\pi)=0$，可得 $a\leqslant 0$．

由（1）知，$f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 只有一个零点，设为 x_0，且当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(x_0,\pi)$ 时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递增，在 (x_0,π) 单调递减．

又 $f(0)=0$，$f(\pi)=0$，所以，当 $x\in[0,\pi]$ 时，$f(x)\geqslant 0$．

又当 $a\leqslant 0$，$x\in[0,\pi]$ 时，$ax\leqslant 0$，故 $f(x)\geqslant ax$．

因此，a 的取值范围是 $(-\infty,0]$．

21．解：

（1）因为$\odot M$过点A，B，所以圆心M在AB的垂直平分线上．由已知A在直线$x+y=0$上，且A，B关于坐标原点O对称，所以M在直线$y=x$上，故可设$M(a,a)$．

因为$\odot M$与直线$x+2=0$相切，所以$\odot M$的半径为$r=|a+2|$．

由已知得$|AO|=2$，又$\overrightarrow{MO}\perp\overrightarrow{AO}$，故可得$2a^2+4=(a+2)^2$，解得$a=0$或$a=4$．

故$\odot M$的半径$r=2$或$r=6$．

（2）存在定点$P(1,0)$，使得$|MA|-|MP|$为定值．

理由如下：

设$M(x,y)$，由已知得$\odot M$的半径为$r=|x+2|$，$|AO|=2$．

由于$\overrightarrow{MO}\perp\overrightarrow{AO}$，故可得$x^2+y^2+4=(x+2)^2$，化简得$M$的轨迹方程为$y^2=4x$．

因为曲线C：$y^2=4x$是以点$P(1,0)$为焦点，以直线$x=-1$为准线的抛物线，所以$|MP|=x+1$．

因为$|MA|-|MP|=r-|MP|=x+2-(x+1)=1$，所以存在满足条件的定点$P$．

22．解：

（1）因为$-1<\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\leqslant 1$，且$x^2+(\dfrac{y}{2})^2=(\dfrac{1-t^2}{1+t^2})^2+\dfrac{4t^2}{(1+t^2)^2}=1$，所以$C$的直角坐标方程为$x^2+\dfrac{y^2}{4}=1\ (x\neq -1)$．

l的直角坐标方程为$2x+\sqrt{3}y+11=0$．

（2）由（1）可设C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数，$-\pi<\alpha<\pi$）．

C上的点到l的距离为

$$\frac{|2\cos\alpha+2\sqrt{3}\sin\alpha+11|}{\sqrt{7}}=\frac{4\cos(\alpha-\frac{\pi}{3})+11}{\sqrt{7}}.$$

当$\alpha=-\dfrac{2\pi}{3}$时，$4\cos(\alpha-\dfrac{\pi}{3})+11$取得最小值7，故$C$上的点到$l$距离的最小值为$\sqrt{7}$．

23. **解**:

（1）因为$a^2+b^2\geqslant 2ab$，$b^2+c^2\geqslant 2bc$，$c^2+a^2\geqslant 2ac$，又$abc=1$，故有

$$a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ca=\frac{ab+bc+ca}{abc}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}.$$

所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\leqslant a^2+b^2+c^2$.

（2）因为a，b，c为正数且$abc=1$，故有

$$\begin{aligned}(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3&\geqslant 3\sqrt[3]{(a+b)^3(b+c)^3(a+c)^3}\\&=3(a+b)(b+c)(a+c)\\&\geqslant 3\times(2\sqrt{ab})\times(2\sqrt{bc})\times(2\sqrt{ac})\\&=24.\end{aligned}$$

所以$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geqslant 24$.