

平谷区 2018-2019 学年度第二学期质量监控试题

高三数学(理)

2019、3

考 生 须 知	<p>1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间为 120 分钟。</p> <p>2. 试题所有答案必须书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>3. 考试结束后，将答题卡交回，试卷按学校要求保存好。</p>
------------------	---

第 I 卷（选择题 共 40 分）

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分；在每个小题列出的四个选项中，只有一项是符合要求的。）

1. 已知集合  $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$

- A.  $\{0\}$     B.  $\{0, 1\}$     C.  $\{0, 2\}$     D.  $\{0, 1, 2\}$

2. 下列函数中，在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数的是 ( )

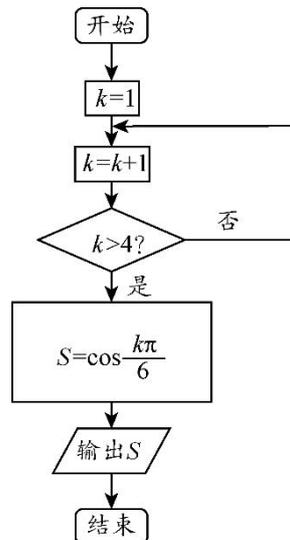
- A.  $y = \frac{1}{x}$     B.  $y = \ln x$     C.  $y = \sin x$     D.  $y = 2^{-x}$

3. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x + 2y - 4 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  则  $z = y - x$  的最小值为 ( )

- A. -2    B. 2    C. -4    D. 4

4. 执行如右图所示的程序框图，输出  $S$  的值为 ( ) .

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
C.  $-\frac{1}{2}$   
D.  $\frac{1}{2}$





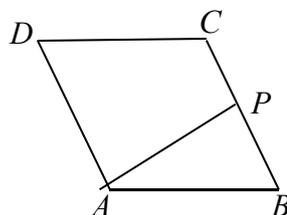
11. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关……”其大意为：“某人从距离关口三百七十八里处出发，第一天走得轻快有力，从第二天起，由于脚痛，每天走的路程为前一天的一半，共走了六天到达关口……”那么该人第一天走的路程为\_\_\_\_\_

12 设双曲线  $C$  经过点  $(4,3)$ ，且与  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  具有相同渐近线，则  $C$  的方程为\_\_\_\_\_；

离心率为\_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  (其中  $\varphi$  为实数), 若  $f(x) \leq |f(\frac{\pi}{6})|$  对  $x \in R$  恒成立, 则满足条件的  $\varphi$  值为\_\_\_\_\_ (写出满足条件的一个  $\varphi$  值即可)

14. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle B = \frac{\pi}{3}$ ,  $AB = 4$ ,



(1) 若  $P$  为  $BC$  的中点, 则  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} =$  \_\_\_\_\_

(2) 点  $P$  在线段  $BC$  上运动, 则  $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$  的最小值为\_\_\_\_\_

**三、解答题：(本大题共 6 小题，共 80 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)**

15. (本小题满分 13 分)

已知  $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ ,  $A, B, C$  为  $\triangle ABC$  的三个内角,  $BC = 2, f(A) = 0$

(I) 求  $A$  角;

(II) 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

16. (本小题满分 13 分)

随着社会的进步, 经济的发展, 道路上的汽车越来越多, 随之而来的交通事故也增多. 据有关部门调查, 发生车祸的驾驶员中尤其是 21 岁以下年轻人所占比例居高, 因此交通管理部门, 对 2018 年参加驾照考试的 21 岁以下学员随机抽取 10 名学员, 对他们参加的科目三(道路驾驶)和科目四(安全文明驾驶相关知识)进行两轮现场测试, 并把两轮测试成绩的平均分作为该名学员的抽测成绩. 记录的数据如下:

学员 编号	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	6 号	7 号	8 号	9 号	10 号
科目三测试成绩	92	90	92	91	92	90	89	93	92	91
科目四测试成绩	94	88	86	90	90	87	94	89	89	91

(1) 从 2018 年参加驾照考试的 21 岁以下学员中随机选取一名学员, 试估计这名学员抽测成绩大于或等于 90 分的概率;

(2) 根据规定, 科目三和科目四测试成绩均达到 90 分以上(含 90)才算测试合格.

专注北京高考升学

(i) 从抽测的 1 号至 5 号学员中任取两名学员，记  $X$  为学员测试合格的人数，求  $X$  的分布列和数学期望  $E(X)$ ；

(ii) 记抽取的 10 名学员科目三和科目四测试成绩的方差分别为  $s_1, s_2$ ，试比较  $s_1$  与  $s_2$  的大小。

17. (本小题满分 14 分)

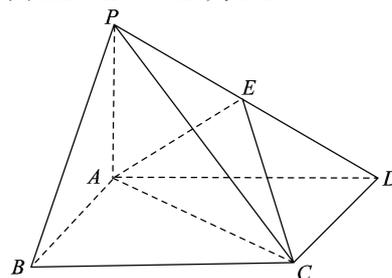
如图，四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  为矩形， $PA \perp$  平面  $ABCD$ ， $E$  为  $PD$  上的一点， $PB \parallel$  平面  $AEC$ ；

(I) 求证： $E$  为  $PD$  的中点；

(II) 求证： $CD \perp AE$

(III) 设二面角  $D-AE-C$  为  $60^\circ$ ， $AP=1$ ，

$AD=\sqrt{3}$ ，求  $AB$  长。



18. (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = x - \frac{a}{x} - (a+1)\ln x$ ，

(I) 若函数  $f(x)$  在点  $(3, f(3))$  处切线斜率为 0，求  $a$  的值；

(II) 求函数  $y = f(x)$  的单调递增区间；

(III) 若  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极大值，求  $a$  的取值范围。

19. (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，短轴长为 2；

(I) 求椭圆的标准方程；

(II) 设椭圆上顶点  $A$ ，左、右顶点分别为  $B$ 、 $C$ 。直线  $l \parallel AB$  且交椭圆于  $E$ 、 $F$  两点，点  $E$  关于  $y$  轴的对称点为点  $G$ ，求证： $CF \parallel AG$ 。

20. (本小题满分 13 分)

给定数列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，对于  $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ ，该数列前  $i$  项的最大值记为  $A_i$ ，后  $n-i$  项  $a_{i+1}, a_{i+2}, a_{i+3}, \dots, a_n$  的最小值记为  $B_i$ ， $d_i = A_i - B_i$ 。

(I) 若  $\{a_n\}$  为 3, 4, 7, 5, 2，写出  $d_1, d_2, d_3, d_4$  的值；

(II) 设  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ( $n \geq 4$ ) 是  $a_1 > 0$ ，公比  $q > 1$  的等比数列，证明： $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{n-1}$  成等比数列

(III) 设  $m > 0$ ，证明： $d_i = -m(i=1,2,3\cdots n-1)$  的充分必要条件为  $\{a_n\}$  是公差为  $m$  的等差数列；

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线\_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

## 北京高考资讯

### 关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980