数 学 试 卷

（试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1．已知集合 $A=\{-1,0,1\}$， $B=\{x|x^2\geq 1\}$ ，则 $A\cup(\complement_{\mathrm{R}}B)=$

（A） $\{-1,1\}$　　（B） $\{-1,0,1\}$　　（C） $\{x|x\leq 1\}$　　（D） $\{x|-1\leq x\leq 1\}$

2．已知复数 $z=\mathrm{i}\cdot(2+\mathrm{i})$，则复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点在

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

3．已知三条不同的直线 l,m,n 和两个不同的平面 α， β，下列四个命题中正确的为

（A）若 $m//\alpha$， $n//\alpha$，则 $m//n$　　（B）若 $l//m$， $m\subset\alpha$，则 $l//\alpha$

（C）若 $l//\alpha$， $l//\beta$，则 $\alpha//\beta$　　（D）若 $l//\alpha$， $l\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

4．设 $(2x-1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_5=$

（A） -2　　（B） -1　　（C） 1　　（D） 2

5．设 $a=2^{0.3}$， $b=\sin 28^\circ$， $c=\ln 2$，则

（A） $c<b<a$　　（B） $b<c<a$　　（C） $a<b<c$　　（D） $b<a<c$

6．已知抛物线 C： $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，点 A 是抛物线 C 上一点，$AD\perp l$ 于 D.若 $AF=2$， $\angle DAF=60^\circ$，则抛物线 C 的方程为

（A） $y^2=8x$　　（B） $y^2=4x$　　（C） $y^2=2x$　　（D） $y^2=x$

7．已知点 P 是双曲线 $C:x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的一条渐近线 $y=kx(k>0)$ 上一点， F 是双曲线 C 的右焦点，若△OPF 的面积为5，则点 P 的横坐标为

（A） $\pm\sqrt{5}$　　（B） $\sqrt{5}$　　（C） $\pm 2\sqrt{5}$　　（D） $2\sqrt{5}$

8．在△ABC 中， $AC=3$， $BC=\sqrt{7}$， $AB=2$，则 AB 边上的高等于

（A） $2\sqrt{3}$　　（B） $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　　（C） $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$　　（D） $\dfrac{3}{2}$

9．某大楼共有12层，有11人在第1层上了电梯，他们分别要去第2至第12层，每层1人．因特殊原因，电梯只允许停1次，只可使1人如愿到达，其余10人都要步行到达所去的楼层．假设这10位乘客的初始“不满意度”均为0，乘客每向下步行1层的“不满意度”增量为1，每向上步行1层的“不满意度”增量为2，10人的“不满意度”之和记为S，则S的最小值是

（A）42　　（B）41　　（C）40　　（D）39

10．有三支股票 A，B，C，28 位股民的持有情况如下：每位股民至少持有其中一支股票．在不持有 A 股票的人中，持有 B 股票的人数是持有 C 股票的人数的 2 倍．在持有 A 股票的人中，只持有 A 股票的人数比除了持有 A 股票外，同时还持有其它股票的人数多 1．在只持有一支股票的人中，有一半持有 A 股票．则只持有 B 股票的股民人数是

（A）7　　（B）6　　（C）5　　（D）4

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.）

11．已知向量$\boldsymbol{a}=(t,4)$，$\boldsymbol{b}=(1,t)$，若$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，则实数$t=$_________.

12．设数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=4^{n-1}-1$,则$a_n=$______ ；使得命题“$\forall n>N_0,n\in\mathbf{N}^*$，都有$a_{n+1}-a_n>100$”为真命题的一个$N_0$的值为________.

13．已知圆$C:x^2+(y-1)^2=2$，若点P在圆C上，并且点P到直线$y=x$的距离为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则满足条件的点P的个数为___________.

14．已知函数$f(x)=-\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$满足：$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x+\dfrac{\pi}{2})=-f(x)$，$f(x+\dfrac{\pi}{6})=-f(\dfrac{\pi}{6}-x)$，且在$\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right)$单调递减，则$\omega=$________，$\varphi=$________.

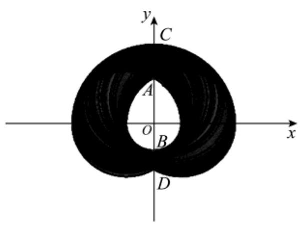
15．已知集合$P=\left\{(x,y)\,|\,(x-\cos\theta)^2+(y-\sin\theta)^2=4,0\le\theta\le\pi\right\}$.由集合$P$中所有的点组成的图形如图中阴影部分所示，中间白色部分形如美丽的“水滴”．给出下列结论：

①白色“水滴”区域（含边界）任意两点间距离的最大值为$1+\sqrt{3}$；

②在阴影部分任取一点M，则M到坐标轴的距离小于等于 3；

③阴影部分的面积为8π；

④阴影部分的内外边界曲线长为8π.



其中正确的有__________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

16.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=2\cos^2\omega_1 x-\sin\omega_2 x$.

（Ⅰ）求 $f(0)$ 的值；

（Ⅱ）从① $\omega_1=1$，$\omega_2=2$； ② $\omega_1=1$，$\omega_2=1$ 这两个条件中任选一个，作为题目的已知条件，求函数 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}]$ 上的最小值，并直接写出函数 $f(x)$ 的一个周期.

注：如果选择两个条件分别解答，按第一个解答计分。

17.（本小题满分 13 分）

某中学为了解高二年级中华传统文化经典阅读的情况，从高二年级随机抽取 10 名学生进行了两轮测试，并把两轮测试成绩的平均分作为该名学生的考核成绩．记录的数据如下：

	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	6 号	7 号	8 号	9 号	10 号
第一轮测试成绩	96	89	88	88	92	91	87	90	92	90
第二轮测试成绩	90	90	91	88	88	87	96	92	89	92

（Ⅰ）从该校高二年级随机选取一名学生，试估计这名学生考核成绩大于 90 分的概率；

（Ⅱ）为进一步研究这 10 名同学的成绩，从考核成绩小于 90 分的学生中随机抽取两人，记这两人中两轮测试至少有一次大于 90 分的人数为 X，求 X 的分布列与数学期望；

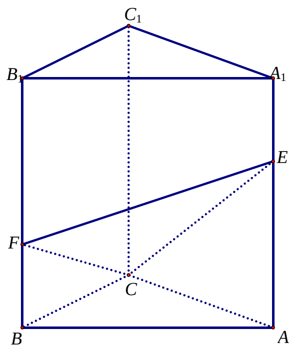
（Ⅲ）记抽取的 10 名学生第一轮测试的平均数和方差分别为 $\overline{x_1}$，s_1^2，考核成绩的平均数和方差分别为 $\overline{x_2}$，s_2^2，试比较 $\overline{x_1}$ 与 $\overline{x_2}$， s_1^2 与 s_2^2 的大小．（只需写出结论）

18.（本小题满分 14 分）

如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，E，F 分别是棱 AA_1，BB_1 上的点，$A_1E=BF=\frac{1}{3}AA_1$.

（Ⅰ）证明：平面 $CEF\perp$ 平面 ACC_1A_1；

（Ⅱ）若 $AC=AE=2$，求二面角 $E-CF-C_1$ 的余弦值.



19．（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{2}ax^2-\ln(1+x)$，其中 $a>0$.

（Ⅰ）若 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 a 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调区间；

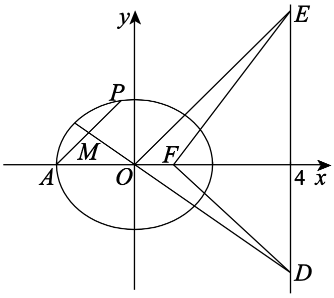
（Ⅲ）若 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最大值是 0，求 a 的取值范围.

20．（本小题满分 15 分）

椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 2，$A(-a,0)$，F 为椭圆右焦点，$|AF|=3$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程与离心率；

（Ⅱ）设 O 为原点，P 为椭圆上一点，AP 的中点为 M．直线 OM 与直线 $x=4$ 交于点 D，过 O 且平行于 AP 的直线与直线 $x=4$ 交于点 E．求证：$\angle ODF=\angle OEF$．



21．（本小题满分 15 分）

有限数列 $A_n:a_1,a_2,\cdots,a_n.(n\geq 3)$ 同时满足下列两个条件：

① 对于任意的 i,j（$1\leq i<j\leq n$），$a_i<a_j$；

② 对于任意的 i,j,k（$1\leq i<j<k\leq n$），a_ia_j，a_ja_k，a_ia_k 三个数中至少有一个数是数列 A_n 中的项.

（Ⅰ）若 $n=4$，且 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=a$，$a_4=6$，求 a 的值；

（Ⅱ）证明：$2,3,5$ 不可能都是数列 A_n 中的项；

（Ⅲ）求 n 的最大值.

参 考 答 案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	D	D	B	C	A	B	C	A

二、填空题

11. ± 2 12. $\begin{cases} 3\times 4^{n-2}, & n\geq 2 \\ 0, & n=1 \end{cases}$ ；$N_0 \geq 3$ 即可，答案不唯一

13. 3 14. $2,-\dfrac{\pi}{3}$ 15. ①②④

三、解答题

16. 解：（Ⅰ）$f(0)=2\cos^2 0+\sin 0=2$. ……………………………3 分

（Ⅱ）选择条件①. $f(x)$ 的一个周期为 π. ……………………………5 分

$f(x)=2\cos^2 x-\sin 2x=(\cos 2x+1)-\sin 2x$

$=-\sqrt{2}(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x)+1=-\sqrt{2}\sin(2x-\dfrac{\pi}{4})+1$. ……………………………9 分

因为 $x\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$，所以 $2x-\dfrac{\pi}{4}\in[-\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{\pi}{12}]$.

所以 $-1\leq\sin(2x-\dfrac{\pi}{4})\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $0\leq f(x)\leq 1+\sqrt{2}$. ……………………………11 分

当 $2x-\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{5\pi}{4}$ 时，即 $x=-\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$ 取得最小值 0 . ………13 分

选择条件②. $f(x)$ 的一个周期为 2π. ……………………………5 分

$f(x)=2\cos^2 x-\sin x=2(1-\sin^2 x)-\sin x=-2(\sin x+\dfrac{1}{4})^2+\dfrac{17}{8}$. ……………………9 分

因为 $x\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$，所以 $\sin x\in[-1,\dfrac{1}{2}]$. ……………………………11 分

所以 当 $\sin x=-1$ 时，即 $x=-\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$ 取得最小值 1. …………13 分

17. 解:（Ⅰ）这 10 名学生的考核成绩（单位：分）分别为：93，89.5，89，88，90，88.5，91.5，91，90.5，91.

其中大于 90 分的有 1 号、7 号、8 号、9 号、10 号，共 5 人.

所以样本中学生考核成绩大于 90 分的频率为：$\dfrac{5}{10}=0.5$，

从该校高二年级随机选取一名学生，

估计这名学生考核成绩大于90分的概率为0.5．…………………………………4 分

（Ⅱ）在随机抽取的 10 名同学中，考核成绩小于 90 分的有 2 号、3 号、4 号、6 号共 4 人，其中两轮测试成绩至少有一次大于 90 分的有 3 号、6 号共 2 人.

则 X 的取值范围是 $\{0,1,2\}$

$P(X=0)=\dfrac{C_2^2}{C_4^2}=\dfrac{1}{6}$， $P(X=1)=\dfrac{C_2^1C_2^1}{C_4^2}=\dfrac{2}{3}$， $P(X=2)=\dfrac{C_2^2}{C_4^2}=\dfrac{1}{6}$

X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

X 的数学期望为 $EX=0\times\dfrac{1}{6}+1\times\dfrac{2}{3}+2\times\dfrac{1}{6}=1$ ……………………………10 分

（Ⅲ）$\overline{x_1}=\overline{x_2}$， $s_1^2>s_2^2$．…………………………………………………………13 分

18. 证明：（Ⅰ）取 CA,CE 中点 M,N，连 BM,NM,NF．

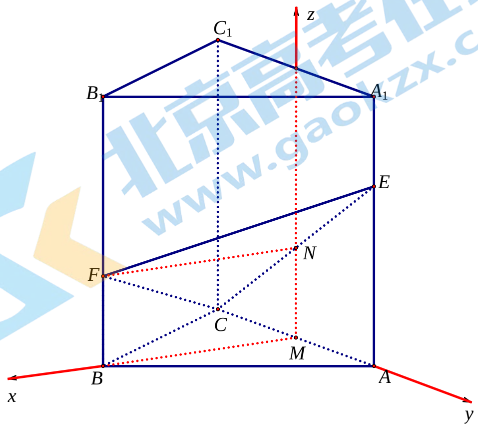
在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，有 $AA_1\perp$ 面 ABC， $BF//AA_1$，………………………2 分

又 $AA_1\subset$ 面 AA_1C_1C，所以面 $ABC\perp$ 面 AA_1C_1C，

在正△ ABC 中， M 为中点，所以 $BM\perp AC$，

又 $BM\subset$ 面 ABC，面 $ABC\cap$ 面 $AA_1C_1C=AC$，

所以 $BM\perp$ 面 AA_1C_1C， ……………………4 分



又 M,N 为中点， $A_1E=BF=\dfrac{1}{3}AA_1$，

所以 $MN//AA_1$， $MN=BF$，

所以 $BF\underline{\underline{//}}MN$，所以四边形 $MNFB$ 为平行四边形，

所以 $FN//BM$． …………………6 分

所以 $FN\perp$ 面 AA_1C_1C，

又 $FN\subset$ 面 CEF，

所以平面 $CEF\perp$ 平面 ACC_1A_1．……………………………7 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）$BM\perp AC$，$MN//AA_1$，$AA_1\perp$面ABC，所以$MN\perp$面ABC，于是

MB,MA,MN两两垂直，如图建系. ……………………………8 分

因为$AC=AE=2$，所以$C(0,-1,0),F(\sqrt{3},0,1),E(0,1,2),C_1(0,-1,3)$

所以$\overrightarrow{FC}=\left(-\sqrt{3},-1,-1\right),\overrightarrow{CE}=\left(0,2,2\right),\overrightarrow{CC_1}=\left(0,0,2\right)$

设平面EFC的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FC}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}x+y+z=0\\ 2y+2z=0\end{cases}$，取$y=1$，则$x=0,z=-1$，所以$\boldsymbol{n}=(0,1,-1)$

设平面C_1FC的法向量为$\boldsymbol{m}=(a,b,c)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{FC}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CC_1}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}a+b+c=0\\ 2c=0\end{cases}$，取$a=1$，则$c=0,b=-\sqrt{3}$，所以$\boldsymbol{m}=(1,-\sqrt{3},0)$……11 分

设二面角$E-CF-C_1$的大小为θ

则$|\cos\theta|=|\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>|=\left|\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times 2}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ …………………13 分

由图知θ为锐角，所以二面角$E-CF-C_1$的余弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. …………………14 分

19.（Ⅰ）解：$f'(x)=\dfrac{x(1-a-ax)}{x+1}$，$x\in(-1,+\infty)$. ………………2 分

依题意，令$f'(2)=0$，解得 $a=\dfrac{1}{3}$. ………………3 分

经检验，$a=\dfrac{1}{3}$时，符合题意. ………………4 分

（Ⅱ）解：① 当$a=0$时，$f'(x)=\dfrac{x}{x+1}$.

故$f(x)$的单调增区间是$(0,+\infty)$；单调减区间是$(-1,0)$. ………………5 分

② 当$a>0$时，令$f'(x)=0$，得$x_1=0$，或$x_2=\dfrac{1}{a}-1$.

当$0<a<1$时，$f(x)$与$f'(x)$的情况如下：

x	$(-1,x_1)$	x_1	(x_1,x_2)	x_2	$(x_2,+\infty)$
$f'(x)$	–	0	+	0	+
$f(x)$	↘	$f(x_1)$	↗	$f(x_2)$	↘

所以，$f(x)$ 的单调增区间是 $(0,\frac{1}{a}-1)$；单调减区间是 $(-1,0)$ 和 $(\frac{1}{a}-1,+\infty)$. …6 分

当 $a=1$ 时，$f(x)$ 的单调减区间是 $(-1,+\infty)$. ……………7 分

当 $a>1$ 时，$-1<x_2<0$，$f(x)$ 与 $f'(x)$ 的情况如下：

x	$(-1,x_2)$	x_2	(x_2,x_1)	x_1	$(x_1,+\infty)$
$f'(x)$	–	0	+	0	+
$f(x)$	↘	$f(x_2)$	↗	$f(x_1)$	↘

所以，$f(x)$ 的单调增区间是 $(\frac{1}{a}-1,0)$；单调减区间是 $(-1,\frac{1}{a}-1)$ 和 $(0,+\infty)$.

…………………8 分

综上，

当 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 的增区间是 $(0,\frac{1}{a}-1)$，减区间是 $(-1,0)$ 和 $(\frac{1}{a}-1,+\infty)$；

当 $a=1$ 时，$f(x)$ 的减区间是 $(-1,+\infty)$；

当 $a>1$ 时，$f(x)$ 的增区间是 $(\frac{1}{a}-1,0)$；减区间是 $(-1,\frac{1}{a}-1)$ 和 $(0,+\infty)$.

…………10 分

（III）当 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的最大值是 $f(\frac{1}{a}-1)$，

由 $f(\frac{1}{a}-1)>f(0)=0$，知不合题意. …………12 分

当 $a\geq 1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减，

可得 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最大值是 $f(0)=0$，符合题意.

所以，$f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最大值是 0 时，a 的取值范围是 $[1,+\infty)$. ………15 分

20. 解：（Ⅰ）设椭圆 C 的半焦距为 c. 依题意，得

$$\begin{cases}2c=2\\a+c=3\\a^2=b^2+c^2\end{cases}.$$ ………………………………2 分

解得 $a=2$，$c=1$.

所以 $b^2=a^2-c^2=3$，

所以椭圆 C 的方程是 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………4 分

离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$. ………………………………5 分

（Ⅱ）解法一：由（Ⅰ）得 $A(-2,0)$．设 AP 的中点 $M(x_0,y_0)$，$P(x_1,y_1)$．

设直线 AP 的方程为：$y=k(x+2)\ (k\neq 0)$，将其代入椭圆方程，整理得

$(4k^2+3)x^2+16k^2x+16k^2-12=0$，

所以 $-2+x_1=\dfrac{-16k^2}{4k^2+3}$．

所以 $x_0=\dfrac{-8k^2}{4k^2+3}$，$y_0=k(x_0+2)=\dfrac{6k}{4k^2+3}$，

即 $M(\dfrac{-8k^2}{4k^2+3},\dfrac{6k}{4k^2+3})$．　…………………………………9 分

所以直线 OM 的斜率是 $\dfrac{\dfrac{6k}{4k^2+3}}{\dfrac{-8k^2}{4k^2+3}}=-\dfrac{3}{4k}$，　………………………………………10 分

所以直线 OM 的方程是 $y=-\dfrac{3}{4k}x$．令 $x=4$，得 $D(4,-\dfrac{3}{k})$．　…………11 分

直线 OE 的方程是 $y=kx$．令 $x=4$，得 $E(4,4k)$．　……………………12 分

由 $F(1,0)$，得直线 EF 的斜率是 $\dfrac{4k}{4-1}=\dfrac{4k}{3}$，所以 $EF\perp OM$，记垂足为 H；

因为直线 DF 的斜率是 $\dfrac{-\dfrac{3}{k}}{4-1}=-\dfrac{1}{k}$，所以 $DF\perp OE$，记垂足为 G．……14 分

在 Rt△EHO 和 Rt△DGO 中，$\angle ODF$ 和 $\angle OEF$ 都与 $\angle EOD$ 互余，

所以 $\angle ODF=\angle OEF$．　…………………………………………15 分

解法二：由（Ⅰ）得 $A(-2,0)$．设 $P(x_1,y_1)\ (x_1\neq\pm 2)$，其中 $3x_1^2+4y_1^2-12=0$．

因为 AP 的中点为 M，所以 $M(\dfrac{x_1-2}{2},\dfrac{y_1}{2})$．　……………………………… 7 分

所以直线 OM 的斜率是 $k_{OM}=\dfrac{y_1}{x_1-2}$，　……………………………… 8 分

所以直线 OM 的方程是 $y=\dfrac{y_1}{x_1-2}x$．令 $x=4$，得 $D(4,\dfrac{4y_1}{x_1-2})$．　…………9 分

直线 OE 的方程是 $y=\dfrac{y_1}{x_1+2}x$．令 $x=4$，得 $E(4,\dfrac{4y_1}{x_1+2})$．　……………10 分

由 $F(1,0)$，得直线 EF 的斜率是 $k_{EF}=\dfrac{4y_1}{3(x_1+2)}$，　…………………………11 分

因为 $k_{EF}\cdot k_{OM}=\dfrac{4y_1}{3(x_1+2)}\cdot\dfrac{y_1}{x_1-2}=\dfrac{4y_1^2}{3(x_1^2-4)}=-1$，

所以 $EF\perp OM$，记垂足为 H； ……………………………………13 分

同理可得 $k_{DF}\cdot k_{OE}=\dfrac{4y_1}{3(x_1-2)}\cdot\dfrac{y_1}{x_1+2}=\dfrac{4y_1^2}{3(x_1^2-4)}=-1$，

所以 $DF\perp OE$，记垂足为 G． ……………………………………14 分

在 Rt$\triangle EHO$ 和 Rt$\triangle DGO$ 中，$\angle ODF$ 和 $\angle OEF$ 都与 $\angle EOD$ 互余，

所以 $\angle ODF=\angle OEF$． ……………………………………15 分

21．解：（Ⅰ）由①，得 $2<a<6$．

由②，当 $i=2$，$j=3$，$k=4$ 时．$2a,6a,12$ 中至少有一个是数列 1，2，a，6 中的项，但 $6a>6$，$12>6$，故 $2a=6$，解得 $a=3$．

经检验，当 $a=3$ 时，符合题意． …………………3 分

（Ⅱ）假设 2,3,5 都是数列 A_n 中的项，由②可知：6，10，15 中至少有一个是数列 A_n 中的项，则有限数列 A_n 的最后一项 $a_n>5$，且 $n\ge 4$．

由①，$a_n>a_{n-1}>a_{n-2}>a_{n-3}>1$． …………………4 分

对于数 a_{n-2},a_{n-1},a_n，由②可知：$a_{n-2}a_{n-1}=a_n$；对于数 a_{n-3},a_{n-1},a_n，由②可知：$a_{n-3}a_{n-1}=a_n$． …………………6 分

所以 $a_{n-2}=a_{n-3}$，这与①矛盾．

所以 2,3,5 不可能都是数列 A_n 中的项． …………………8 分

（Ⅲ）n 的最大值为 9，证明如下： …………………9 分

（1）令 $A_9:-4,-2,-1,-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{4},0,\dfrac{1}{2},1,2$，则 A_9 符合①、②． …………………11 分

（2）设 $A_n:a_1,a_2,\cdots,a_n(n\ge 3)$ 符合①、②，则：

（ⅰ）A_n 中至多有三项，其绝对值大于 1．

假设 A_n 中至少有四项，其绝对值大于 1，不妨设 a_i，a_j，a_k，a_l 是 A_n 中绝对值最大的四项，其中 $1<|a_i|\le|a_j|\le|a_k|\le|a_l|$．

则对 a_i， a_k， a_l 有 $|a_i a_l|>|a_l|$， $|a_k a_l|>|a_l|$，故 $a_i a_l$， $a_k a_l$ 均不是数列 A_n 中的项，即 $a_i a_k$ 是数列 A_n 中的项.

同理：$a_j a_k$ 也是数列 A_n 中的项.

但 $|a_i a_k|>|a_k|$， $|a_j a_k|>|a_k|$.

所以 $a_i a_k = a_j a_k = a_l$.

所以 $a_i = a_j$，这与①矛盾.

（ii） A_n 中至多有三项，其绝对值大于 0 且小于 1.

假设 A_n 中至少有四项，其绝对值大于 0 且小于 1，类似（ i ）得出矛盾.

（iii） A_n 中至多有两项绝对值等于 1.

（iv） A_n 中至多有一项等于 0.

综合（ i ），（ii），（iii），（iv）可知 A_n 中至多有 9 项.

由（1），（2）可得，n 的最大值为 9. ………………15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ” 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。