2019 北京五十七中高二（上）期中

数　学

一、　选择题

1. 为了得到函数$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图象，只需把函数$y=sin2x$的图象（）

A. 向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度　　B. 向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

C. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度　　D. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

2. 下列函数中，是奇函数且存在零点的是（）

A. $y=2x^2-3$　　B. $y=log_2x$

C. $y=\frac{2}{x}$　　D. $y=x^3+x$

3. 抛物线$y^2=-8x$的焦点为 F，抛物线上一点 P 在其对称轴的上方，若$|PF|=5$，则点 P 的坐标是

A. $(-3,2\sqrt{6})$　　B. $(3,2\sqrt{6})$　　C. (2, 4)　　D. (-2, 4)

4. 设 m, n 为非零向量，则“存在负数 λ，使得$m=\lambda n$“是”$m\cdot n<0$”的（）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 以下命题正确的个数是（）

①已知 a, b∈R，若 a>b 则$e^{-a}-e^{-b}<0$；

②已知双曲线$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{3m}=1$的一个焦点为（$2\sqrt{3}$，0），则 m=3；

③设 m 是不为零的实数，若方程$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m}=1$表示双曲线，则 m>0；

④函数$f(x)=\sin(x+\varphi)$的图象记为曲线 C. 若$f(0)=f(\pi)$则曲线 C 关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称；

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

6. 设 f(x)=lnx, 0<a<b, 若$P=f(\sqrt{ab}),q=f\left(\frac{a+b}{2}\right),r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))$, 则下列关系式中正确的是（）

A. q=r<p　　B. q=r>p　　C. p=r<p　　D. p=r>q

7. 已知双曲线C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$, O 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M、N，若$\triangle OMN$为直角三角形，则$|MN|=$（）

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

8. 设点F_1，F_2分别为椭圆C：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$的左、右焦点，点 P 是椭圆 C 上任意一点，若使得$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=m$成立的点恰好是 4 个，则实数 m 的值可以是（）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 3　　C. 5　　D. 8

二．填空题

9. 若双曲线$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1(ab>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，则渐近线方程为_______，若 b=4, 则 a=________.

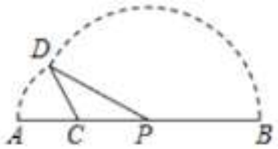
10. 椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$的焦点为$F_1$，$F_2$，点 P 在椭圆上，若$|PF_1|=4$，则$|PF_2|=$________；$\angle F_1PF_2$的大小为___________.

11. 方程$sinx=lgx$的解的个数为______________.

12. 在平面直角坐标系xOy中，点A（1,1）点 E 在圆$x^2+y^2=4$上，则$|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|$的最大值为_________.

13. 抛物线$y^2=x$的准线方程为 _______；此抛物线的焦点是 F，则经过 F 和点M（1,1），且与准线相切的圆共有______________个.

14. 如图，线段$AB=8$，点 C 在线段 AB 上，且$AC=2$，P为线段 CB 上一动点，点 A 绕点 C 旋转后与点 B 绕点 P 旋转后重合于点 D，设$CP=x$，$\triangle CPD$的面积为$f(x)$, 则$f(x)$的定义域为___________；



三．解答题

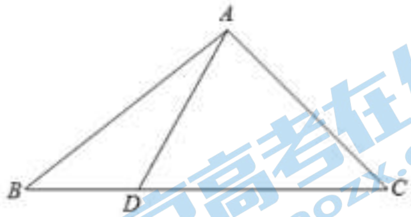
15. 已知函数$f(x)=cosx\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{4}$，$x\in R$.

（I）求 f(x) 的最小正周期；（II）求$f(x)$在闭区间$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上的最大值和最小值.

16. 如图所示，在$\triangle ABC$中，D 是 BC 边上的一点，且$AB=14$，$BD=6$，$\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，$cos\angle C=\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

（I）求$sin\angle DAC$；

（II）求 AD 的长和$\triangle ABC$的面积.



17. 已知抛物线C：$y^2=4x$，过焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A、B 两点，定点M（5,0）.

（I）若直线l的斜率为1，求△ABM 的面积；

（II）若$\triangle AMB$是以 M 为直角顶点的直角三角形，求直线l的方程.

18. 已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点P（0,1）和点A（m,n）（m ≠ ）都在椭圆 C 上，直线 PA 交 x 轴于点 M.

（I）求椭圆 C 的方程，并求点 M 的坐标（用 m, n 表示）；

（II）设 O 为原点，点 B 与点 A 关于 x 轴对称，直线 PB 交 x 轴于点 N，问：y 轴上是否存在点 Q，使得$\angle OQM = \angle ONQ$？若存在，求点 Q 的坐标；若不存在，说明理由.

19. 已知曲线C：$(5-m)x^2+(m-2)y^2=8(m\in R)$

（I）若曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆，求 m 的取值范围；

（II）设$m=4$，曲线 C 与 y 轴的交点为 A，B（点 A 在点 B 的上方），直线$y=kx+4$与曲线 C 交于不同的两点 M，N，直线 y=1 与直线 BM 交于点 G，求证：A、G、N 三点共线.

20. 有限数列A_n: $a_1,a_2,\cdots,a_n(n\ge 3)$同时满足下列两个条件：

①对于任意的$i,j(1\le i<j\le n),a_i<a_j$；

②对于任意的$i,j,k(1\le i<j<k\le n),a_ia_j,a_ja_k,a_ia_k$三个数中至少有一个数是数列$A_n$中的项.

（I） 若 n=4, 且$a_1=1,a_2=2,a_3=a,a_4=6$，求 a 的值；

（II） 证明：2, 3, 4 不可能是数列A_n中的项；

（III） 求 n 的最大值.