高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. B　$A=\left\{x\left|-\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant 2\right.\right\}$，$B=\{x|0\leqslant x<3\}$，所以 $A\cap B=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$. 故选 B.

2. D　$z=\frac{\mathrm{i}}{|1+\sqrt{3}\mathrm{i}|-2\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{2(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\mathrm{i}$，所以 $\bar{z}=-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\mathrm{i}$. 故选 D.

3. C　$\bar{x}=\frac{0+2+4+6+8}{5}=4$，$\bar{y}=\frac{1+(m+1)+(2m+1)+(3m+3)+11}{5}=\frac{6m+17}{5}$，所以这组数据的样本中心点是 $\left(4,\frac{6m+17}{5}\right)$，又点 $(\bar{x},\bar{y})$ 在回归直线上，所以 $\frac{6m+17}{5}=1.3\times 4+0.6=5.8$，解得 $m=2$. 故选 C.

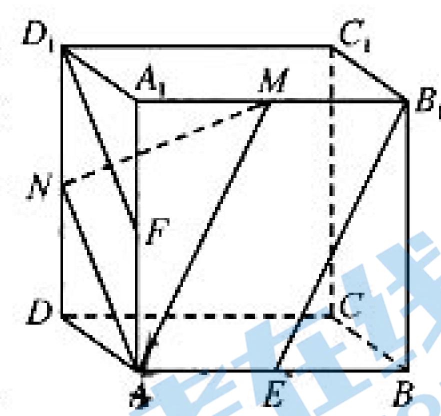
4. C　由题意知 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$，所以 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，又 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，所以 $x=\frac{2}{3}$，$y=-\frac{1}{2}$，所以 $xy=-\frac{1}{3}$. 故选 C.

5. A　因为 $\log_2 3>\log_2 2\sqrt{2}=\frac{3}{2}=\log_3 3\sqrt{3}>\log_3 4$，所以由 $a>\log_2 3$，可得 $|a|>\log_3 4$，反之则不成立. 所以"$a>\log_2 3$"是"$|a|>\log_3 4$"的充分不必要条件. 故选 A.

6. A　易知直线 l 过定点 $A(1,-1)$，圆心 $C(-1,1)$，直线 l 与圆 C 相交，则当 $l\perp AC$ 时，l 被圆 C 所截得的弦最短，此时弦长 $L=2\sqrt{4^2-|AC|^2}=2\sqrt{16-8}=4\sqrt{2}$. 故选 A.

7. B　因为 $S=0$，$n=1$，第一次执行循环体，得 $S=1\times 0+3\times 1=3$，$n=1+1=2$；第二次执行循环体，得 $S=2\times 3+3\times 2=12$，$n=2+1=3$；第三次执行循环体，得 $S=3\times 12+3\times 3=45$，$n=3+1=4$；第四次执行循环体，得 $S=4\times 45+3\times 4=192>180$，$n=4+1=5$，则输出 $n=5$. 故选 B.

8. B　设 A_1B_1，DD_1 的中点分别为 M，N，连接 AM，AN，MN，易证 $AM/\!/B_1E$，$AN/\!/D_1F$，所以 $\angle MAN$（或其补角）为异面直线 B_1E 和 D_1F 所成的角，设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，易求得 $AM=AN=\sqrt{5}$，$MN=\sqrt{6}$，所以 $\cos\angle MAN=\frac{AM^2+AN^2-MN^2}{2AM\cdot AN}=\frac{5+5-6}{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2}{5}$. 故选 B.



9. C　由题意知，函数图象过原点，且为奇函数的函数满足条件，对于 A，B，D 都是图象过原点，且为奇函数，如图 1，图 2，图 4，是"优美函数"；

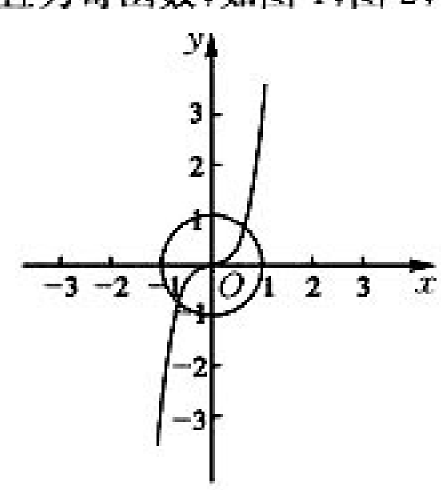


图1

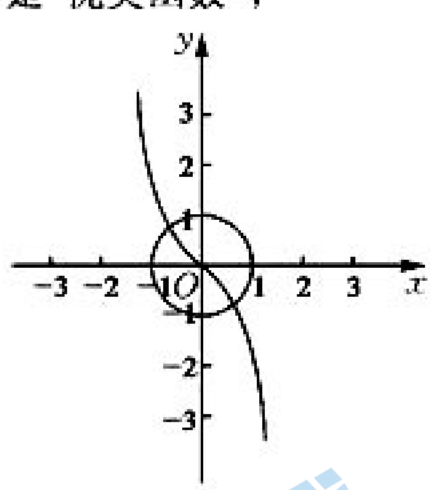


图2

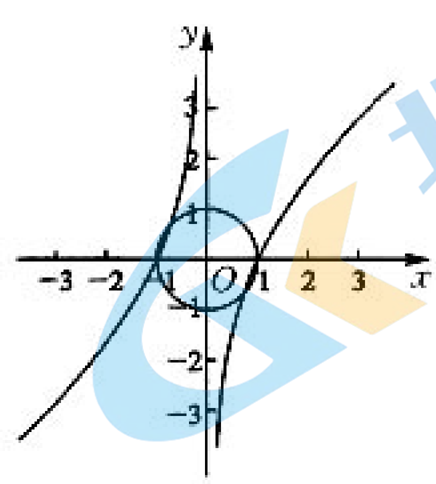


图3

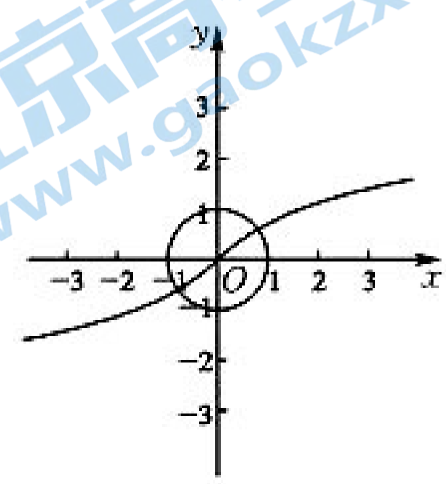
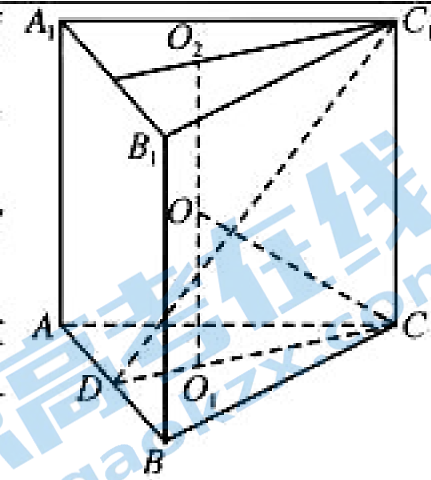


图4

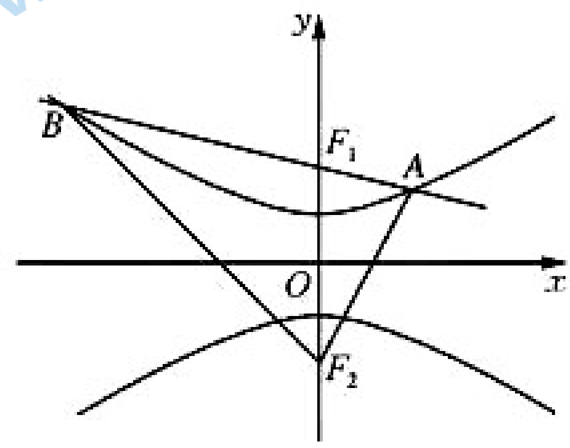
对于 C，如图 3，不是"优美函数". 故选 C.

10. D　因为函数 $f(x)=4\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，其图象的两相邻对称中心间的距离为 4，所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=8$，所以 $\omega=\frac{\pi}{4}$，所以 $f(x)=4\sin\left(\frac{\pi}{4}x+\varphi\right)$，由 $f(0)=2\sqrt{3}$，得 $4\sin\varphi=2\sqrt{3}$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，从而 $f(x)=4\sin\left(\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{3}\right)$，则 A 错误；由 $\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，得 $x=4k+\frac{2}{3}(k\in\mathbf{Z})$，所以 $f(x)$ 的对称轴方程为 $x=4k+\frac{2}{3}(k\in\mathbf{Z})$，则 B 错误；令 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\frac{2}{3}+8k\leqslant x\leqslant\frac{14}{3}+8k(k\in\mathbf{Z})$，所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[\frac{2}{3}+8k,\frac{14}{3}+8k\right](k\in\mathbf{Z})$，$\left[1,\frac{20}{3}\right]$ 不是 $\left[\frac{2}{3}+8k,\frac{14}{3}+8k\right](k\in\mathbf{Z})$ 的子集，则 C 错误；由 $4\sin\left(\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{3}\right)\geqslant 2$，得 $8k-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 8k+2(k\in\mathbf{Z})$，即不等式 $f(x)\geqslant 2$ 的解集为 $\left\{x\left|8k-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant 8k+2,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，故 D 正确. 故选 D.

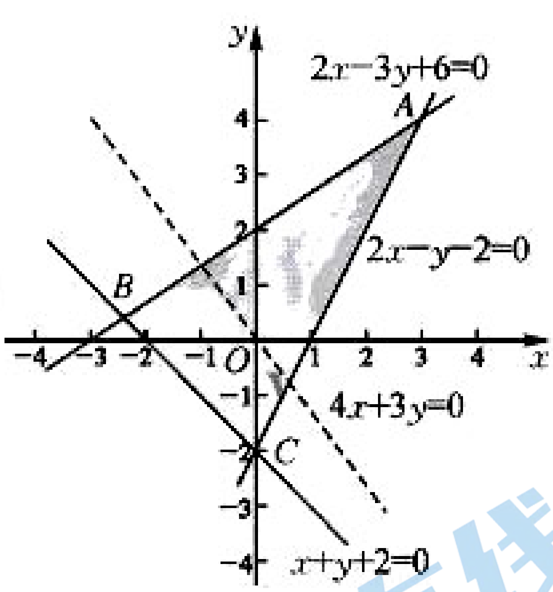
11. A　如图所示，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 底面 ABC，所以 $\angle CDC_1$ 为 DC_1 与平面 ABC 所成的角，因为 $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形，D 是 AB 的中点，所以 $CD=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$，所以 $\tan\angle CDC_1=\frac{CC_1}{CD}=\frac{CC_1}{3\sqrt{3}}=1$，解得 $CC_1=3\sqrt{3}$. 设直三棱柱上、下底面的中心分别为 O_2,O_1，所以 O_1 在 CD 上，且 $CO_1=\frac{2}{3}CD=2\sqrt{3}$，三棱柱的外接球的球心为 O_1O_2 的中点，设为 O，则 OC 为球的半径，因为 $O_1O_2=CC_1=3\sqrt{3}$，所以 $CO=\sqrt{CO_1^2+O_1O^2}=\sqrt{12+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{75}{4}}$，所以直三棱柱的外接球的表面积 $S=4\pi\times\frac{75}{4}=75\pi$. 故选 A.



12. D　因为 $\angle AF_2F_1=\angle F_1BF_2$，所以 $\triangle AF_2F_1\backsim\triangle ABF_2$，所以 $\frac{|AF_1|}{|AF_2|}=\frac{|AF_2|}{|AB|}=\frac{|F_1F_2|}{|F_2B|}$，因为 $|AF_2|=2|AF_1|$，且 $|AF_2|-|AF_1|=2a$，$|BF_2|-|BF_1|=2a$，所以 $|AF_1|=2a$，$|AF_2|=4a$，$|AB|=8a$，$|F_1B|=6a$，$|BF_2|=8a$，$|F_1F_2|=4a$，所以 $\frac{|F_1F_2|}{2a}=2$，即离心率 $e=2$，$b=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$，所以渐近线的斜率为 $\pm\frac{a}{b}=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. 因为 $\triangle ABF_2$ 为等腰三角形，所以 $\triangle ABF_2$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times4a\times\sqrt{(8a)^2-(2a)^2}=4\sqrt{15}a^2$. 综上，ABC 错误，D 正确. 故选 D.



13. 24　画出可行域如图阴影部分(含边界)所示，平移直线 $4x+3y=0$，当 $z=4x+3y$ 表示的直线经过点 A 时 z 取得最大值，联立方程组 $\begin{cases}2x-3y+6=0,\\2x-y-2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=4,\end{cases}$ 即 $A(3,4)$，所以 $z_{max}=4\times3+3\times4=24$.



14. $[e,+\infty)$　$f'(x)=\frac{1}{x}-a$，因为 $f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上单调递减，所以 $f'(x)\leqslant0$ 在 $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上恒成立，即 $a\geqslant\frac{1}{x}$ 在 $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上恒成立，又 $\frac{1}{x}<e$，所以 $a\geqslant e$，即实数 a 的取值范围为 $[e,+\infty)$.

15. $\frac{2\sqrt{15}}{5}$　因为 $\sin\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$，所以 $\cos A=1-2\sin^2\frac{A}{2}=1-2\times\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2=\frac{1}{4}$，又 $b(2b+c)=2a^2$，所以 $a^2=b^2+\frac{1}{2}bc$，所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{c^2-\frac{1}{2}bc}{2bc}=\frac{2c-b}{4b}$，所以 $\frac{2c-b}{4b}=\frac{1}{4}$，即 $c=b$，所以 $a=\frac{\sqrt{6}}{2}b$，所以 $\triangle ABC$ 的最大边为 a，最大边上的高 $h_a=\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}=\sqrt{b^2-\frac{3b^2}{8}}=\sqrt{\frac{5}{8}}b$，所以 $\frac{a}{h_a}=\frac{\sqrt{6}b}{2}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}b}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$.

16. $\frac{2}{3}$　由题意可设直线 AB 的方程为 $x=my+n$，与 $y^2=6x$ 联立，消去 x，得 $y^2-6my-6n=0$，则 $\Delta=36m^2+24n>0$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=6m$，$y_1y_2=-6n$，因为 $|AB|=4$，即 $\sqrt{1+m^2}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{1+m^2}\sqrt{36m^2+24n}=4$，所以 $n=\frac{2}{3(1+m^2)}-\frac{3}{2}m^2$，又 $x_1+x_2=m(y_1+y_2)+2n=6m^2+2n$，所以点 P 到 y 轴的距离为 $\frac{x_1+x_2}{2}=3m^2+n=\frac{2}{3(1+m^2)}+\frac{3(m^2+1)}{2}-\frac{3}{2}$，令 $1+m^2=t$，则 $t\geqslant1$，因为 $f(t)=\frac{2}{3t}+\frac{3t}{2}-\frac{3}{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(t)_{min}=f(1)=\frac{2}{3}$，故当 $m=0$ 时，P 到 y 轴的距离最小，且最小值为 $\frac{2}{3}$.

17. (1)解：因为 $S_{n+2}=a_{n+1}+S_n+2n+3$，$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，

所以 $S_{n+2}-S_{n+1}=2n+3$，…………………………………………………………………………………… 2 分

所以 $a_{n+2}=2n+3$，所以 $a_n=2n-1(n\geqslant3,n\in\mathbf{N}^*)$，

又 $a_1=1,a_2=3$ 也成立，所以 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=2n-1$. ………………………………………………… 4 分

(2)证明：由(1)知 $a_n=2n-1$，

所以 $\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，…………………………………………… 7 分

所以 $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$. …………………… 9 分

因为 $\frac{1}{2n+1}>0$，所以 $1-\frac{1}{2n+1}<1$，所以 $\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)<\frac{1}{2}$，………………………………………… 11 分

所以 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+1}}<\frac{1}{2}$. …………………………………………………… 12 分

18. 解：(1)由题意得，随机选取的该校这 100 名学生每日使用手机的时间的平均数为

$\bar{x}=6\times\frac{10}{100}+18\times\frac{36}{100}+30\times\frac{34}{100}+42\times\frac{10}{100}+54\times\frac{6}{100}+66\times\frac{4}{100}=\frac{2\ 736}{100}=27.36(\text{min})$. ………… 2 分

所以估计该校学生每日使用手机的时间的平均数为 27.36 min. ………… 4 分

(2)由分层抽样的方法知，抽取的 5 人在$[48,60)$组的有 3 人，记为 a,b,c，在$[60,72]$组的有 2 人，记为 A,B. ………… 6 分

从 5 人中抽取 2 人的所有基本事件：$ab,ac,aA,aB,bc,bA,bB,cA,cB,AB$，共 10 个. ………… 8 分

来自不同组的基本事件：aA,aB,bA,bB,cA,cB，共 6 个. ………… 10 分

故所求概率 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ………… 12 分

19. (1)证明：设 AB,BE 的中点分别为 F,G，连接 CF,FG,DG，则 $FG/\!/AE$，且 $FG=\frac{1}{2}AE$. ………… 1 分

又 $CD/\!/AE$，且 $CD=\frac{1}{2}AE$，所以 $FG/\!/CD$，且 $FG=CD$. ………… 2 分

所以四边形 $CFGD$ 为平行四边形，所以 $CF/\!/DG$. ………… 3 分

因为 $AE\perp$平面 ABC，$CF\subset$平面 ABC，所以 $AE\perp CF$，

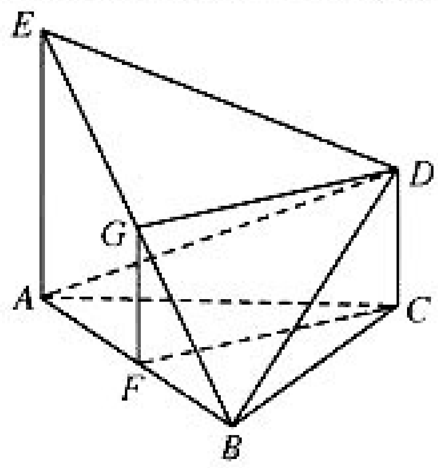
所以 $AE\perp DG$. ………… 4 分

因为 $CA=CB$，F 为 AB 的中点，所以 $CF\perp AB$，

所以 $DG\perp AB$. ………… 5 分

又 $AB,AE\subset$平面 ABE，且 $AB\cap AE=A$，所以 $DG\perp$平面 ABE，

又 $DG\subset$平面 BDE，所以平面 $ABE\perp$平面 BDE. ………… 6 分



(2)解：由(1)得 $CF\perp AB$，$CF\perp AE$，且 $AB,AE\subset$平面 ABE，$AB\cap AE=A$，

所以 $CF\perp$平面 ABE. ………… 7 分

又因为 $CA=CB=3$，$AB=2\sqrt{5}$，F 为 AB 的中点，所以 $CF=2$.

因为 $CD/\!/AE$，$AE\subset$平面 ABE，$CD\not\subset$平面 ABE，所以 $CD/\!/$平面 ABE，

所以点 D 到平面 ABE 的距离等于点 C 到平面 ABE 的距离 $CF=2$. ………… 8 分

因为 $AE\perp$平面 ABC，$AC,BC\subset$平面 ABC，所以 $AE\perp AC$，$AE\perp BC$，

又 $CD/\!/AE$，所以 $CD\perp AC$，$CD\perp BC$，又 $AC,BC\subset$平面 ABC，且 $AC\cap BC=C$，所以 $CD\perp$平面 ABC， ………… 9 分

连接 AD，多面体 $ABCDE$ 的体积 V 等于三棱锥 $D-ABC$ 的体积与三棱锥 $D-ABE$ 的体积之和， ………… 10 分

而 $V_{三棱锥D-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\times1=\frac{2\sqrt{5}}{3}$，$V_{三棱锥D-ABE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\times2=\frac{4\sqrt{5}}{3}$，

所以多面体 $ABCDE$ 的体积 $V=\frac{2\sqrt{5}}{3}+\frac{4\sqrt{5}}{3}=2\sqrt{5}$. ………… 12 分

20. 解：(1)$f(x)=e^x-xe^x+1$，其定义域为 $\mathbf{R}$，$f'(x)=e^x-(e^x+xe^x)=-xe^x$， ………… 1 分

所以 $f'(1)=-e$，$f(1)=1$， ………… 2 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点$(1,f(1))$处的切线方程为 $y-1=-e(x-1)$，

即 $ex+y-1-e=0$. ………… 4 分

(2)由 $g(x)=\ln x-x+1-e^x-f(x)$，得 $g(x)=(x-2)e^x-x+\ln x$，

所以 $g'(x)=(x-1)e^x-1+\frac{1}{x}=(x-1)\left(e^x-\frac{1}{x}\right)$. ………… 5 分

令 $h(x)=e^x-\frac{1}{x}$，则 $h'(x)=e^x+\frac{1}{x^2}>0$，所以 $h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{4},1\right]$ 上单调递增，

因为 $h\left(\frac{1}{2}\right)=e^{\frac{1}{2}}-2<0$，$h(1)=e-1>0$，

所以存在 $x_0\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，使得 $h(x_0)=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，即 $\ln x_0=-x_0$. ………… 7 分

故当 $x\in\left[\frac{1}{4},x_0\right)$ 时，$h(x)<0$，当 $x\in(x_0,1]$ 时，$h(x)>0$，

又当 $x\in\left[\frac{1}{4},1\right]$ 时，$x-1\leqslant0$(等号仅在 $x=1$ 时成立)，所以当 $x\in\left[\frac{1}{4},x_0\right)$ 时，$g'(x)>0$；

当 $x\in(x_0,1]$ 时，$g'(x)\leqslant0$(等号仅在 $x=1$ 时成立).

所以 $g(x)$ 在 $\left[\frac{1}{4},x_0\right)$ 上单调递增，在 $(x_0,1]$ 上单调递减，

则 $g(x)_{\max}=g(x_0)=(x_0-2)e^{x_0}-x_0+\ln x_0=(x_0-2)\cdot\frac{1}{x_0}-x_0-x_0=1-\frac{2}{x_0}-2x_0$. ………… 9 分

令 $G(x)=1-\frac{2}{x}-2x$，$x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，则 $G'(x)=\frac{2}{x^2}-2=\frac{2(1-x^2)}{x^2}>0\left(x\in\left(\frac{1}{2},1\right)\right)$，

所以 $G(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上单调递增，则 $G(x)>G\left(\frac{1}{2}\right)=-4$，$G(x)<G(1)=-3$，

所以 $-4<g(x)_{\max}<-3$，所以 $m=-4$. ………… 12 分

21. 解：(1)因为椭圆的长轴长是焦距的 2 倍，所以 $2a=4c$，即 $a=2c$， …… 1 分

又短轴的一个端点到右顶点的距离为$\sqrt{7}$，所以 $a^2+b^2=7$， …… 2 分

因为 $a^2=b^2+c^2$，所以 $a^2=4$，$b^2=3$， …… 3 分

故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …… 4 分

(2)由(1)知椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

①当直线 l 的斜率不存在时，M，N 为短轴的端点，不妨设 $M(0,\sqrt{3})$，$N(0,-\sqrt{3})$，所以$\overrightarrow{PM}=(-4,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{PN}=(-4,-\sqrt{3})$，此时$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=16-3=13\neq 9$，不合题意； …… 5 分

②当直线 l 的斜率存在时，可设直线 l 的方程为 $y=kx+1$，

联立$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ y=kx+1\end{cases}$消去 y 并整理，得$(4k^2+3)x^2+8kx-8=0$，

$\Delta=96(2k^2+1)>0$，设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=-\frac{8k}{4k^2+3}$，$x_1x_2=-\frac{8}{4k^2+3}$. …… 8 分

因为 $P(4,0)$，$y_1y_2=(kx_1+1)(kx_2+1)=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1=-\frac{16k^2}{4k^2+3}+1$，

所以$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=(x_1-4,y_1)\cdot(x_2-4,y_2)=x_1x_2-4(x_1+x_2)+16+y_1y_2$

$=-\frac{8}{4k^2+3}+\frac{32k}{4k^2+3}+16-\frac{16k^2}{4k^2+3}+1=\frac{43+32k+52k^2}{4k^2+3}$. …… 9 分

因为$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=9$，

所以$\frac{43+32k+52k^2}{4k^2+3}=9$，整理得 $k^2+2k+1=0$，解得 $k=-1$， …… 10 分

此时直线 l 的方程为 $y=-x+1$，$x_1+x_2=\frac{8}{7}$，$x_1x_2=\frac{-8}{7}$，

所以$|MN|=\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{64}{49}+\frac{32}{7}}=\frac{24}{7}$，点 P 到直线 l 的距离 $d=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

所以 $S_{\triangle PMN}=\frac{1}{2}|MN|\cdot d=\frac{1}{2}\times\frac{24}{7}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$. …… 12 分

22. 解：(1)由 C：$\begin{cases}x=1+2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta,\end{cases}$得$\begin{cases}x-1=2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta,\end{cases}$又 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，

所以$(x-1)^2+y^2=4$，即曲线 C 的普通方程为$(x-1)^2+y^2=4$. …… 2 分

因为 $3x-2y+1=0$，$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，

所以 $3\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+1=0$，即直线 l 的极坐标方程为 $3\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+1=0$. …… 4 分

(2)设 $P(1+2\cos\theta,2\sin\theta)$， …… 5 分

由点到直线的距离公式可得点 P 到直线 l 的距离

$d=\frac{|4-(4\sin\theta-6\cos\theta)|}{\sqrt{13}}=\frac{1}{\sqrt{13}}|4-2\sqrt{13}\sin(\theta-\varphi)|$，其中 $\tan\varphi=\frac{3}{2}$， …… 7 分

所以当 $\sin(\theta-\varphi)=\frac{2\sqrt{13}}{13}$时，$d_{\min}=0$； …… 8 分

当 $\sin(\theta-\varphi)=-1$ 时，$d_{\max}=\frac{4+2\sqrt{13}}{\sqrt{13}}=2+\frac{4\sqrt{13}}{13}$. …… 9 分

所以点 P 到直线 l 的距离的取值范围为$\left[0,2+\frac{4\sqrt{13}}{13}\right]$. …… 10 分

23. 解：(1)因为 $f(x)=|x-1|+1$，$f(x)-|x+2|\leqslant 3$，

即$|x-1|-|x+2|\leqslant 2$， …… 1 分

当 $x<-2$ 时，$-(x-1)+(x+2)\leqslant 2$，无解； …… 2 分

当$-2\leqslant x\leqslant 1$ 时，$-(x-1)-(x+2)\leqslant 2$，解得 $x\geqslant -\frac{3}{2}$，所以$-\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 1$； …… 3 分

当 $x>1$ 时，$(x-1)-(x+2)\leqslant 2$，化简，得$-3\leqslant 2$，所以 $x>1$. …… 4 分

所以不等式 $f(x)-|x+2|\leqslant 3$ 的解集为$\left[-\frac{3}{2},+\infty\right)$. …… 5 分

(2)因为$|x+a|+2f(x)>x^2+2$，$f(x)=|x-1|+1$，

当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$|x+a|+2|x-1|>x^2$，可化为$|x+a|>x^2-2x+2$， …… 6 分

所以 $x+a>x^2-2x+2$，或 $x+a<-x^2+2x-2$，

即存在 $x\in[1,2]$，使得 $a>x^2-3x+2$ 或 $a<-x^2+x-2$. …… 7 分

若存在 $x\in[1,2]$，使 $a>x^2-3x+2$ 成立，因为 $x^2-3x+2\geqslant -\frac{1}{4}$，所以 $a>-\frac{1}{4}$； …… 8 分

若存在 $x\in[1,2]$，使 $a<-x^2+x-2$ 成立，因为$-x^2+x-2\leqslant -2$，所以 $a<-2$. …… 9 分

综上，实数 a 的取值范围为$(-\infty,-2)\cup\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)$. …… 10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承〞精益求精、专业严谨〞的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。