

10. 一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个实数根分别是 x_1, x_2 则 $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ 的值是_____

$x_1^2 + x_2^2$ 的值是_____

11. 已知正实数 x, y 满足 $xy = 3$, 则 $2x + y$ 的最小值是_____

12. 为净化水质, 向一个游泳池加入某种化学药品, 加药后池中该药的浓度 C (单位: mg/L), 随时间 t (单位: h) 的变化关系为 $C = \frac{20t}{t^2+4}$, 则经过_____ h 后池中药品浓度达到最大。

13. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$, 如果函数

$g(x) = f(x) - m$ ($m \in R$) 恰有 4 个零点, 则 m 的取值范围是_____

14. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - ax + a$, 其中 $a \in R$

① $f(-1) =$ _____

② 若 $f(x)$ 的值域是 R , 则 a 的取值范围是_____

三、解答题:

15. (本题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x) = x^2 + mx - 3$, 有两个零点为 -1 和 n .

(1) 求 m, n 的值;

(2) 证明: $f(1+x) = f(1-x)$;

(3) 用单调性定义证明函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上是增函数;

(4) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上的最小值 $g(a)$.

16. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$

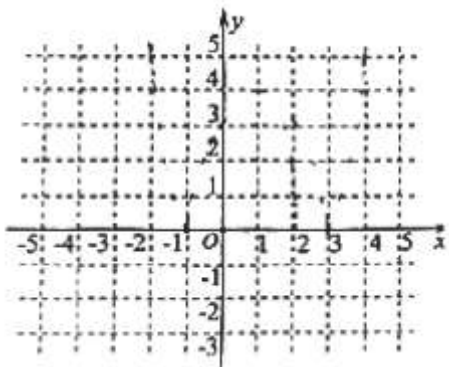
(1) 直接写出 $f(x)$ 的零点;

(2) 在坐标系中, 画出 $f(x)$ 的示意图; (注意要画在答题纸上)

(3) 根据图像讨论关于 x 的方程 $f(x) = k$ 的解的个数;

(4) 若方程 $f(x) = k$, 有四个不同的根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 直接写出这四个根的和;

(5) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, a)$ 上既有最大值又有最小值, 直接写出 a 的取值范围。



17. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

- (1) 求证 $f(x)$ 是 R 上的奇函数;
- (2) 求 $f(a) - f(\frac{1}{a})$ 的值;
- (3) 求证 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增, 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减;
- (4) 求 $f(x)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上的最大值和最小值;
- (5) 直接写出一个正整数 n , 满足 $f(n) < \frac{1}{2019}$

18. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0$, 且对所有的实数 x , 等式 $f[g(x)] = [gf(x)]$ 都成立, 其中 $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m \in R, m, n \in N$.

- (I) 如果函数 $f(x) = x^2 + 2, g(x) = kx$, 求实数 k 的值;
- (II) 设函数 $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 1$, 直接写出满足 $f[g(x)] = [gf(x)]$ 的两个函数 $g(x)$;
- (III) 如果方程 $f(x) = g(x)$ 无实数解, 求证方程 $f[f(x)] = g[g(x)]$ 无实解