

数 学



命题人：高二数学备课组 审题人：李洁 审核人：李洁 考试时间 120 分钟

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

- 设集合 $A = \{x | (x+1)(x-2) < 0\}$ ，集合 $B = \{x | 1 < x < 3\}$ ，则 $A \cap B =$
 - $\{x | -1 < x < 3\}$
 - $\{x | -1 < x < 1\}$
 - $\{x | 1 < x < 2\}$
 - $\{x | 2 < x < 3\}$
- 下列函数中既是奇函数，又在区间 $(0, +\infty)$ 上是单调递减的函数为
 - $y = \sqrt{x}$
 - $y = -x^3$
 - $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
 - $y = x + \frac{1}{x}$
- 设 $x \in \mathbb{R}$ ，则“ $x^2 - 5x < 0$ ”是“ $|x - 1| < 1$ ”的
 - 充分不必要条件
 - 必要而不充分条件
 - 必要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 设命题 $P: \forall x \in (0, +\infty), \ln x \leq x - 1$ ，则 $\neg P$ 为
 - $\forall x \in (0, +\infty), \ln x > x - 1$
 - $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 \leq x_0 - 1$
 - $\forall x \in (0, +\infty), \ln x > x - 1$
 - $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 > x_0 - 1$
- 从 4 台甲型和 5 台乙型电视机中任意取出 3 台，其中至少有甲型与乙型电视机各 1 台，则不同的取法共有
 - 140 种
 - 84 种
 - 70 种
 - 35 种
- 设 $0 < x < 1$ ，随机变量 x 的分布列是

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当 a 在 $(0, 1)$ 内增大时，

- $D(X)$ 增大
 - $D(X)$ 减小
 - $D(X)$ 先增大后减小
 - $D(X)$ 先减小后增大
7. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化，每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成，爻分为阳爻“”和阴爻“”，如图就是一重卦，在所有重卦种随机取一重卦，则该重卦有 2 个阳爻的概率是



- $\frac{5}{16}$
- $\frac{15}{64}$
- $\frac{49}{64}$
- $\frac{11}{16}$

8. 给出定义：若 $n - \frac{1}{2} < x \leq n + \frac{1}{2}$ (其中 $n \in \mathbb{Z}$)，则 n 叫作离实数 x 最近的整数，记作 $\{x\}$ ，即 $\{x\} = n$ ，在此基础上给出下列关于函数 $f(x) = \{x\} - x$ 的四个命题：

① $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} ，值域为 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ；②点 $(k, 0)$ ， $k \in \mathbb{Z}$ 是函数 $f(x)$ 的图象的对称中心；

③函数 $f(x)$ 的最小正周期为 1；④函数 $f(x)$ 在 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ 上是减函数

则上述命题种真命题的序号是

- A. ①② B. ①③ C. ①②③ D. ②③④

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 复数 $\frac{i^2}{1+i} =$ _____

10. $(2x - \frac{1}{9x^2})^8$ 的展开式中的常数项为 _____

11. 曲线 $y = 3(x^2 + x)e^x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____

12. 设 $x > 0, y > 0, x + 2y = 5$ ，则 $\frac{(x+1)(2y+1)}{\sqrt{xy}}$ 的最小值为 _____

13. 甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束），根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“客客主主客主客”。设甲队主场取胜的概率为 0.6，客场取胜的概率为 0.5，且各场比赛结果相互独立，则甲队以 4：1 获胜的概率是 _____

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq m \\ x + 4, & x > m \end{cases}$

①当 $m=0$ 时，函数 $f(x)$ 的零点个数为 _____

②如果函数 $f(x)$ 恰有两个零点，那么实数 m 的取值范围为 _____

三、解答题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程

15. (本小题共 13 分) 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ 在点 x_0 处取得极大值 5，其导函数 $y = f'(x)$ 的图象经过点 $(1, 0)$ ， $(2, 0)$ ，如图所示，求：

(1) x_0 的值

(2) 求函数 $f(x)$ 的在区间 $[0, 3]$ 上的最值。

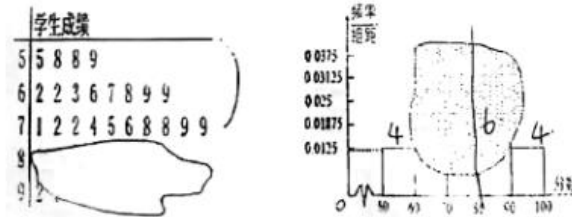
16. (本小题共 13 分) 经测算，某型号汽车在匀速行驶的过程中每小时耗油量 y (L) 与速度 x (km/h) ($50 \leq x \leq 120$)

的关系可近似表示为 $y = \begin{cases} \frac{1}{75}(x^2 - 130x + 4900), & x \in [50, 80) \\ 12 - \frac{x}{60}, & x \in [80, 120] \end{cases}$

(I) 该型号汽车的速度为多少时，可使得每小时耗油量最低？

(II) 已知 A, B 两地相距 120km，假定该型号汽车匀速从 A 地驶向 B 地，则汽车速度为多少时总耗油量最少？

17. (本小题共 13 分) 如图所示, 某班一次数学测试成绩的茎叶图和频率分布直方图都受到不同程度的污染, 其中, 频率分布直方图的分组区间分别为 $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$. 据此解答如下问题.



(I) 求全班人数及分数在 $[80, 100]$ 之间的频率;

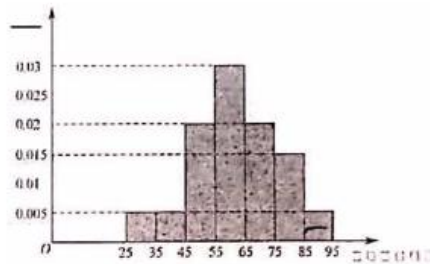
(II) 现从分数在 $[80, 100]$ 之间的试卷中任取 3 份分析学生失分情况, 设抽取的试卷分数在 $[90, 100]$ 的份数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

18. (本小题共 14 分) 设函数 $f(x) = e^x - ax + 1, a > 0$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行, 求 a ;

(II) 当 $x < 1$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象恒在 x 轴上方, 求 a 的最大值.

19. (本小题共 13 分) 某快餐连锁店招聘外卖骑手, 该快餐连锁店提供了两种日工资方案: 方案 (1) 规定每日底薪 50 元, 快递业务每完成一单提成 3 元; 方案 (2) 规定每日底薪 100 元, 快递业务的前 44 单没有提成, 从第 45 单快递开始, 每完成一单提成 5 元, 该快餐连锁店记录了每天骑手的人均业务量, 现随机抽取 100 天的数据, 将样本数据分为 $[25, 35)$, $[35, 45)$, $[45, 55)$, $[55, 65)$, $[65, 75)$, $[75, 85)$, $[85, 95]$, 七组, 整理得到如图所示的频率分布直方图



(I) 随机选取一天, 估计这一天该连锁店的骑手的人均日快递业务量不少于 65 单的概率;

(II) 从以往统计数据看, 新聘骑手选择日工资方案 (1) 的概率为 $\frac{1}{3}$, 选择方案 (2) 的概率为 $\frac{2}{3}$. 若甲、乙、丙三名骑手分别到该快餐连锁店应聘, 三人选择日工资方案相互独立, 求至少有两名骑手选择方案 (1) 的概率;

(III) 若仅从人均日收入的角度考虑, 请你利用所学的统计学知识为新聘骑手做出日工资方案的选择, 并说明理由. (同组中的每个数据用该组区间的中点值代替)

20. (本小题共 14 分) 对于集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}, n \in \mathbb{N}^+, m \in \mathbb{N}^+, A+B = \{x+y | x \in A, y \in B\}$, 集合 A 中的元素个数记为 $|A|$

规定: 若集合 A 满足 $|A+A| = \frac{n(n+1)}{2}$, 则称集合 A 具有性质 T

(I) 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\}$, 写出 $|A+A|, |B+B|$ 的值;

(II) 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \{a_n\}$ 为等比数列, $a_n > 0$, 且公比为 $\frac{2}{3}$, 证明: A 具有性质 T;

(III) 已知 A, B 均有性质 T, 且 $n=m$, 求 $|A+B|$ 的最小值.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980