北京市铁路第二中学 2022---2023 学年第一学期

高三数学 12 月考试试卷

（试卷满分 150 分　　　考试时长 120 分钟）

考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效．考试结束后，将答题纸交回．

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 已知集合 $A=\{x\in \mathrm{N}|x<4\}$，$B=\{x|x\le 2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{x|x<4\}$　　B．$\{x|x\le 2\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2. 定义在 $[-2,2]$ 上的下列函数中，既是奇函数，又是增函数的是（　　）

A．$y=\sin x$　　B．$y=-2x$　　C．$y=2x^3$　　D．$y=\mathrm{e}^{|x|}$

3. 若 $\mathrm{i}(1-z)=1$，则 $z+\bar{z}=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 θ 以 Ox 为始边，终边经过点 $(-3,4)$，则 $\cos\theta=$（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{4}{5}$

5. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_5=0$，$S_{10}=15$，则 $a_{10}=$（　　）

A．30　　B．-15　　C．-30　　D．15

6. 设 $a\in R$，若直线 $ax+y-1=0$ 与直线 $x+ay+1=0$ 平行，则 a 的值是（　　）

A．1　　B．$1,-1$　　C．0　　D．0，1

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-1, x\le 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, x>0,\end{cases}$ 若 $f(m)=3$，则 m 的值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．9　　D．2 或 9

8. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$，则 $|\overrightarrow{BD}|=$（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．1　　D．2

9. “$x>y>0$”是“$x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$”的（　　）

A．充分非必要条件　　　　B．必要非充分条件

C．充要条件　　　　D．既非充分也非必要条件

10. 某公司通过统计分析发现，工人工作效率 E 与工作年限 r（$r>0$），劳累程度 T（$0<T<1$），劳动动机 b（$1<b<5$）相关，并建立了数学模型 $E=10-10T\cdot b^{-0.14r}$.已知甲、乙为该公司的员工，则下列说法错误的是（　　）

A．甲与乙工作年限相同，且甲比乙工作效率高，劳动动机低，则甲比乙劳累程度强

B．甲与乙劳动动机相同，且甲比乙工作效率高，工作年限短，则甲比乙劳累程度弱

C．甲与乙劳累程度相同，且甲比乙工作年限长，劳动动机高，则甲比乙工作效率高

D．甲与乙劳动动机相同，且甲比乙工作年限长，劳累程度弱，则甲比乙工作效率高

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 在 $(1+x)^7$ 的二项展开式中，x^2 项的系数为________.

12. 设向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{1}{3}$，且 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，则 $(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=$________.

13. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的最小正周期为 4π，且 $\forall x\in\mathbf{R}$ 有 $f(x)\le f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 成立，则 $f(x)$ 图象的对称中心是________，对称轴方程是________.

14. 写出一个同时具有下列性质①②③的函数，则 $f(x)=$__________

①定义域为 **R**

② $y=f(x)$ 在定义域内是偶函数

③ $y=f(x)$ 的图像与 x 轴有三个公共点

15. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$x_0\,(x_0\ne0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点，以下四个结论中正确的命题序号是__________

① $\forall x\in R, f(x)\le f(x_0)$；　　② $-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极大值点；

③ $-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点；　　④ $-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极小值点

三、解答题共 4 小题，共 55 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16. （本小题满分共 12 分）

在① $a\sin C=\sqrt{3}c\times\cos A$，② $a^2+bc=b^2+c^2$ 这两个条件中任选一个，补充到下面问题中进行解答.

问题：在 ΔABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，__________.

（1）求出角 A;

（2）若 $a=2$，$S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$，求 b,c.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

17. （本小题满分共 15 分）

2022 年 2 月 20 日，北京冬奥会在鸟巢落下帷幕，中国队创历史最佳战绩.北京冬奥会的成功举办推动了我国冰雪运动的普及，让越来越多的青少年爱上了冰雪运动，某校组织了一次全校冰雪运动知识竞赛，并抽取了 100 名参赛学生的成绩制作成如下频率分布表：

竞赛得分	$[50,60]$	$(60,70]$	$(70,80]$	$(80,90]$	$(90,100]$
频率	0.1	0.1	0.3	0.3	0.2

(1)如果规定竞赛得分在 $(80,90]$ 为“良好”，竞赛得分在 $(90,100]$ 为“优秀”，从成绩为“良好”和“优秀”的两组学生中，使用分层抽样抽取 10 个学生，问各抽取多少人？

(2)在（1）条件下，再从这 10 学生中抽取 6 人进行座谈，求至少有 3 人竞赛得分都是“优秀”的概率；

(3)以这 100 名参赛学生中竞赛得分为“优秀”的频率作为全校知识竞赛中得分为“优秀”的学生被抽中的概率.现从该校学生中随机抽取 3 人，记竞赛得分为“优秀”的人数为 X，求随机变量 X 的分布列及数学期望.

18. （本小题满分共 14 分）

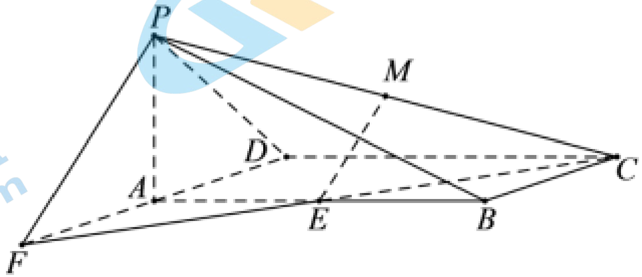
已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2=3$， $a_2+a_3=6$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=|a_n-20|$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和T_n．

19. （本小题满分共 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AD=\frac{1}{2}AB=1$，点 E、M 分别在线段 AB、PC 上，且 $\frac{AE}{AB}=\frac{PM}{PC}=\lambda(0<\lambda<1)$，连接 CE，延长 CE 与 DA 的延长线交于点 F，连接 PE，PF.



（1）求证：$ME//$ 平面 PFD；

（2）若 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，求平面 APE 与平面 PEF 所成角的余弦值；

北京市铁路第二中学 2022---2023 学年第一学期

高三数学 12 月考试试卷

（试卷满分 150 分　　　考试时长 120 分钟）

考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效．考试结束后，将答题纸交回．

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.　已知集合 $A=\{x\in \mathrm{N}|x<4\}$，$B=\{x|x\le 2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{x|x<4\}$　　B．$\{x|x\le 2\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

【答案】D

2.　定义在 $[-2,2]$ 上的下列函数中，既是奇函数，又是增函数的是（　　）

A．$y=\sin x$　　B．$y=-2x$　　C．$y=2x^3$　　D．$y=\mathrm{e}^{|x|}$

【答案】C

3.　若 $\mathrm{i}(1-z)=1$，则 $z+\overline{z}=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

【答案】D

4.　在平面直角坐标系 xOy 中，角 θ 以 Ox 为始边，终边经过点 $(-3,4)$，则 $\cos\theta=$（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{4}{5}$

【答案】C

5.　记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_5=0$，$S_{10}=15$，则 $a_{10}=$（　　）

A．30　　B．-15　　C．-30　　D．15

【答案】D

6.　设 $a\in R$，若直线 $ax+y-1=0$ 与直线 $x+ay+1=0$ 平行，则 a 的值是（　　）

A．1　　B．$1,-1$　　C．0　　D．0，1

【答案】A

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-1, x\le 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, x>0,\end{cases}$ 若 $f(m)=3$，则 m 的值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　B．2　　　　C．9　　　　D．2 或 9

【答案】C

8. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$，则 $|\overrightarrow{BD}|=$（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　B．$2\sqrt{3}$　　　　C．1　　　　D．2

【答案】B

9. “$x>y>0$”是“$x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$”的（　　）

A．充分非必要条件　　　　B．必要非充分条件

C．充要条件　　　　D．既非充分也非必要条件

【答案】A

【详解】

由 $x-\frac{1}{x}-(y-\frac{1}{y})=\frac{x^2-1}{x}-\frac{y^2-1}{y}=\frac{(xy+1)(x-y)}{xy}$，又 $x>y>0$，

所以 $x-\frac{1}{x}-(y-\frac{1}{y})>0$，即 $x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$，充分性成立；

当 $x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$ 时，即 $\frac{(xy+1)(x-y)}{xy}>0$，显然 $x=2, y=-1$ 时成立，必要性不成立.

故“$x>y>0$”是“$x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$”的充分非必要条件.

故选：A

10. 某公司通过统计分析发现，工人工作效率 E 与工作年限 r（$r>0$），劳累程度 T（$0<T<1$），劳动动机 b（$1<b<5$）相关，并建立了数学模型 $E=10-10T\cdot b^{-0.14r}$.已知甲、乙为该公司的员工，则下列说法错误的是（　　）

A．甲与乙工作年限相同，且甲比乙工作效率高，劳动动机低，则甲比乙劳累程度强

B．甲与乙劳动动机相同，且甲比乙工作效率高，工作年限短，则甲比乙劳累程度弱

C．甲与乙劳累程度相同，且甲比乙工作年限长，劳动动机高，则甲比乙工作效率高

D．甲与乙劳动动机相同，且甲比乙工作年限长，劳累程度弱，则甲比乙工作效率高

【答案】A

【详解】

设甲与乙的工人工作效率E_1, E_2，工作年限r_1, r_2，劳累程度T_1, T_2，劳动动机b_1, b_2，

对于 A，$r_1 = r_2$，$E_1 > E_2$，$b_1 < b_2$，$0 < \frac{b_1}{b_2} < 1$，

$\therefore E_1 - E_2 = 10\left(T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} - T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}\right) > 0$，$T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} > T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}$，

$\frac{T_2}{T_1} > \frac{b_1^{-0.14r_1}}{b_2^{-0.14r_2}} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-0.14r_1} > 1$，

所以$T_2 > T_1$，即甲比乙劳累程度弱，故 A 错误；

对于 B，$b_1 = b_2$，$E_1 > E_2$，$r_1 < r_2$，

$\therefore E_1 - E_2 = 10\left(T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} - T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}\right) > 0$，$T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} > T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}$，

$\therefore \frac{T_2}{T_1} > \frac{b_1^{-0.14r_1}}{b_2^{-0.14r_2}} = \left(b_1\right)^{-0.14(r_1 - r_2)} > 1$，

所以$T_2 > T_1$，即甲比乙劳累程度弱，故 B 正确.

对于 C，$T_1 = T_2$，$r_1 > r_2$，$b_1 > b_2$，

$\therefore 1 > b_2^{-0.14} > b_1^{-0.14} > 0$，$b_2^{-0.14r_2} > b_1^{-0.14r_2} > b_1^{-0.14r_1}$，

则$E_1 - E_2 = 10 - 10T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1} - \left(10 - 10T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2}\right) = 10T_1\left(b_2^{-0.14r_2} - b_1^{-0.14r_1}\right) > 0$，

$\therefore E_1 > E_2$，即甲比乙工作效率高，故 C 正确；

对于 D，$b_1 = b_2$，$r_1 > r_2$，$T_1 < T_2$，$1 < b < 5$，$0 < b_2^{-0.14} < 1$

$\therefore b_2^{-0.14r_2} > b_1^{-0.14r_1}$，$T_2 > T_1 > 0$，

则$E_1 - E_2 = 10 - 10T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1} - \left(10 - 10T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2}\right) = 10\left(T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} - T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}\right) > 0$，

$\therefore E_1 > E_2$，即甲比乙工作效率高，故 D 正确；

故选：A.

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11. 在 $(1+x)^7$ 的二项展开式中，x^2 项的系数为________．

【答案】21

12. 设向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{1}{3}$，且 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，则 $(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=$________．

【答案】11

13. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的最小正周期为 4π，且 $\forall x\in\mathbf{R}$ 有 $f(x)\le f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 成立，则 $f(x)$ 图象的对称中心是________，对称轴方程是________．

【答案】 $\left(2k\pi+\frac{4\pi}{3},0\right)(k\in Z)$　　$x=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in Z)$

14. 写出一个同时具有下列性质①②③的函数，则 $f(x)=$__________

①定义域为 **R**

② $y=f(x)$ 在定义域内是偶函数

③ $y=f(x)$ 的图像与 x 轴有三个公共点

【答案】 x^4-4x^2（答案不唯一）

15. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$x_0(x_0\ne0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点，以下四个结论中正确的命题序号是___________

① $\forall x\in R,f(x)\le f(x_0)$；　　② $-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极大值点；

③ $-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点；　　④ $-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极小值点

【答案】②③④

三、解答题共 4 小题，共 55 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16. （本小题满分共 12 分）

在① $a\sin C=\sqrt{3}c\times\cos A$，② $a^2+bc=b^2+c^2$ 这两个条件中任选一个，补充到下面问题中进行解答．

问题：在 ΔABC 中，角 A ，B ，C 的对边分别为 a ，b ，c ，__________.

（1）求出角 A;

（2）若 $a=2$，$S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$，求 b,c .

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

【解】选条件①

(1)由正弦定理得，$\sin A\sin C=\sqrt{3}\sin C\cos A$，…………2 分

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin A=\sqrt{3}\cos A$，…………3 分

$tan A=\sqrt{3}$ …………5 分

又 $A\in(0,\pi)$，故 $A=\frac{\pi}{3}$； …………7 分

（2）由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，…………8 分

即 $4^2=b^2+c^2-2\times 4\times\cos\frac{\pi}{3}$

$b^2+c^2=8$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$ …………10 分

$\therefore bc=4$

由 $bc=4, b^2+c^2=8$ 得出 $b=c=2$ …………12 分

选条件②

（1）由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$…………2 分

知 $\cos A=-\frac{1}{2}$， …………5 分

又 $A\in(0,\pi)$ 故 $A=\frac{\pi}{3}$； …………7 分

（2）由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，…………8 分

即 $4^2=b^2+c^2-2\times 4\times\cos\frac{\pi}{3}$

$b^2+c^2=8$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$ …………10 分

$\therefore bc=4$

由 $bc=4, b^2+c^2=8$ 得出 $b=c=2$ …………12 分

17. （本小题满分共 15 分）

2022 年 2 月 20 日，北京冬奥会在鸟巢落下帷幕，中国队创历史最佳战绩.北京冬奥会的成功举办推动了我国冰雪运动的普及，让越来越多的青少年爱上了冰雪运动，某校组织了一次全校冰雪运动知识竞赛，并抽取了 100 名参赛学生的成绩制作成如下频率分布表：

竞赛得分	$[50,60]$	$(60,70]$	$(70,80]$	$(80,90]$	$(90,100]$
频率	0.1	0.1	0.3	0.3	0.2

(1)如果规定竞赛得分在 $(80,90]$ 为"良好"，竞赛得分在 $(90,100]$ 为"优秀"，从成绩为"良好"和"优秀"的两组学生中，使用分层抽样抽取 10 个学生，问各抽取多少人？

(2)在（1）条件下，再从这 10 学生中抽取 6 人进行座谈，求至少有 3 人竞赛得分都是"优秀"的概率；

(3)以这 100 名参赛学生中竞赛得分为"优秀"的频率作为全校知识竞赛中得分为"优秀"的学生被抽中的概率.现从该校学生中随机抽取 3 人，记竞赛得分为"优秀"的人数为 X，求随机变量 X 的分布列及数学期望.

【解】(1）因为成绩为"良好"和"优秀"的两组频率合计 0.5，共 50 人，抽样比为 $\frac{10}{50}=\frac{1}{5}$，

所以成绩为"良好"的抽取 $100\times0.3\times\frac{1}{5}=6$ 人，

成绩为"优秀"的抽取 $100\times0.2\times\frac{1}{5}=4$ 人. …………3 分

（2）抽取的 6 人中至少有 3 人竞赛得分都是"优秀"可以分成两类：3 个优 3 个良和 4 个优 2 个良，

故至少有 3 人竞赛得分都是"优秀"的概率 $P=\frac{C_4^3C_6^3+C_4^4C_6^2}{C_{10}^6}=\frac{19}{42}$.…………6 分

（3）由题意知，X 的可能取值 0，1，2，3． …………7 分

由题可知，任意 1 名学生竞赛得分"优秀"的概率为 $P_1=\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$，竞赛得分不是"优秀"的概率为

$P_2=1-P_1=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$．若以频率估计概率，则 X 服从二项分布 $B\left(3,\frac{1}{5}\right)$， …………8 分

$P(X=0)=C_3^0\left(\frac{1}{5}\right)^0\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{64}{125}$； $P(X=1)=C_3^1\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{48}{125}$；

$P(X=2)=C_3^2\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(\frac{4}{5}\right)^1=\frac{12}{125}$； $P(X=3)=C_3^3\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^0=\frac{1}{125}$． …………12 分

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

…………13 分

数学期望 $E(X)=3\times\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$． …………15 分

18. （本小题满分共 14 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=3$， $a_2+a_3=6$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $b_n=|a_n-20|$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

【解】(1）设 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题意得

$$\begin{cases} a_1+a_1q=3 \\ a_1q+a_1q^2=6 \end{cases}$$

解得：$\begin{cases} a_1=1 \\ q=2 \end{cases}$ …………2 分

所以 $a_n=1\times2^{n-1}=2^{n-1}$ …………4 分

（2）因为 $a_n=2^{n-1}$

所以 $b_n=\left|2^{n-1}-20\right|=\begin{cases} 20-2^{n-1}, n<6. \\ 2^{n-1}-20, n\geq6. \end{cases}$ …………6 分

所以 $n<6$ 时，$T_n=20n-\left(2^0+2^1+\cdots+2^{n-1}\right)$ …………8 分

$=20n-\frac{1\times\left(1-2^{n}\right)}{1-2}=20n-2^{n}+1$ …………9 分

$n\geq 6$ 时，$T_n=T_5+\left(2^5+2^6+\cdots+2^{n-1}\right)-20(n-5)$ …………11 分

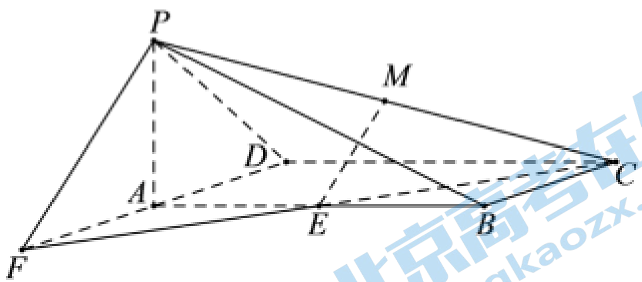
$=100+1-2^5+\frac{2^5\left(1-2^{n-5}\right)}{1-2}-20(n-5)$

$=2^n-20n+137$ …………13 分

所以 $T_n=\begin{cases}20n-2^n+1, n<6,\\ 2^n-20n+137, n\geq 6.\end{cases}$ …………14 分

19. （本小题满分共 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AD=\frac{1}{2}AB=1$，点 E、M 分别在线段 AB、PC 上，且 $\frac{AE}{AB}=\frac{PM}{PC}=\lambda(0<\lambda<1)$，连接 CE，延长 CE 与 DA 的延长线交于点 F，连接 PE，PF.



（1）求证：$ME//$ 平面 PFD；

（2）若 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，求平面 APE 与平面 PEF 所成角的余弦值；

【解】（1）在线段 PD 上取一点 N，使得 $\frac{PN}{PD}=\lambda$，连接 MN,AN.

$\because \frac{PN}{PD}=\lambda=\frac{PM}{PC}$，$\therefore MN//DC$ 且 $MN=\frac{1}{\lambda}DC$，

$\because \frac{AE}{AB}=\lambda$，$\therefore AE=\frac{1}{\lambda}AB$，

又$\because AB//DC$ 且 $AB=DC$，

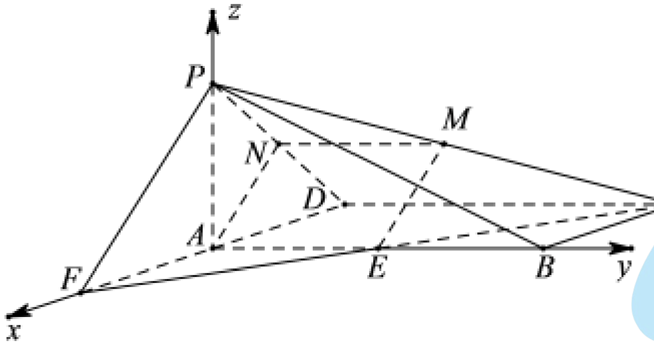
$\therefore AE=MN$，且 $AE//MN$，

$\therefore$ 四边形 $AEMN$ 为平行四边形，…………2 分

$\therefore ME//AN$，

又$\because AN\subset$ 平面 PFD，$ME\not\subset$ 平面 PFD，

$\therefore ME//$ 平面 PFD；…………4 分



（2）以 A 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AP}$ 为 x，y，z 轴的正方向建立空间直角坐标系如图所示，…………5 分

则由已知可得：

$A(0，0，0)$，$P(0，0，1)$，$B(0，2，0)$，$C(-1，2，0)$，$D(-1，0，0)$，

$\because \lambda=\frac{1}{2}$，$\therefore E(0，1，0)$，$F(1，0，0)$…………6 分

平面 PEA 的一个法向量为 $\vec{n}=(1,0,0)$，…………7 分

设平面 PEF 的一个法向量为 $\vec{m}=(x',y',z')$，$\overrightarrow{PE}=(0,1,-1)$，$\overrightarrow{PF}=(1,0,-1)$，…………9 分

$\begin{cases}\vec{m}\,\overrightarrow{PE}=y'-z'=0\\ \vec{m}\,\overrightarrow{PF}=x'-z'=0\end{cases}$，…………10 分

令 $z'=1$，$\therefore x'=1$，$y'=1$，$\therefore \vec{m}=(1,1,1)$，…………11 分

$\therefore \cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\,\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，…………13 分

$\therefore$平面 APE 与平面 PEF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$。…………14 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。