

2019 北京九中高二（上）期中

数 学

姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、选择题（本大题共 10 小题，共 40 分）

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 2, a_3 + a_5 = 10$, 则 $a_7 =$ ()

- A. 5 B. 8 C. 10 D. 14

2. 下列结论正确的是 ()

- A. 若 $ac < bc$, 则 $a < b$ B. 若 $a^2 < b^2$, 则 $a < b$
C. $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$ D. 若 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$, 则 $a > b$

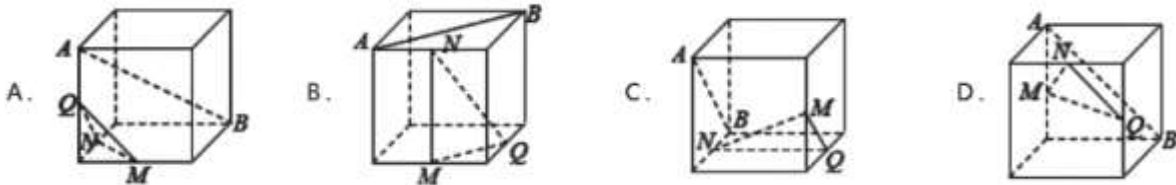
3. 不等式 $x^2 - x + 2 < 0$ 的解集是 ()

- A. R B. $\{x | -1 < x < 2\}$
C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$ D. ϕ

4. 若 $x > 0$, 则函数 $y = x + \frac{4}{x}$ ()

- A. 有最大值-4 B. 有最小值 4 C. 有最大值-2 D. 有最小值 2

5. 如图，在下列四个正方体中， A, B 为正方体的两个顶点 M, N, Q 为所在棱的中点，则在这四个正方体中，直线 AB 与平面 MNQ 不平行的是 ()



6. 设 $A(3,2,1), B(1,0,5), C(0,2,1)$, AB 的中点为 M , 则 $|CM| =$ ()

- A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

7. 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座 7 层塔共挂了 381 盏灯，且相邻两层的下一层灯数是上一层灯数的 2 倍，则塔的顶层共有灯 ()

- A. 1 盏 B. 3 盏 C. 5 盏 D. 9 盏

8. 已知平面 α 和平面 β 的法向量分别为 $\vec{m} = (3,1,-5), \vec{n} = (-6,-2,10)$ 则 ()

- A. $\alpha \perp \beta$ B. $\alpha \parallel \beta$
C. α 与 β 相交但不垂直 D. 以上都不对

9. 已知空间中三点 $A(0,1,0), B(2,2,0), C(-1,3,1)$, 则 ()

- A. \vec{AB} 与 \vec{AC} 是共线向量 B. \vec{AB} 的单位向量是 $(1,1,0)$
C. \vec{AB} 与 \vec{BC} 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$ D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1,-2,5)$

10. 定义“规范 01 数列” $\{a_n\}$ 如下： $\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项，其中 m 项为 0， m 项为 1，且对任意 $k \leq 2m, a_1, a_2, \dots, a_k$ 中 0 的个数不少于 1 的个数，若 $m = 4$ ，则不同的“规范 01 数列”共有 ()

- A. 18 个 B. 16 个 C. 14 个 D. 12 个

二、填空题（本大题共 6 小题，共 18 分）

11. 已知向量 $\vec{a} = (3, x^2 + 2, 3), \vec{b} = (x - 4, 2, x)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则实数 x 的值是_____.

12. 不等式 $\frac{1}{x} > 2$ 的解集是_____.

13. 设一元二次不等式 $ax^2 + bx + 1 > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < \frac{1}{3}\}$ ，则 ab 的值是_____.

14. 若正实数 a, b 满足 $2a + b = 1$ ，则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b}$ 的最小值为_____.

15. 某学习小组由学生和教室组成，人员构成同时满足以下三个条件：

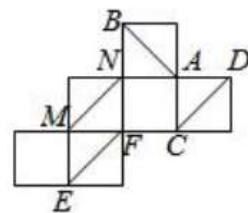
- (i) 男学生人数多于女学生人数；
- (ii) 女学生人数多于教师人数；
- (iii) 教师人数的两倍多于男学生人数.

①若教师人数为 4，则女学生人数的最大值为_____.

②该小组人数的最小值为_____.

16. 一个正方体之和展开后如图所示，在原正方体纸盒中有如下结论：

① $AB \perp EF$ ；② AB 与 CM 所成的角为 60° ；③ EF 与 MN 是异面直线；④ $MN \parallel CD$. 以上结论中正确的序号为_____.



三、解答题（本大题共 5 小题，共 42 分）

17. 已知关于 x 的不等式 $(m - 1)x^2 + (m - 1)x + 2 > 0$

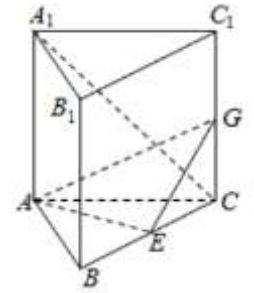
- (1) 若 $m = 0$ ，求该不等式的解集；
- (2) 若该不等式的解集是 R ，求 m 的取值范围.

18. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $b_2 = 3, b_3 = 9, a_1 = b_1, a_{14} = b_4$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 设 $c_n = a_n + b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

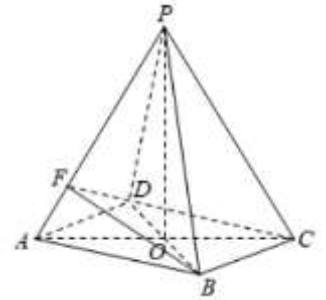
19. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中 $BB_1 \perp$ 平面 ABC ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AC = AA_1$ ， E 是 BC 的中点.

- (1) 求证： $AE \perp B_1C$ ；
- (2) 求异面直线 AE 与 A_1C 所成的角的大小；
- (3) 若 G 为 C_1C 中点，求二面角 $C - AG - E$ 的正切值.



20. 如图所示，在四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面四边形 $ABCD$ 是菱形， $AC \cap BD = O$ ， ΔPAC 是边长为 2 的等边三角形， $PB = PD = \sqrt{6}$ ， $AP = 4AF$.

- (1) 求证： $PO \perp$ 底面 $ABCD$ ；
- (2) 求直线 CP 与平面 BDF 所成角的大小；
- (3) 在线段 PB 上是否存在一点 M ，使得 $CM \parallel$ 平面 BDF ？如果存在， $\frac{BM}{BP}$ 的值，如果不存在，请说明理由.



21. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$.

- (1) 求证：数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列；
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (3) 设 $c_n = \frac{a_n + 1}{n(n+1)2^n}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 的取值范围.