丰台区2017年高三年级第二学期综合练习（一）

数 学（文科）

2017. 03

（本试卷满分共150分，考试时间120分钟）

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。

2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用2B铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。

3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。

4. 请保持答题卡卡面清洁，不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分 （选择题 共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 如果集合 $A=\{x\in \mathbf{Z} \mid -2\le x<1\}$，$B=\{-1,0,1\}$，那么 $A\cap B=$

（A）$\{-2,-1,0,1\}$　（B）$\{-1,0,1\}$　（C）$\{0,1\}$　（D）$\{-1,0\}$

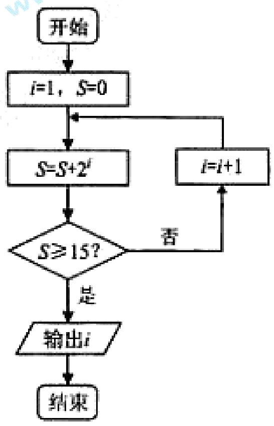
2. 在平面直角坐标系 xOy 中，与原点位于直线 $3x+2y+5=0$ 同一侧的点是

（A）$(-3,4)$　（B）$(-3,-2)$　（C）$(-3,-4)$　（D）$(0,-3)$

3. 执行如图所示的程序框图，则输出的 i 值是

（A）3　（B）4

（C）5　（D）6



4. 设命题 p：$\forall x\in[0,+\infty)$，$e^x\ge 1$，则 $\neg p$ 是

（A）$\exists x_0\notin[0,+\infty)$，$e^{x_0}<1$

（B）$\forall x\notin[0,+\infty)$，$e^x<1$

（C）$\exists x_0\in[0,+\infty)$，$e^{x_0}<1$

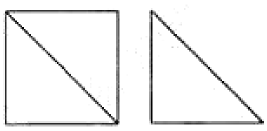
（D）$\forall x\in[0,+\infty)$，$e^x<1$

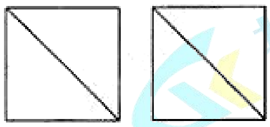
5. 如果 $a=2^{1.2},b=(\frac{1}{2})^{0.3},c=2\log_2\sqrt{3}$，那么

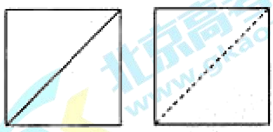
（A）$c>b>a$　　（B）$c>a>b$

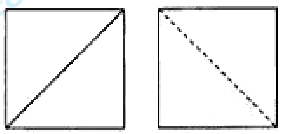
（C）$a>b>c$　　（D）$a>c>b$

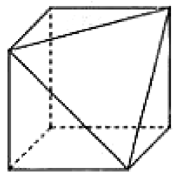
6. 由一个正方体截去一个三棱锥所得的几何体的直观图如图所示，则该几何体的三视图正确的是


正视图　侧视图
（A）


正视图　侧视图
（B）


俯视图　侧视图
（C）


俯视图　侧视图
（D）



7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{3})$，点 $A(m,n)$，$B(m+\pi,n)$ $(|n|\neq 1)$ 都在曲线 $y=f(x)$ 上，且线段 AB 与曲线 $y=f(x)$ 有五个公共点，则 ω 的值是

（A）4　　（B）2　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{1}{4}$

8. 某校举行了以“重温时代经典，唱响回声嘹亮”为主题的“红歌”歌咏比赛．该校高一年级有 1，2，3，4 四个班参加了比赛，其中有两个班获奖．比赛结果揭晓之前，甲同学说：“两个获奖班级在 2 班、3 班、4 班中”，乙同学说：“2 班没有获奖，3 班获奖了”，丙同学说：“1 班、4 班中有且只有一个班获奖”，丁同学说：“乙说得对”．已知这四人中有且只有两人的说法是正确的，则这两人是

（A）乙，丁　　（B）甲，丙　　（C）甲，丁　　（D）乙，丙

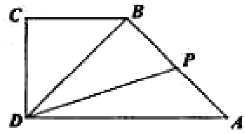
第二部分 （非选择题 共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 在复平面内，复数 $z=1-2i$ 对应的点到原点的距离是______.

10. 抛物线 $y^2=2x$ 的准线方程是______.

11. 设 $a+b=M(a>0,b>0)$，M 为常数，且 ab 的最大值为 2，则 M 等于______.



12. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle ADC=90^\circ$，$AD=2$，$BC=CD=1$，P 是 AB 的中点，则 $\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{AB}=$______.

13. 已知点 $A(1,0)$，$B(3,0)$，若直线 $y=kx+1$ 上存在点 P，满足 $PA\perp PB$，则 k 的取值范围是______.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(x-2a)(a-x), & x\le 1,\\ \sqrt{x}+a-1, & x>1.\end{cases}$

（1）若 $a=0$，$x\in[0,4]$，则 $f(x)$ 的值域是______；

（2）若 $f(x)$ 恰有三个零点，则实数 a 的取值范围是______.

三、解答题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.（本小题共 13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 对应的边长分别是 a，b，c，且 $C=\frac{\pi}{3}$，$c=4$.

（Ⅰ）若 $\sin A=\frac{3}{4}$，求 a；

（Ⅱ）若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $4\sqrt{3}$，求 a，b.

16.（本小题共 13 分）

已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，$a_{11}=8$，设$b_n=\log_2 a_n$，且$b_4=17$．

（Ⅰ）求证：数列$\{b_n\}$是以-2 为公差的等差数列；

（Ⅱ）设数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，求S_n的最大值.

17.（本小题共 14 分）

如图 1，平行四边形$ABCD$中，$AC\perp BC$，$BC=AC=1$，现将$\triangle DAC$沿AC折起，得到三棱锥$D-ABC$（如图 2），且$DA\perp BC$，点E为侧棱DC的中点.

（Ⅰ）求证：平面$ABE\perp$平面DBC；

（Ⅱ）求三棱锥$E-ABC$的体积；

（Ⅲ）在$\angle ACB$的角平分线上是否存在点F，使得DF // 平面ABE？若存在，求DF的长；若不存在，请说明理由.

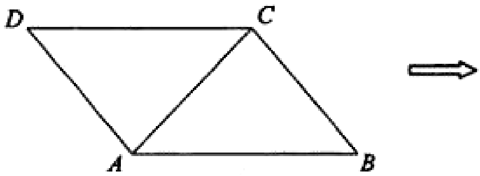


图 1

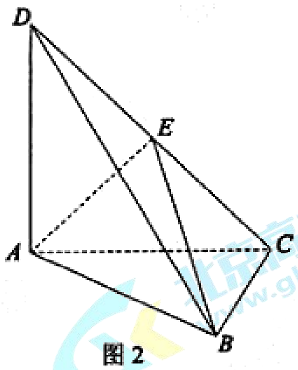
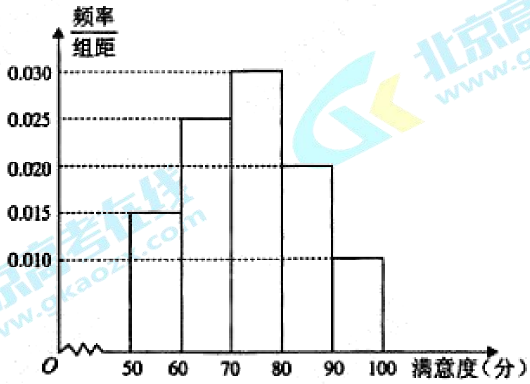


图 2

18.（本小题共 13 分）

某校学生营养餐由 A 和 B 两家配餐公司配送．学校为了解学生对这两家配餐公司的满意度，采用问卷的形式，随机抽取了 40 名学生对两家公司分别评分．根据收集的 80 份问卷的评分，得到 A 公司满意度评分的频率分布直方图和 B 公司满意度评分的频数分布表：



A 公司

满意度评分分组	频数
[50，60)	2
[60，70)	8
[70，80)	14
[80，90)	14
[90，100]	2

B 公司

（Ⅰ）根据 A 公司的频率分布直方图，估计该公司满意度评分的中位数；

（Ⅱ）从满意度高于 90 分的问卷中随机抽取两份，求这两份问卷都是给 A 公司评分的概率；

（Ⅲ）请从统计角度，对 A、B 两家公司做出评价．

19.（本小题共 14 分）

已知 $P(0,1)$ 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上一点，点 P 到椭圆 C 的两个焦点的距离之和为 $2\sqrt{2}$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设 A，B 是椭圆 C 上异于点 P 的两点，直线 PA 与直线 $x=4$ 交于点 M，是否存在点 A，使得 $S_{\Delta ABP}=\dfrac{1}{2}S_{\Delta ABM}$？若存在，求出点 A 的坐标；若不存在，请说明理由．

20.（本小题共 13 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{e^x}$，$A(x_1,m)$，$B(x_2,m)$ 是曲线 $y=f(x)$ 上两个不同的点．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间，并写出实数 m 的取值范围；

（Ⅱ）证明：$x_1+x_2>0$．

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

丰台区 2016~2017 学年度第二学期一模练习

高三数学（文科）参考答案及评分参考

2017．03

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	C	D	D	A	B

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．$\sqrt{5}$　　10．$x=-\frac{1}{2}$　　11．$2\sqrt{2}$

12．-1　　13．$[-\frac{4}{3},0]$　　14．$[-1,1]$；$(-\infty,0)$．

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ 可知：$\frac{a}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，

从而求得 $a=2\sqrt{3}$　　……………………6 分

（Ⅱ）由 ΔABC 的面积等于 $4\sqrt{3}$，可知 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab=4\sqrt{3}$，

从而 $ab=16$①，

由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ 可得，

$16=a^2+b^2-ab$②，

联立①②得 $a=b=4$．　　……………………13 分

16．（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则

$$b_{n+1}-b_n=\log_2 a_{n+1}-\log_2 a_n=\log_2\frac{a_{n+1}}{a_n}=\log_2 q,$$

因此数列 $\{b_n\}$ 是等差数列．

又 $b_{11}=\log_2 a_{11}=3$，$b_4=17$，

又等差数列 $\{b_n\}$ 的公差 $d=\frac{b_{11}-b_4}{7}=-2$，

即 $b_n=25-2n$．即数列 $\{b_n\}$ 是以-2 为公差的等差数列.　　　　　　……………………6 分

（Ⅱ）设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则

$$S_n=\frac{(b_1+b_n)}{2}=\frac{(23+25-2n)n}{2}$$

$$=(24-n)n=-(n-12)^2+144，$$

于是当 $n=12$ 时，S_n 有最大值，最大值为 144.　　　　　　……………………13 分

17.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）证明：在平行四边形 $ABCD$ 中，有 $AD=BC=AC$，又因为 E 为侧棱 DC 的中点，

所以 $AE\perp CD$；

又因为 $AC\perp BC$，$AD\perp BC$，且 $AC\cap AD=A$，所以 $BC\perp$ 平面 ACD．

又因为 $AE\subset$ 平面 ACD，所以 $AE\perp BC$；

因为 $BC\cap CD=C$，

所以 $AE\perp$ 平面 BCD，

又因为 $AE\subset$ 平面 ABE，

所以平面 $ABE\perp$ 平面 BCD．　　　　　　……………………5 分

（Ⅱ）解：因为 $V_{E-ABC}=V_{B-ACE}$，$BC\perp$ 平面 ACD，所以 BC 是三棱锥的高，

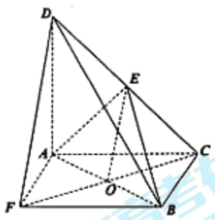
故 $V_{B-ACE}=\frac{1}{3}\times BC\times S_{\Delta ACE}$，

又因为 $BC=1$，$CD=\sqrt{2}$，$AE=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $S_{\Delta ACE}=\frac{1}{2}\times AE\times\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}=\frac{1}{4}$，

所以有 $V_{B-ACE}=\frac{1}{3}\times BC\times S_{\Delta ACE}=\frac{1}{12}$　　　　　　……………………9 分

（Ⅲ）解：取 AB 中点 O，连接 CO 并延长至点 F，使 $CO=OF$，连接 AF，DF，BF．

因为 $BC=AC$，所以射线 CO 是角 $\angle ACB$ 的角分线.



又因为点 E 是的 CD 中点，所以 $OE\parallel DF$，

因为 $OE\subset$ 平面 ABE，　$DF\not\subset$ 平面 ABE，

所以 $DF\parallel$ 平面 ABE．

因为 AB、FC 互相平分，

故四边形 $ACBF$ 为平行四边形，有 $BC\parallel AF$．

又因为 $DA\perp BC$，所以有 $AF\perp AD$，

又因为 $AF=AD=1$，故 $DF=\sqrt{2}$. ……………………14 分

18.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）设 A 公司调查的 40 份问卷的中位数为 x

则有 $0.015\times10+0.025\times10+0.03\times(x-70)=0.5$

解得：$x\approx73.3$

所以，估计该公司满意度得分的中位数为 73.3 ……………………4 分

（Ⅱ）满意度高于 90 分的问卷共有 6 份，其中 4 份评价 A 公司，设为 a_1,a_2,a_3,a_4，2 份评价 B 公司，设为 b_1,b_2.

从这 6 份问卷中随机取 2 份，所有可能的结果有：(a_1,a_2)，(a_1,a_3)，(a_1,a_4)，(a_1,b_1)，(a_1,b_2)，(a_2,a_3)，(a_2,a_4)，(a_2,b_1)，(a_2,b_2)，(a_3,a_4)，(a_3,b_1)，(a_3,b_2)，(a_4,b_1)，(a_4,b_2)，(b_1,b_2)，共有 15 种.

其中 2 份问卷都评价 A 公司的有以下 6 种：(a_1,a_2)，(a_1,a_3)，(a_1,a_4)，(a_2,a_3)，(a_2,a_4)，(a_3,a_4).

设两份问卷均是评价 A 公司为事件 C，则有 $P(C)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$. ……………………9 分

（Ⅲ）由所给两个公司的调查满意度得分知：

A 公司得分的中位数低于 B 公司得分的中位数，A 公司得分集中在 $[70,80)$ 这组，而 B 公司得分集中在 $[70,80)$ 和 $[80,90)$ 两个组，A 公司得分的平均数数低于 B 公司得分的平均数，A 公司得分比较分散，而 B 公司得分相对集中，即 A 公司得分的方差高于 B 公司得分的方差. ……………………13 分

（注：考生利用其他统计量进行分析，结论合理的同样给分.）

19.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）由椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 P（0, 1）可得 $b=1$，

又点 P 到两焦点距离和为 $2\sqrt{2}$，可得 $a=\sqrt{2}$，

所以椭圆 C 的方程 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………………4 分

（Ⅱ）设 A（m,n），依题意得：直线 PA 的斜率存在，

则直线 PA 的方程为：$y=\frac{n-1}{m}x+1$，

令 $x=4$，$y=\frac{4n-4}{m}+1$，即 $M\left(4,\frac{4n-4}{m}+1\right)$，

又 $S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABM}$ 等价于 $\frac{|PA|}{|PM|}=\frac{1}{3}$ 且点 A 在 y 轴的右侧，

从而 $\frac{|x_A-x_P|}{|x_M-x_P|}=\frac{|m|}{4}=\frac{1}{3}$，

因为点 A 在 y 轴的右侧，

所以 $\frac{m}{4}=\frac{1}{3}$，　　解得 $m=\frac{4}{3}$，

由点 A 在椭圆上，解得：$n=\pm\frac{1}{3}$，

于是存在点 A（$\frac{4}{3}$，$\pm\frac{1}{3}$），使得 $S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABM}$．　　……………………14 分

20.（本小题共 13 分）

解：$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$．

（Ⅰ）$f'(x)=-\frac{x}{e^x}$，

由 $f'(x)=0$ 得，$x=0$，

由 $f'(x)>0$ 得，$x<0$，

由 $f'(x)<0$ 得，$x>0$，

所以 $f(x)$ 的单调增区间为（$-\infty$，0），单调减区间为（0，$+\infty$）．

m 的取值范围是 $(0,1)$．　　……………………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$x_1\in(-1,0)$，要证 $x_2>-x_1>0$，只需证 $f(x_2)<f(-x_1)$

因为 $f(x_1)=f(x_2)=m$，所以只需证 $f(x_1)<f(-x_1)$，

只需证 $\frac{x_1+1}{e^{x_1}}<\frac{-x_1+1}{e^{-x_1}}$，只需证 $(x_1-1)e^{2x_1}+x_1+1<0$（$x_1\in(-1,0)$）

令 $h(x)=(x-1)e^{2x}+x+1$，则 $h'(x)=(2x-1)e^{2x}+1$，

因为 $(h'(x))'=4xe^{2x}<0$，

所以 $h'(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递减，所以 $h'(x)>h'(0)=0$，

所以 $h(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递增，所以 $h(x)<h(0)=0$，

所以 $e^{2x}+\frac{x+1}{x-1}>0$，故 $x_1+x_2>0$　　……………………13 分

（若用其他方法解题，请酌情给分）

扫描二维码，关注北京高考官方微信！

查看更多北京高考相关资讯！