广东省 2022 届高三 8 月阶段性质量检测

数　学

本试卷共 4 页，22 小题，满分 150 分。考试用时 150 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x|x^2-3x+2>0\}$，$B=\left\{x\left|\frac{1}{x+1}\geqslant 1\right.\right\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=$

A. $(0,1)\cup(2,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1]\cup(2,+\infty)$

C. $(-\infty,-1)\cup(0,1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]\cup(0,1)\cup(2,+\infty)$

2. 已知 $\frac{z+1}{z-1}=\sqrt{3}i$，则 z

A. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　B. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　C. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　D. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

3. 已知圆锥的母线长为 1，其侧面展开图是一个圆心角为 120° 的扇形，则该圆锥的轴截面面积为

A. $\frac{2\sqrt{5}}{9}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{9}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{9}$

4. 下列区间中，函数 $f(x)=3\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$ 单调递增的区间是

A. $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$　　D. $\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

5. 若 $\tan\theta=-2$，且 $\theta\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$，则 $\sin\theta+\cos\theta=$

A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

6. 已知直线 l 过抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点 F，与抛物线 C 交于 A，B 两点，且 $|AB|$，$|AF|$，$|BF|$ 成等差数列，则直线 l 的斜率 $k=$

A. ±1　　B. $\pm\sqrt{2}$　　C. ±2　　D. $\pm2\sqrt{2}$

7. 若过点 $(a,b)(a>0)$ 可以作曲线 $y=x^3-3x$ 的三条切线，则

A. $b<-3a$　　B. $-3a<b<a^3-3a$　　C. $b>a^3-3a$　　D. $b=-3a$ 或 $b=a^3-3a$

8. 甲、乙、丙、丁等六名退休老党员相约去观看党史舞台剧《星火》，《星火》的票价为 50 元/人，每人限购一张票. 甲、乙、丙三人各带了一张 50 元钞，其余三人各带了一张 100 元钞. 他们六人排成一列到售票处买票，而售票处一开始没有准备 50 元零钱，那么他们六人共有多少种不同排队顺序能使购票时售票处不出现找不出钱的状态.

A. 720　　B. 360　　C. 180　　D. 90

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 某高中有学生500人，其中男生300人，女生200人，希望获得全体学生的身高信息，按照分层抽样的原则抽取了容量为50的样本。经计算得到男生身高样本均值为170 cm，方差为17 cm^2；女生身高样本均值为160 cm，方差为30 cm^2。下列说法中正确的是

A. 男生样本量为30　　B. 每个女生入样的概率均为$\frac{2}{5}$

C. 所有样本的均值为166 cm　　D. 所有样本的方差为22.2 cm^2

10. 已知$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OB}|=1$，点$P$满足$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}(x,y\in R)$，则下列说法中正确的是

A. 当$x+y=1$时，$|\overrightarrow{OP}|$的最小值为1　　B. 当$x^2+y^2=1$时，$|\overrightarrow{OP}|=1$

C. 当$x=\frac{1}{2}$时，$\triangle ABP$的面积为定值　　D. 当$y=\frac{1}{2}$时，$|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{BP}|$

11. 已知点P在圆$C:(x-1)^2+(y-5)^2=5$上，点$A(4,0)$，$B(0,2)$，则下列说法中正确的是

A. 点P到直线AB的距离小于6　　B. 点P到直线AB的距离大于2

C. $\cos\angle APB$的最大值为$\frac{4}{5}$　　D. $\angle APB$的最大值为$\frac{\pi}{2}$

12. 已知函数$f(x)=\ln x+1-ax$有两个零点$x_1,x_2(x_1<x_2)$，则

A. a的取值范围为$(-\infty,1)$　　B. $x_1+x_2-x_1x_2>1$

C. $x_1+x_2>2$　　D. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}>2$

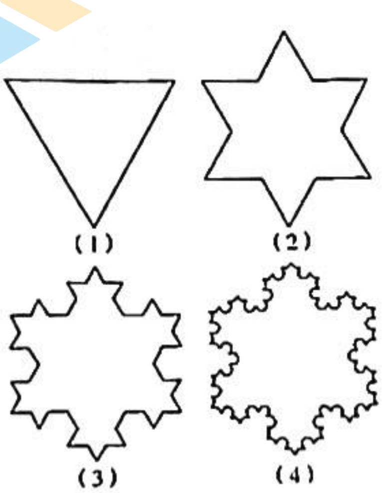
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知函数$f(x)=\frac{a^x}{3^x+1}(a>0,a\neq1)$是偶函数，则$f(x)$的最大值为________。

14. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点为A，上顶点为B，右焦点为F，且$\triangle ABF$是等腰三角形，则椭圆$C$的离心率为________。

15. $(3x^2+2x+1)^{10}$的展开式中，x^2项的系数为________。

16. 将正三角形(1)的每条边三等分，并以中间的那一条线段为底边向外作正三角形，然后去掉底边，得到图(2)；将图(2)的每条边三等分，并以中间的那一条线段为底边向外作正三角形，然后去掉底边，得到图(3)；如此类推，将图(n)的每条边三等分，并以中间的那一条线段为底边向外作三角形，然后去掉底边，得到图($n+1$)。上述作图过程不断的进行下去，得到的曲线就是美丽的雪花曲线。若图(1)中正三角形的边长为1，则图(n)的周长为________，图(n)的面积为________。



四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10分）

已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_n+a_{n-1}=2n(n\geq 2, n\in N^*)$.

(1)记$b_n=a_{2n}$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

18.（12分）

有专家指出，与新冠病毒感染者密切接触过的人，被感染的概率是9%. 王某被确诊为新冠病毒感染者后，当地准备对王某的密切接触者共78人逐一进行核酸检测.

(1)设X为这78名密切接触者中被感染的人数，求X的数学期望；

(2)核酸检测并不是100%准确，有可能出现假阴性（新冠病毒感染者的检测结果为阴性，即漏诊）或假阳性（非新冠病毒感染者的检测结果为阳性，即误诊）. 假设当地核酸检测的灵敏度为98%（即假阴性率为2%），特异度为99%（即假阳性率为1%）. 已知王某的一个密切接触者赵某的核酸检测结果为阳性，求他被感染的概率（结果保留3位有效数字）.

19.（12分）

已知$\triangle ABC$中，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，$\angle ABC$的平分线交AC于点D，$BD=2\sqrt{3}$.

(1)若$AD=2DC$，求AC的长度；

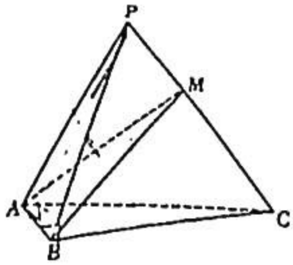
(2)求$\triangle ABC$面积的最小值.

20.(12分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，侧面 PAC 是等边三角形，$AB\perp BC$，$PA=PB$.

(1)证明：平面 $PAC\perp$ 平面 ABC；

(2)若 $AC=2AB$，点 M 在棱 PC 上，且二面角 $M-AB-C$ 的大小为 45°，求 $\frac{PM}{PC}$.



1.(12分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知动点 P 到点 $F(2,0)$ 的距离与它到直线 $x=\frac{3}{2}$ 的距离之比为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

记点 P 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程；

(2)过点 F 作两条互相垂直的直线 l_1，l_2. l_1 交曲线 C 于 A，B 两点，l_2 交曲线 C 于 S，T 两点，线段 AB 的中点为 M，线段 ST 的中点为 N. 证明：直线 MN 过定点，并求出该定点坐标.

2.(12分)

已知函数 $f(x)=\log_a x$，其中 $0<a<1$.

(1)若不等式 $f(x)\geqslant 1-x$ 恒成立，求实数 a 的值；

(2)讨论方程 $f(x)=a^x$ 的解的个数.