

北京市师大附中高一（上）期中数学练习试卷 2018-11

一、选择题（每小题5分，共40分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）。

1. 函数  $f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1-x}} + \lg(3x+1)$  的定义域是 ( )。

- A.  $(-\frac{1}{3}, +\infty)$       B.  $(-\frac{1}{3}, 1)$       C.  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$       D.  $(-\infty, -\frac{1}{3})$

2. 若  $0 < x < y < 1$ ，则 ( )。

- A.  $3^y < 3^x$       B.  $\log_x 3 < \log_y 3$       C.  $\log_4 x < \log_4 y$       D.  $(\frac{1}{4})^x < (\frac{1}{4})^y$

3. 设  $a > 1$ ，函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $[a, 2a]$  上的最大值与最小值之差为  $\frac{1}{2}$ ，则  $a =$  ( )。

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $2\sqrt{2}$       D. 4

4. 若  $A = \{x | 2 \leq 2^{2-x} < 8, x \in \mathbb{Z}\}$ ， $B = \{x | \log_2 x > 1, x \in \mathbb{R}\}$ ，则  $A \cap (C_{\mathbb{R}} B)$  的元素个数为 ( )。

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$ ，若  $f(a) = \frac{1}{2}$ ，则实数  $a$  的值为 ( )。

- A. -1      B.  $\sqrt{2}$       C. -1 或  $\sqrt{2}$       D. 1 或  $-\sqrt{2}$

6. 已知函数  $f(x) = ax^2 + 2ax + 4$  ( $a > 0$ )，若  $x_1 < x_2$ ， $x_1 + x_2 = 0$ ，则 ( )。

- A.  $f(x_1) < f(x_2)$       B.  $f(x_1) = f(x_2)$   
C.  $f(x_1) > f(x_2)$       D.  $f(x_1)$  与  $f(x_2)$  的大小不能确定

7. 若  $f(x) = \begin{cases} (3-a)x - 4a, & x < 1 \\ \log_{5a} x, & x > 1 \end{cases}$  是  $\mathbb{R}$  上的增函数，那么  $a$  的取值范围是 ( )。

- A.  $[\frac{3}{5}, 3)$       B.  $[\frac{3}{5}, 1)$       C.  $(\frac{1}{5}, 3)$       D.  $(\frac{1}{5}, 1)$

8. 已知函数  $f(x) = 2mx^2 - 2(4-m)x + 1$ ， $g(x) = mx$ ，若对于任一实数  $x$ ， $f(x)$  与  $g(x)$  至少有一个为正数，则实数  $m$  的取值范围是 ( )。

- A.  $(0, 2)$       B.  $(0, 8)$       C.  $(2, 8)$       D.  $(-\infty, 0)$

二、填空题（共6小题，每小题5分，满分30分）。

9. 设  $p = (\frac{1}{300})^{-\frac{1}{2}} + 10(\frac{\sqrt{3}}{2})^{\frac{1}{2}}$ ， $(\frac{27}{4})^{\frac{1}{4}} - 10(2 - \sqrt{3})^{-1}$ ， $q = (\lg 2)^2 + \lg 20 \times \lg 5$ ，则  $\log_3 q^p =$  \_\_\_\_\_。

10. 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & (x < 0) \\ -2 + \ln x & (x > 0) \end{cases}$  的零点个数是 \_\_\_\_\_ 个。

11. 若函数  $y = (\log_0.5 a)^x$  在  $\mathbb{R}$  上为增函数，则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x & (x < 0) \\ \ln x & (x > 0) \end{cases}$ , 则  $f[f(\frac{\pi}{4})] =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, +\infty)$  上的偶函数, 当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = x - x^4$ , 则当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

14. 设偶函数  $f(x)$  对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$ , 且当  $x \in [-3, -2]$  时,  $f(x) = 2x$ , 则  $f(2009.5) =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题有 6 小题, 共 80 分, 写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (13 分) 矩形 ABCD 的长  $AB=8$ , 宽  $AD=5$ , 动点 E、F 分别在 BC、CD 上, 且  $CE=CF=x$ .

(1) 将  $\triangle AEF$  的面积  $S$  表示为  $x$  的函数  $f(x)$ , 求函数  $S=f(x)$  的解析式.

(2) 求  $S$  的最大值.

16. (13 分)  $f(x)$  是定义在  $[-2, 2]$  上的偶函数, 且  $f(x)$  在  $[0, 2]$  上单调递减, 若  $f(1-m) < f(m)$  成立, 求实数  $m$  的取值范围.

17. (13 分) 对于函数  $f(x)$ , 若存在  $x_0 \in \mathbb{R}$ , 使  $f(x_0) = x_0$  成立, 则称  $x_0$  为  $f(x)$  的不动点. 已知函数  $f(x) = ax^2 + (b+1)x + b - 1$  ( $a \neq 0$ ).

(1) 当  $a=1, b=-2$  时, 求  $f(x)$  的不动点.

(2) 若对于任意实数  $b$ , 函数  $f(x)$  恒有两个相异的不动点, 求  $a$  的取值范围.

18. (13 分) 已知  $3^a = 5^b = c$ , 且  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ , 设函数  $f(x) = x^2 - \frac{4c^2}{15}x - 4$ .

(1) 求  $c$  的值.

(2) 记  $g(t)$  为函数  $f(x)$  在闭区间  $[t, t+1]$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) 上的最小值, 利用 (1) 中所求的  $c$  值, 试写出  $g(t)$  的函数表达式, 并求出  $g(t)$  的最小值.

19. (14 分) 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的函数, 且对任意实数  $x, y$  都有  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ .

(1) 求证:  $f(x)$  是奇函数.

(2) 若  $f(-3) = a$ , 用  $a$  表示  $f(12)$ .

(3) 若当  $x > 0$  时, 有  $f(x) > 0$ , 则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数.

20. (14 分) 已知定义域为  $\mathbb{R}$  的函数  $f(x) = \frac{-2^x + b}{2^{x+1} + a}$  是奇函数.

(I) 求  $a, b$  的值.

(II) 若对任意的  $t \in \mathbb{R}$ , 不等式  $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$  恒成立, 求  $k$  的取值范围.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线\_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

## 北京高考资讯

### 关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980