保密★启用前

泉州市2022届高中毕业班质量监测（一）

2021.03

高 三 数 学

本试卷共22题，满分150分，共6页。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 考生作答时，将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。
4. 保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$

2. 在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是 $(1,-1)$，则 $z^2=$

A. -2　　B. 2　　C. $-2i$　　D. $2i$

3. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，设甲：$f(x)$ 在 $[0,2]$ 上单调递增，乙：$f(x)$ 满足 $f(1)<f(2)$，则甲是乙的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 用图形直观表示集合的运算关系，最早是由瑞士数学家欧拉所创，故将表示集合运算关系的图形称为"欧拉图"。后来，英国逻辑学家约翰·韦恩在欧拉图的基础上创建了世人所熟知的"韦恩图"。如图1中的四块区域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ分别表示四个集合：$A\cap B$，$A\cap(\complement_I B)$，$(\complement_I A)\cap B$，$(\complement_I A)\cap(\complement_I B)$，则图2中的阴影部分表示的集合为

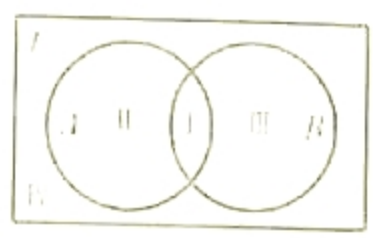


图1

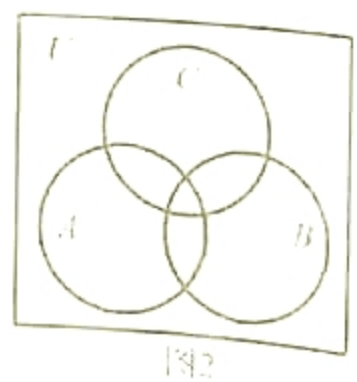


图2

A. $A\cap B\cap C$　　B. $(\complement_I A)\cap B\cap C$　　C. $A\cap(\complement_I B)\cap C$　　D. $A\cap B\cap(\complement_I C)$

5. 若 $\theta\in\left(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right)$，且 $\sin 2\theta=\frac{4}{5}$，则 $\tan\theta=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{1}{4}$　　D. 4

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{x-1}+1, & x\le 1,\\ \log_2 x, & x>1,\end{cases}$ 则函数 $y=f(1-x)$ 的图象大致为

A

B

C

D

7. 已知两个正实数 x，y 满足 $x^2-y=\ln y-\ln x$，则下列式子中一定不成立的是

A. $x<y<1$　　B. $y<x<1$

C. $1<x<y$　　D. $x=y=1$

8. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 所在的平面互相垂直，$AC=25$，$AB=AD=20$，$CB=CD=15$，则直线 AD 与 BC 所成的角的余弦值为

A. $\frac{7}{24}$　　B. $\frac{7}{25}$　　C. $\frac{24}{25}$　　D. $\frac{12}{25}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 已知复数 $z=\sqrt{3}+\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则

A. $|z|=2$　　B. $\bar{z}=\sqrt{3}-\mathrm{i}$

C. $z\cdot\bar{z}=2$　　D. $\frac{\bar{z}}{z}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

10. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$，$\boldsymbol{b}=(\lambda,1)$，若 $(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=4$，则

A. $\lambda=\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $|\boldsymbol{b}|=2$

C. $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$

D. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

11. 已知 $1\le a\le 5$，$a+b=8$，则

A. $-6\le a-b\le 2$

B. $7\le ab\le 15$

C. $32\le a^2+b^2\le 50$

D. 2^a+8^b 的最小值为128

12. 已知点 $D\left(\frac{3}{2},1\right)$，直线 $l:2kx-2y-k+2=0$，圆 $C:x^2+y^2-2x=1$，过点 $P(0,-2)$ 分别作圆 C 的两条切线 PA，PB（A，B 为切点），点 H 在 $\triangle ABC$ 的外接圆上，则

A. 直线 AB 的方程是 $x+2y-1=0$

B. l 被圆 C 截得的最短弦的长为 $\sqrt{3}$

C. 四边形 $PACB$ 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $|DH|$ 的取值范围为 $\left[\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{3\sqrt{5}}{2}\right]$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若棱长为 1 的正方体的所有顶点都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为_____.

14. 过抛物线 $C:y^2=6x$ 的焦点的直线 l 交 C 于 A，B 两点，若 $|AB|=9$，则线段 AB 中点的横坐标为_____.

15. 已知 $(x+m)^5=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_5(x-1)^5\ (m\in\mathbf{R})$，

若 $(a_0+a_2+a_4)^2-(a_1+a_3+a_5)^2=3^5$，则 $m=$_____或_____.

16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x+2)$ 为偶函数，$f(x^3+1)$ 为奇函数，且当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=ax+b$，若 $f(4)=1$，则 $\sum_{k=1}^{100}\left[k\cdot f\left(k+\frac{1}{2}\right)\right]=$_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，已知 $a=4\sqrt{2}$，$b=5$，$c=7$.

（1）求 $\cos A$ 的值；

（2）若点 D 在边 BC 上，且 $BD=3CD$，求 AD.

18.（12 分）

公差为 2 的等差数列 $\{a_n\}$ 中，a_1，a_2，a_4 成等比数列.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

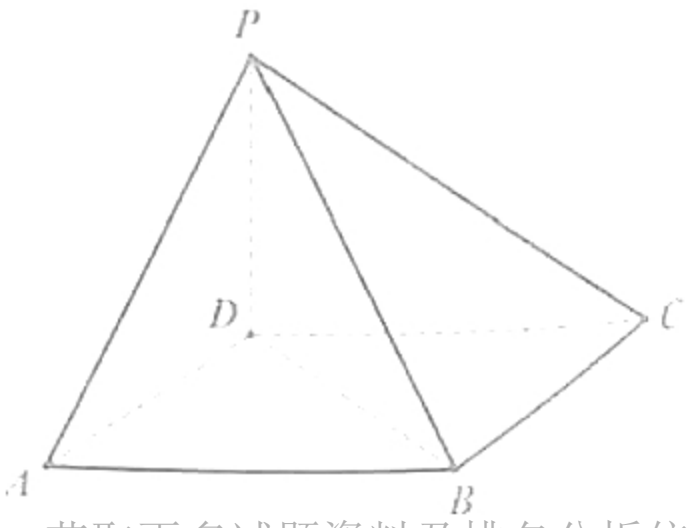
（2）若数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_n=\begin{cases} a_n, & n\le 10, \\ b_{n-5}, & n>10. \end{cases}$ 求 $\{b_n\}$ 的前 20 项和.

19.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle BAD=45^\circ$，且 $AD=BD=PD=1$.

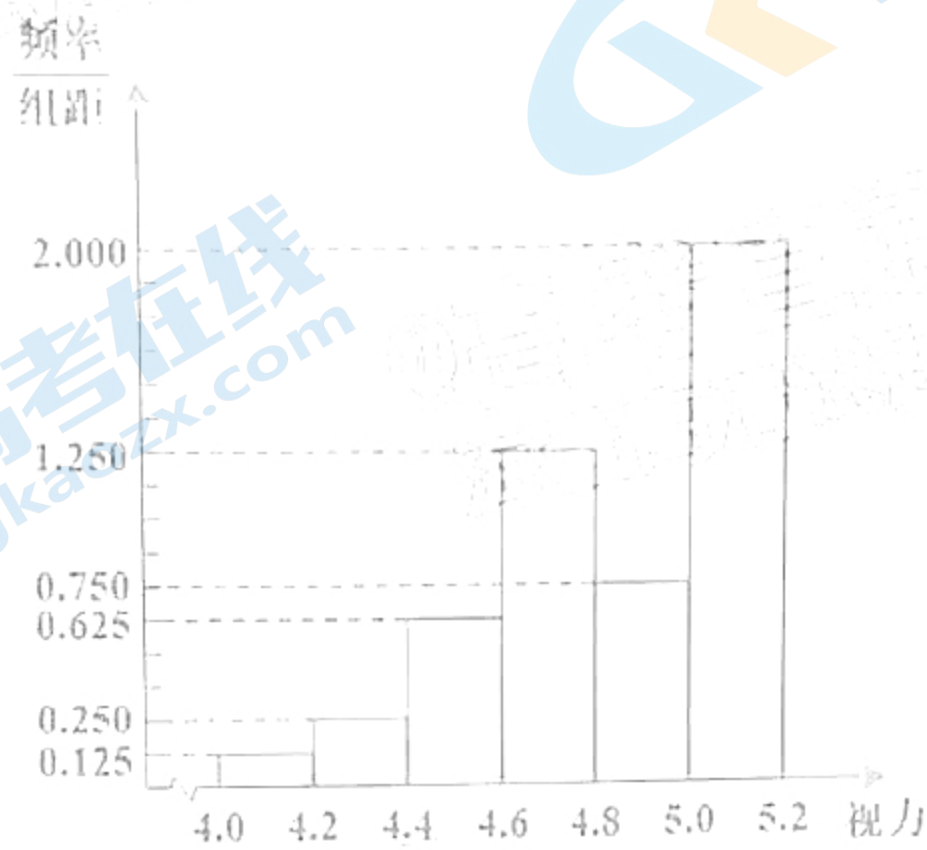
（1）求证：$PA\perp PC$；

（2）求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.



20.（12 分）

加强儿童青少年近视防控，促进儿童青少年视力健康中央关心、群众关切、社会关注的“光明工程”．为了解青少年的视力与学习成绩间的关系，对某地区今年初中毕业生的视力和中考成绩进行调查．借助视力表测量视力情况，测量值 5.0 及以上为视力正常，5.0 以下为近视．现从该地区今年初中毕业生随机抽取 10 名学生的视力测量值和中考成绩数据，得视力测量值的频率分布直方图如下：



其中，近视的学生中成绩优秀与成绩一般的人数比例为 1∶2，成绩一般的学生中视力正常与近视的人数比例为 3∶4．

（1）根据频率分布直方图的数据，将下面的 2×2 列联表补充完整，并判断是否有 90% 的把握认为视力情况与学习成绩有关：

学习成绩＼视力情况	视力正常	近视	合计
成绩优秀			
成绩一般			
合计			

（2）将频率视为概率，从该地区今年初中毕业生中随机抽取 3 人，设近视的学生数为 X，求 X 的分布列与数学期望．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

21.（12 分）

设椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 $A(0,\sqrt{3})$，直线 AF_2 的倾斜角为 60°，原点 O 到直线 AF_2 的距离是 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

（1）求 E 的方程；

（2）过 E 上任一点 P 作直线 PF_1,PF_2 分别交 E 于 M,N（异于 P 的两点），且 $\overrightarrow{F_1M}=m\overrightarrow{PF_1}$，$\overrightarrow{F_2N}=n\overrightarrow{PF_2}$，探究 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ 是否为定值？若是，求出定值；若不是，请说明理由.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{\ln x+1}{ax}$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $(ex_1)^{x_1}=(ex_2)^{x_2}$（e 是自然对数的底数），且 $x_1>0$，$x_2>0$，证明：$x_1^2+x_2^2>2$.