

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{-2, 1, 2\}$, $B = \{x | (x+2)(x-1) \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(-2, 1)$ B. $[-2, 1]$ C. $\{-2, 1\}$ D. $\{-2, 1, 2\}$

2. 命题“ $\forall x \leq 0, \sin x \leq 1$ ”的否定是

- A. $\exists x \leq 0, \sin x > 1$ B. $\exists x > 0, \sin x \leq 1$
C. $\forall x \leq 0, \sin x > 1$ D. $\forall x > 0, \sin x \leq 1$

3. 下列函数中既是增函数又是奇函数的是

- A. $f(x) = -\frac{1}{x}$ B. $f(x) = x^3$
C. $f(x) = 2^x$ D. $f(x) = \ln x$

4. 已知角 α 的终边为射线 $y = x(x \leq 0)$, 则下列正确的是

- A. $\alpha = \frac{5\pi}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\tan(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -1$ D. $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1$

5. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$, 则下列说法错误的是

- A. $f(x)$ 有最大值 B. $f(x)$ 有最小值
C. $\exists x_0 \neq 0$, 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ D. $\forall x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(-x) = -f(x)$

6. 设 $a = \ln 2, b = 2^{\frac{1}{2}}, c = 3^{\frac{1}{3}}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < b < c$ ✓ B. $b < a < c$
C. $a < c < b$ ✓ D. $c < a < b$

7. 要得到函数 $y = \ln(2x)$ 的图像, 只需将函数 $y = \ln x$ 的图像

- A. 每一点的横坐标变为原来的 2 倍
B. 每一点的纵坐标变为原来的 2 倍
C. 向左平移 $\ln 2$ 个单位
D. 向上平移 $\ln 2$ 个单位

8. $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 则 “ $A > B$ ” 是 “ $a + \sin A > b + \sin B$ ” 的

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

9. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图像在 $(x_1, f(x_1))$ 处的切线与在 $(x_2, f(x_2))$ 处的切线相互垂直, 那么 $|x_1 - x_2|$ 的最小值是

- A. $\frac{\pi}{4}$
B. $\frac{\pi}{2}$
C. π
D. 2π

10. 对于 201 个黑球和 100 个白球的任意排列 (从左到右排成一行), 下列说法一定正确的是

- A. 存在一个白球, 它右侧的白球和黑球一样多
B. 存在一个白球, 它右侧的黑球个数等于白球个数的三倍
C. 存在一个黑球, 它右侧的黑球个数等于白球个数的二倍
D. 存在一个黑球, 它右侧的黑球个数大于白球个数的二倍

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 函数 $y = \ln(2-x)$ 的定义域为_____.

12. 复数 z 满足 $z(1+i) = 1-i$, $|z| =$ _____.

13. 能够说明 “若 $g(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数, 则 $xg(x)$ 在 \mathbb{R} 上也是增函数” 是假命题的一个 $g(x)$ 的解析式 $g(x) =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x \leq 0, \\ ax^2 - 2x, & x > 0 \end{cases}$

① 当 $a = -1$ 时, 函数 $f(x)$ 的最大值为_____.

② 如果 $f(x)$ 存在最小值且最小值小于 $-\frac{1}{e}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

15.生态学研究发现：当种群数量较少时，种群近似呈指数增长，而当种群增加到一定数量后，增长率就会随种群数量的增加而逐渐减小。为了刻画这种现象，生态学上提出了著名的

逻辑斯蒂模型： $N(t) = \frac{KN_0}{N_0 + (K - N_0)e^{-rt}}$ ，其中 N_0, r, K 是常数， N_0 表示初始时刻种群

数量， r 叫做种群的内禀增长率， K 是环境容纳量。 $N(t)$ 可以近似刻画 t 时刻的种群数量。

下面给出四条关于函数 $N(t)$ 的判断：

- ①如果 $N_0 = \frac{K}{3}$ ，那么存在 $t > 0$ ， $N(t) = 2N_0$ ；
- ②如果 $0 < N_0 < K$ ，那么对任意 $t \geq 0$ ， $N(t) < K$ ；
- ③如果 $0 < N_0 < K$ ，那么存在 $t > 0$ ， $N(t)$ 在 t 点处的导数 $N'(t) < 0$ ；
- ④如果 $0 < N_0 < \frac{K}{2}$ ，那么 $N(t)$ 的导函数 $N'(t)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在最大值。

全部正确判断组成的序号是_____。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin(\pi - x)\cos x - 2\sqrt{3}\sin^2 x + \sqrt{3}$.

(I) 求 $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;

(II) 求 $f(x)$ 的最小正周期，并求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{5\pi}{12}, \pi\right]$ 上的最大值.

17. (本小题共 13 分)

已知 $\triangle ABC$ 中， $a^2 + c^2 = b^2 + ac$.

(I) 求角 B ;

(II) 若 $b = \sqrt{14}$, $\sin C = 3\sin A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$.

(I) 从以下三个条件中选择两个作为已知，使 $f(x)$ 存在且唯一确定，并求 $f(x)$ 的极值点；

条件①： $f(1) = 2$;

条件②： $f(x)$ 的图像关于点 $(0,0)$ 对称；

条件③： $f'(x)$ 是偶函数.

(II) 若 $b = a^2$, 且 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上单调递增，求 a 的取值范围.

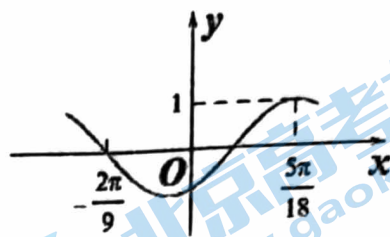
19. (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如下图所示.

(I) 直接写出 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若对任意 $s \in [0, \frac{\pi}{3}]$, 存在 $t \in [0, m]$, 满足 $f(s) = -f(t)$,

求实数 m 的取值范围.



20. (本小题共 15 分)

已知函数 $f(x) = (ax^2 + x + 1)e^{-x}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a > 0$ 时, 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有最小值 1, 求 a 的取值范围;

(III) 当 $a \leq 0$ 时, 直接写出函数 $g(x) = f(x) - ex$ 零点的个数 (不用说明理由).

21. (本小题共 15 分)

已知集合 $S_n = \{X \mid X = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n\}$ ($n \geq 2$)

对于 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in S_n, B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in S_n,$

定义 A 与 B 之间的距离: $d(A, B) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|.$

若 $d(A, B) = 1$, 则称 A, B 相关, 记为 $A \leftrightarrow B$. 若 S_n 中不同的元素 A_1, A_2, \dots, A_m ($m \geq 2$),

满足 $A_2 \leftrightarrow A_3, \dots, A_{m-1} \leftrightarrow A_m, A_m \leftrightarrow A_1$, 则称 A_1, A_2, \dots, A_m 为 S_n 中的一个闭环.

(I) 请直接写出 S_2 中的一个闭环 A_1, A_2, A_3, A_4 ;

(II) 若 A_1, A_2, \dots, A_m 为 S_n 中的一个闭环, 证明: m 为偶数;

(III) 若 A_1, A_2, \dots, A_m 为 S_{2023} 中的一个闭环, 求 m 的最大值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯