高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：集合与常用逻辑用语，函数，导数及其应用，三角函数与解三角形，平面向量，复数，数列，不等式，立体几何，直线与圆，圆锥曲线。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|y=\sqrt{3+2x-x^2}\}$，$B=\{y|y=e^x+a\}(a\in\mathbf{R})$，若 $A\cap B=\varnothing$，则 a 的取值范围为

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(-\infty,-1)$

C. $(3,+\infty)$　　D. $[3,+\infty)$

2. 已知复数 z 满足 $(8+6i)z=5+12i$，则 $|z|=$

A. $\frac{13\sqrt{7}}{20}$　　B. $\frac{13}{10}$　　C. $\frac{17}{14}$　　D. $\frac{15}{13}$

3. 已知直线 $l_1: x-2y-1=0$，$l_2: 2x+my+2\sqrt{5}-2=0$，若 $l_1 // l_2$，则 l_1 与 l_2 之间的距离为

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{5-2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{5+2\sqrt{5}}{5}$

4. 我国古代历法从东汉的《四分历》开始，就有各节气初日晷影长度和太阳去极度的观测记录，漏刻、晷影成为古代历法的重要计算项目. 唐代僧一行在编制《大衍历》时发明了求任何地方每日晷影长和去极度的计算方法——"九服晷影法"，建立了晷影长 l 与太阳天顶距 θ 之间的对应数表（世界上最早的正切函数表）. 根据三角学知识知：晷影长 l 等于表高 h 与天顶距 θ 正切值的乘积，即 $l=h\tan\theta$. 若对同一表高进行两次测量，测得晷影长分别是表高的2倍和3倍，记对应的天顶距分别为 θ_1 和 θ_2，则 $\tan(\theta_1-\theta_2)=$

A. -1　　B. $-\frac{1}{7}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 1

5. 已知 F_1, F_2 是平面内两个不同的定点，P 为平面内的动点，则"$||PF_1|-|PF_2||$ 的值为定值 m，且 $m<|F_1F_2|$"是"点 P 的轨迹是双曲线"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $f(x)=\sin 2x+\tan x+1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 处的切线方程为

A. $2x+y+6-\pi=0$　　B. $2x-y+3-\pi=0$

C. $4x-2y+6-\pi=0$　　D. $4x-2y+6+\pi=0$

7. 已知双曲线 C：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，$F$ 为 C 的下焦点，O 为坐标原点，l_1 是 C 的斜[illegible]线，过 F 作斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线 l 交 l_1 于点 A，交 x 轴的正半轴于点 B，若 $|OA|=|OB|$，则 C 的离心率为

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

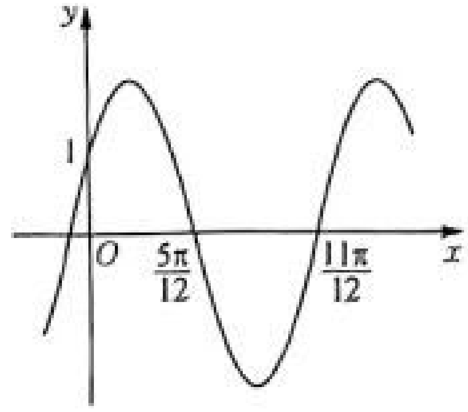
8. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)=$

A. $2\cos 2x$

B. $\sqrt{3}\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

C. $\sqrt{3}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

D. $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$



9. 已知 F_1、F_2 分别是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，C 过 $A(-2,0)$ 和 $B(0,1)$ 两点，点 P 在线段 AB 上，则 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的取值范围为

A. $\left[-\frac{11}{5},+\infty\right)$　　B. $\left[1,\frac{37}{5}\right]$　　C. $[-2,1]$　　D. $\left[-\frac{11}{5},1\right]$

10. 已知定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足：① $\forall x>0$，$f(x)<0$；②对任意正数 x,y，当 $x<y$ 时，$yf(x)>xf(y)$ 恒成立. 若 $a=f(\sin 0.1)\sin 0.1$，$b=\frac{f(0.1)}{10}$，$c=f(\tan 0.1)\tan 0.1$，则

A. $a>b>c$　　B. $c>a>b$　　C. $b>c>a$　　D. $b>a>c$

11. 在四面体 $ABCD$ 中，$AB\perp AC$，$AB\perp BD$，异面直线 AC 与 BD 所成的角为 $30°$，且二面角 $C-AB-D$ 为锐二面角，$AB=4$，$AC=5$，$BD=3$，则四面体 $ABCD$ 的体积为

A. $2\sqrt{34-15\sqrt{3}}$　　B. 3

C. 5　　D. 10

12. 将曲线 C_1：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1(x\leqslant 0)$ 和曲线 C_2：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1(x>0)$ 合成曲线 E. 斜率为 k 的直线 l 与 E 交于 A，B 两点，P 为线段 AB 的中点，则下列判断错误的是

A. 曲线 E 所围成图形的面积小于 36

B. 曲线 E 与其对称轴仅有两个交点

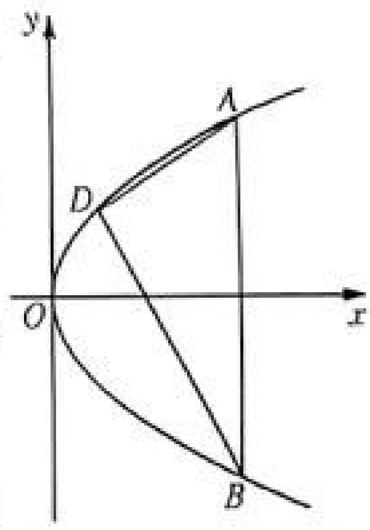
C. 存在 k，使得点 P 的轨迹总在某个椭圆上

D. 存在 k，使得点 P 的轨迹总在某条直线上

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，$|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为________.

14. 直线 l 过点 $(2,1)$ 且与圆 C：$(x+1)^2+y^2=9$ 相切，则直线 l 的方程为________.



15. 如图，直线 $x=t$ 与抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 交于 A，B 两点，D 为 C 上异于 A，B 的一点，若 $AD\perp BD$，则点 D 到直线 $x=t$ 的距离与 p 的比值为________.

16. 若 x_1，x_2 是函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-e^x+1(a\in\mathbf{R})$ 的两个极值点，且 $\frac{x_2}{x_1}\geqslant 2$，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $a\sin A-c\sin C=(b-c)\sin B$.

(1)求 A 的大小；

(2)若△ABC 为锐角三角形，求 $\frac{b}{c}$ 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知直线 $l_1:x-ay+2=0,l_2:ax+y-2a=0(a\in\mathbf{R})$，若 l_1 与 l_2 的交点 P 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程；

(2)若圆 $E:x^2+y^2-2mx-2ny=0$ 的圆心在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，且与曲线 C 相交所得公共弦 MN 的长为 $2\sqrt{3}$，求 m,n 的值.

19.（本小题满分 12 分）

在正项数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$\forall n\geqslant 2,a_1+\frac{a_2}{3}+\cdots+\frac{a_{n-1}}{2n-3}=\frac{a_n-1}{2}$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=a_1,b_2=a_2-1$，且 $\ln b_n+\ln b_{n+2}=2\ln b_{n+1}$，设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，证明：$T_n\cdot T_{n+2}<T_{n+1}^2$.

(本小题满…

在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 外作等边$\triangle BCQ$(如图 1),将$\triangle BCQ$ 沿 BC 折起到$\triangle PBC$ 处,使得 $PD=2\sqrt{2}$,E 为 AB 的中点(如图 2).

(1)求证:平面 $PDE\perp$平面 PCD;

(2)求二面角 $E-PD-A$ 的正弦值.

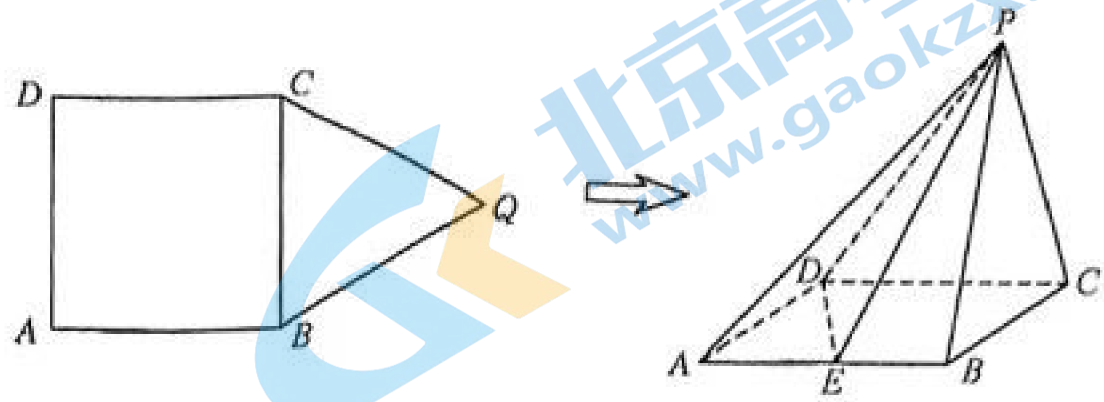


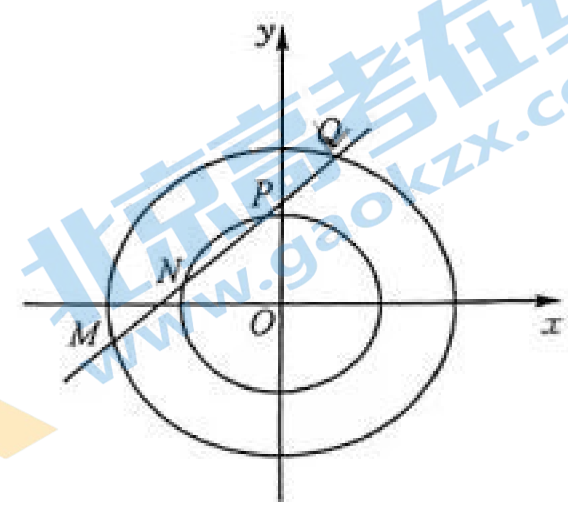
图1　　图2

本小题满分 12 分)

知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个焦点为 $F_1(-1,0)$,其左顶点为 A,上顶点为 B,且 F_1 到直 AB 的距离为$\frac{\sqrt{7}}{7}|OB|$(O 为坐标原点).

)求 C 的方程;

)若椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\lambda(\lambda>0$ 且 $\lambda\neq1)$,则称椭圆 E 为椭圆 C 的 λ 倍相似椭圆.已知椭圆 E 是椭圆 C 的 3 倍相似椭圆,直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 C,E 交于四点(依次为 M,N,P,Q,如图),且$\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{PQ}=2\overrightarrow{NQ}$,证明:点 $T(k,m)$在定曲线上.



小题满分 12 分)

知 $f(x)=x^2+x+a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

讨论 $f(x)$的单调性;

若 $a=1$,函数 $g(x)=x+1-f(x)$,$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$,$x_1\neq x_2$,$|x_1g(x_2)-x_2g(x_1)|>\lambda|x_1-x_2|$恒成立,求实数 λ 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承〞精益求精、专业严谨〞的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯