北京一六一中学 2022—2023 学年度第一学期期中考试

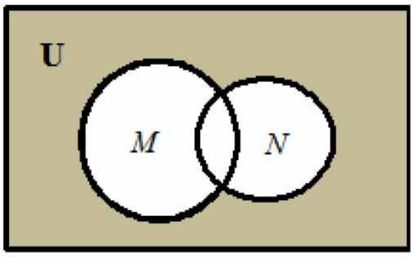
高 三 数 学 试 卷

班级____________姓名____________学号____________

考生须知	
	1．本试卷共 3 页，满分 150 分，考试时长 120 分钟。
	2．试题答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
	3．在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，非选择题用黑色字迹签字笔作答。
	4．考试结束后，将答题纸交回。

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求．

1. 已知全集 **U** 是实数集 **R**.右边的韦恩图表示集合 $M=\{x|\ x>2\}$ 与 $N=\{x|\ 1<x<3\}$ 关系，那么阴影部分所表示的集合可能为



A. $\{x|\ x>2\}$　　B. $\{x|x\le 2\}$

C. $\{x|\ x>1\}$　　D. $\{x|\ x\le 1\}$

2. 复数 $\left(\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^{2023}=$

A．i　　B．-1　　C．$-\mathrm{i}$　　D．1

3. 下列各组向量中，可以作为基底的是

A．$\boldsymbol{e}_1=(0,0)$，$\boldsymbol{e}_2=(1,2)$　　B．$\boldsymbol{e}_1=(3,4)$，$\boldsymbol{e}_2=(1,2)$

C．$\boldsymbol{e}_1=(3,4)$，$\boldsymbol{e}_2=(6,8)$　　D．$\boldsymbol{e}_1=(3,-4)$，$\boldsymbol{e}_2=(1,-\dfrac{4}{3})$

4. 若 α 为第一象限角，则

A．$\cos2\alpha>0$　　B．$\cos2\alpha<0$

C．$\sin2\alpha>0$　　D．$\sin2\alpha<0$

5. 设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的无穷等差数列，则“$d>0$”是“$\exists k\in\mathbf{N}^*,a_k>0$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

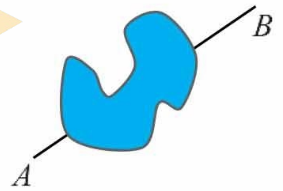
6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{x}-\log_2 x$，则不等式 $f(x)>0$ 的解集是

A. $(0,1)$　　B. $(-\infty,2)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $(0,2)$

7.如图所示，为了测量某湖泊两侧 A，B 间的距离，某同学首先选定了与 A，B 不共线的一点 C，然后给出了四种测量方案：（ΔABC 的角 A，B，C 所对的边分别记为 a，b，c）

①测量 A，C，b；　②测量 a，b，C；

③测量 A，B，a；　④测量 a，b，B．



则一定能确定 A，B 间距离的所有方案的序号为

A. ①②③　　B. ②③④

C. ①③④　　D. ①②③④

8. 在计算机尚未普及的年代，人们在计算三角函数时常常需要查表得到正弦和余弦值，三角函数表的制作最早可追溯到古希腊数学家托勒密.下面给出了正弦表的一部分，例如，通过查表可知 $2°12'$ 的正弦值为 0.0384，$30°54'$ 的正弦值为 0.5135，等等. 则根据该表，416.5° 的余弦值为

正 弦 和 余 弦 表

正　弦

A	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
											0.0000	90°
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87°
•••••••••••••												
30°	0.5000	5015	5030	5045	5060	5076	5090	5105	5120	5135	5150	59°
31°	5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	5299	58°
32°	5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	5486	57°
33°	5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	5592	56°
34°	5592	5606	6621	5635	6650	5664	5678	5693	5707	7721	0.5738	55°
•••••••••••••												

A. 0.5461　　B. 0.5519　　C. 0.5505　　D. 0.5534

9. 关于函数 $f(x)=\ln\left(\dfrac{2}{1-x}-1\right)$，下列说法错误的是

A. 定义域为 $(-1,1)$　　B. 图象关于 y 轴对称

C. 图象关于原点对称　　D. 在 $(0,1)$ 内单调递增

10. 已知点 A，B，C 在单位圆上运动，且 AB⊥BC，若点 P 的坐标为(2, 0)，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|$ 的最大值为

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11. 在$\triangle ABC$中，若$a^2-b^2+c^2+ac=0$，则$B=$______.

12. 已知二项式$\left(x+\dfrac{1}{x^5}\right)^n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$展开式中含有常数项，则$n$的最小值为______.

13. 已知函数$f(x)=\mathrm{e}^{|x|}+|x|$，则$f(x)$的值域是______.

14. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$，若函数$f(x)$在$[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{6}]$上具有单调性，且$f(\dfrac{\pi}{2})=-f(\dfrac{5\pi}{6})$，则$\varphi=$______.

15. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x\sin x, 0<x<\pi,\\ \sqrt{x}, \quad x\geq\pi,\end{cases}$ 则$f[f(4)]=$______；若函数$g(x)=f(x)-kx\ (k\in\mathbf{R})$有三个零点，则$k$的取值范围是______.

三、解答题：共 6 小题，共 85 分．解答题写出文字说明，证明过程或演算步骤．

16.（13 分）已知函数$f(x)=2\cos^2\omega x-\sin x$.

（Ⅰ）求$f(0)$的值；

（Ⅱ）从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，求函数$f(x)$在$[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$上的最小值，并直接写出函数$f(x)$的一个周期.

①$\omega=2$；　②$\omega=1$；　③$\omega=\dfrac{1}{2}$.

注：如果选择条件①、条件②、条件③分别解答，按第一个解答计分.

17.（13 分）某校为了鼓励学生热心公益，服务社会，成立了“慈善义工社”．本学期该校“慈善义工社”为学生提供了 4 次参加公益活动的机会，学生可通过网络平台报名并参加该活动．活动结束后，为了解学生实际参加这 4 次活动的情况，从全校 4000 名学生中随机抽取 100 名学生进行调查，数据统计如下表，其中“√”表示参加，“×”表示未参加.

学生人数 \ 公益活动	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次
30	×	×	√	√
20	×	√	×	√
15	√	√	√	√
12	√	√	√	×
10	×	√	×	×
a	√	×	×	×
b	×	×	×	×

根据表中数据估计，该校 4000 名学生中约有 120 名这 4 次活动均未参加.

（Ⅰ）求 a，b 的值；

（Ⅱ）若学生每次参加公益活动可获得 10 个公益积分，任取该校一名学生，记该生在本学期活动中获得的公益积分为 X，以频率作为概率，求 X 的分布列和数学期望；

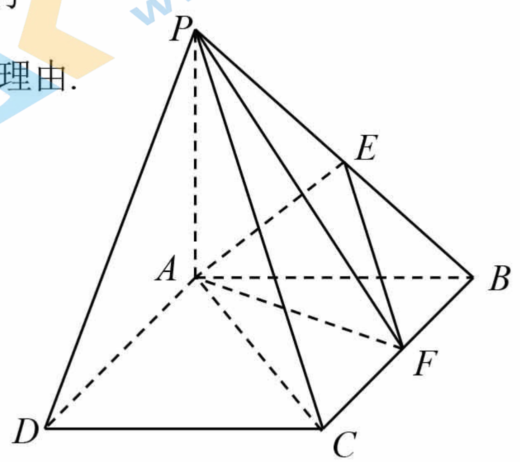
（Ⅲ）如果你是该校“慈善义工社”的负责人之一，那么根据表格中的数据，在安排下学期的公益活动时你会提出什么改进建议？并说明理由.

18.（14 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，侧面 $PAB\perp$ 底面 $ABCD$，$PA=AB$，点 E 是 PB 的中点，点 F 在边 BC 上移动.

（Ⅰ）若 F 为 BC 中点，求证：$EF//$ 平面 PAC；

（Ⅱ）求证：$AE\perp PF$；

（Ⅲ）若 $PB=\sqrt{2}AB$，平面 AEF 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{11}}{11}$，试判断点 F 在边 BC 上的位置，并说明理由.



19.（15 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 过点 $(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，且 C 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程;

（Ⅱ）过点 $P(1,0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于 A， B 两点，求 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围.

20. （15 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\left(\dfrac{a+1}{2}\right)x^2+ax+1$.

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线与直线 $y=-3x$ 平行，求实数 a 的值;

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 的最大值为 1，求实数 a 的取值范围;

（Ⅲ）若对任意 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，当 $x_1<x_2$ 时，不等式 $f(x_1)-f(x_2)<(a-2)x_1-(a-2)x_2$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21.（15 分）已知数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$，现将数列 A 的项分成个数相同的两组，第一组为 $B:b_1,b_2,\cdots,b_n$，满足 $b_i\geqslant b_{i+1}(i=1,2,\cdots,n-1)$；第二组为 $C:c_1,c_2,\cdots,c_n$，满足 $c_i\leqslant c_{i+1}(i=1,2,\cdots,n-1)$，记 $M=\sum\limits_{i=1}^{n}|b_i-c_i|$.

（Ⅰ）若数列 $A:1,2,4,8$，写出数列 A 的一种分组结果，并求出此时 M 的值;

（Ⅱ）若数列 $A:1,2,3,\cdots,2n$，证明：$\max\{b_i,c_i\}\geqslant n+1(i=1,2,\cdots,n)$；（其中 $\max\{b_i,c_i\}$ 表示 b_i,c_i 中较大的数）

（Ⅲ）证明：M 的值与数列 A 的分组方式无关.

北京一六一中学 2022—2023 学年度第一学期期中考试

高三数学标准答案和评分标准

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．

DCBCA　　DABBB

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11. $\dfrac{2\pi}{3}$　　12. 6　　13. $[1,+\infty)$

14. $-\dfrac{\pi}{3}$　　15. $2\sin 2;(0,\dfrac{\sqrt{\pi}}{\pi}]$

注：第 15 题：第一问 2 分，第二问 3 分；

三、解答题：共 6 小题，共 85 分．解答题写出文字说明，证明过程或演算步骤．

16.（13 分）

解：（Ⅰ）$f(0)=2\cos^2 0-\sin 0=2$．　………………4 分

（Ⅱ）选择条件②.

$f(x)=2\cos^2 x-\sin x$

$=2(1-\sin^2 x)-\sin x$　………………6 分

$=-2(\sin x+\dfrac{1}{4})^2+\dfrac{17}{8}$．　………………8 分

因为 $x\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$，所以 $\sin x\in[-1,\dfrac{1}{2}]$．　………………9 分

所以 当 $\sin x=-1$ 或 $\sin x=\dfrac{1}{2}$ 时，即 $x=-\dfrac{\pi}{2}$ 或 $\dfrac{\pi}{6}$ 时，　……………11 分

$f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$ 取得最小值 1.　………12 分

$f(x)$ 的一个周期为 2π．　………13 分

选择条件③.

$f(x)=2\cos^2\dfrac{x}{2}-\sin x$

$=(\cos x+1)-\sin x$　………………6 分

$=\sqrt{2}\cos(x+\dfrac{\pi}{4})+1$．　………………8 分

因为 $x\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}]$，所以 $x+\dfrac{\pi}{4}\in[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5\pi}{12}]$………………9 分

所以当 $x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{12}$ 时，即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时， ....10 分

$f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}]$ 取得最小值 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. ....12 分

$f(x)$ 的一个周期为 2π. ....13 分

注：选择条件①，估计学生做不了.

略解：$f(x)=2\cos^2 2x-\sin x=(\cos 4x+1)-\sin x$ ....6 分

当 $x\in[-\frac{\pi}{2},0]$ 时，$f(x)>0$ 恒成立 ....8 分

当 $x\in(0,\frac{\pi}{6}]$ 时，$f(x)$ 是减函数， ....10 分

所以当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}]$ 取得最小值 0. ....12 分

$f(x)$ 的一个周期为 2π. ....13 分

17.（13 分）

解：（Ⅰ）依题意 $\frac{b}{100}=\frac{200}{4000}$， 所以 $b=3$. ....2 分

因为 $a=100-(12+20+15+30+10+3)=10$，

所以 $a=10$，$b=3$. ....3 分

（Ⅱ）X 可取 0，10，20，30，40. ....4 分

$P(X=0)=\frac{3}{100}=0.03$；　$P(X=10)=\frac{20}{100}=0.2$；

$P(X=20)=\frac{50}{100}=0.5$；　$P(X=30)=\frac{12}{100}=0.12$；

$P(X=40)=\frac{15}{100}=0.15$.

所以随机变量 X 的分布列为：

X	0	10	20	30	40
P	0.03	0.2	0.5	0.12	0.15

..................9 分

所以 $E(X)=0\times0.03+10\times0.2+20\times0.5+30\times0.12+40\times0.15=21.6$. ......11 分

（Ⅲ）答案不唯一，能利用表中数据进行分析，合理支撑自己的建议即可. ...13 分

18.（14 分）

（Ⅰ）证明：

在 ΔPBC 中，因为点 E 是 PB 中点，点 F 是 BC 中点，

所以 $EF // PC$.

又因为 $EF \not\subset$ 平面 PAC，$PC \subset$ 平面 PAC，

所以 $EF //$ 平面 PAC . ………………4 分

（Ⅱ）证明：

由已知 $PA = AB$，点 E 是 PB 的中点，所以 $AE \perp PB$. ………………5 分

因为底面 $ABCD$ 是正方形，所以 $BC \perp AB$.

又因为侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$，平面 $PAB \cap$ 平面 $ABCD = AB$，

且 $BC \subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $BC \perp$ 平面 PAB . ………………6 分

由于 $AE \subset$ 平面 PAB，所以 $BC \perp AE$. ……………7 分

又因为 $PB \cap BC = B$，所以 $AE \perp$ 平面 PBC .

因为 $PF \subset$ 平面 PBC，所以 $AE \perp PF$. ………………8 分

（Ⅲ）点 F 为边 BC 上靠近 B 点的三等分点.

因为 $PA = AB$，$PB = \sqrt{2}AB$，所以 $PA \perp AB$.

由（Ⅱ）可知，$BC \perp$ 平面 PAB .又 $BC // AD$，

所以 $AD \perp$ 平面 PAB，即 $AD \perp PA$，$AD \perp AB$.所以 AD，AB，AP 两两垂直.

如图，建立空间直角坐标系 $A\text{-}xyz$. ………………9 分

不妨设 $AB = 2$，$BF = m$（$0 \le m \le 2$），

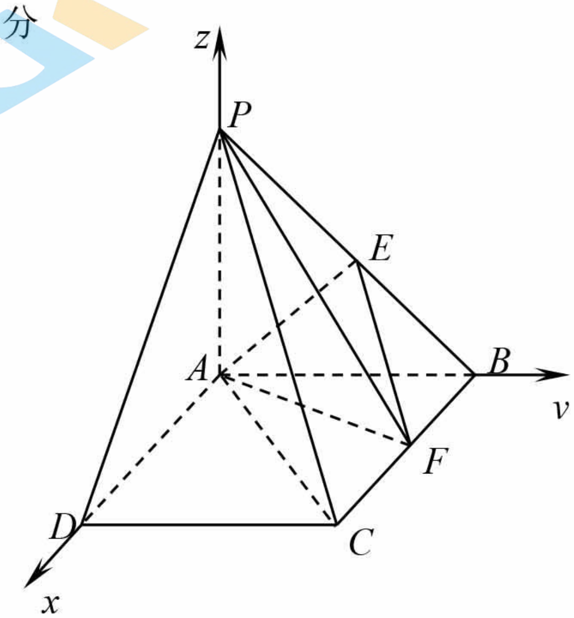
则 $A(0,0,0)$，$B(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，

$E(0,1,1)$，$F(m,2,0)$.

于是 $\overrightarrow{AE} = (0,1,1)$，$\overrightarrow{AF} = (m,2,0)$.

设平面 AEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n} = (p,q,r)$，

由 $\begin{cases} \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{AE} = 0, \\ \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{AF} = 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} q + r = 0, \\ mp + 2q = 0. \end{cases}$



取 $p = 2$，则 $\boldsymbol{n} = (2,-m,m)$. ………………11 分

由于 $AP\perp AB$， $AP\perp AD, AB\cap AD=A$,所以 $AP\perp$ 平面 $ABCD$.

即平面 ABF 的一个法向量为 $\overrightarrow{AP}=(0,0,2)$.

根据题意，$|\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{AP}>|=\dfrac{\sqrt{11}}{11}$

$\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AP}|}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{AP}|}=\dfrac{|2m|}{\sqrt{4+2m^2}\times 2}=\dfrac{\sqrt{11}}{11}$，解得 $m=\dfrac{2}{3}$. ………………13 分

由于 $BC=AB=2$，所以 $BF=\dfrac{1}{3}BC$.

即点 F 为边 BC 上靠近 B 点的三等分点. ………………14 分

19.（15 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=1.\end{cases}$ 所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. …… 5 分

（Ⅱ）当直线 l 的斜率不存在时，直线 l： $x=1$ 与椭圆 C 交于 $A(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$， $B(1,-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$ 两点，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-\dfrac{3}{4}$. ………………6 分

当直线 l 的斜率存在时，设其方程为 $y=k(x-1)$，

由 $\begin{cases}y=k(x-1),\\ x^2+4y^2=4\end{cases}$ 得 $(1+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-4=0$. ………………7 分

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $\Delta>0$ 且

$x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{1+4k^2}$， $x_1x_2=\dfrac{4k^2-4}{1+4k^2}$. ………………8 分

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2$ ………………9 分

$=(1+k^2)(x_1-1)(x_2-1)$ ………………10 分

$=(1+k^2)[x_1x_2-(x_1+x_2)+1]$ ………………11 分

$=\dfrac{-3(1+k^2)}{1+4k^2}$ ………………12 分

$=-\dfrac{3}{4}(1+\dfrac{3}{1+4k^2})$

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}\in[-3,-\dfrac{3}{4})$. ………………14 分

综上所述，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是 $[-3,-\dfrac{3}{4}]$. ………………15 分

20.（15 分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=x^2-(a+1)x+a$， ………………1 分

$\because$ 曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线与直线 $y=-3x$ 平行，

$\therefore f'(0)=a=-3$. ………………3 分

又$\because$ $f(0)=1$，在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=-3x+1$，与直线 $y=-3x$ 平行.

$\therefore a=-3$. ………………4 分

（Ⅱ）$f'(x)=(x-1)(x-a)$

令 $f'(x)=0$，得 $x=1$ 或 $x=a$. ………………5 分

当 $a\le 0$ 时，则 $x\in[0,1]$ 时，$f'(x)\le 0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递减，

$f(x)_{\max}=f(0)=1$ 成立； ………………6 分

当 $0<a<1$ 时，

当 $x\in(0,a)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(a,1)$ 时，$f'(x)<0$.

故 $f(x)$ 在 $(0,a)$ 上单调递增，在 $(a,1)$ 上单调递减；

$f(x)_{\max}=f(a)>f(0)=1$，不合题意； ………………8 分

当 $a\ge 1$ 时，则 $x\in[0,1]$ 时，$f'(x)\ge 0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，

$f(x)_{\max}=f(1)>f(0)=1$，不合题意. ………………9 分

综上，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,0]$. ………………10 分

（Ⅲ）设 $g(x)=f(x)+(2-a)x$，

则 $g(x)=\frac{1}{3}x^3-\left(\frac{a+1}{2}\right)x^2+2x+1$， ………………11 分

由题知 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

则有 $x>0$ 时，$g'(x)\ge 0$ 恒成立. ………………12 分

而 $g'(x)=x^2-(a+1)x+2$，即 $x^2-(a+1)x+2\ge 0$ 恒成立.

则有 $a+1\le x+\frac{2}{x}$，而 $x+\frac{2}{x}\ge 2\sqrt{2}$（当且仅当 $x=\sqrt{2}$ 时等号成立），

所以 $\left(x+\frac{2}{x}\right)_{\min}=2\sqrt{2}$，即有 $a\le 2\sqrt{2}-1$. ………………15 分

21.（15 分）

解：（Ⅰ）答案不唯一.

可将数列 A 分成：$B:8,4$；$C:1,2$.

此时 $M=|8-1|+|4-2|=9$.　　　　………………4 分

（Ⅱ）因为 $b_i \geqslant b_{i+1}$，$c_i \leqslant c_{i+1}$ $(i=1,2,\cdots,n-1)$，

所以 $\max\{b_i,c_i\} \geqslant b_i \geqslant b_{i+1} \geqslant b_{i+2} \geqslant \cdots \geqslant b_n$ $(i=1,2,\cdots,n)$，

$\max\{b_i,c_i\} \geqslant c_i \geqslant c_{i-1} \geqslant c_{i-2} \geqslant \cdots \geqslant c_1$.

所以 $\max\{b_i,c_i\} \geqslant \max\{b_i,\ b_{i+1},\ b_{i+2},\cdots,\ b_n,c_i,\ c_{i-1},\ c_{i-2},\cdots,\ c_1\}$.

因为 b_i，b_{i+1}，b_{i+2}，$\cdots$，b_n，c_i，c_{i-1}，c_{i-2}，$\cdots$，c_1 共 $n+1$ 项，

所以 $\max\{b_i,\ b_{i+1},\ b_{i+2},\cdots,\ b_n,c_i,\ c_{i-1},\ c_{i-2},\cdots,\ c_1\} \geqslant n+1$.

所以 $\max\{b_i,c_i\} \geqslant n+1$.　　　　………………9 分

（Ⅲ）不妨将数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$ 重新排序得到

数列 $A':a_1',a_2',\cdots,a_{2n}'(n\in\mathbf{N}^*)$，满足 $a_i' \leqslant a_{i+1}'(i=1,2,\cdots,2n-1)$.

因为 $b_i \geqslant b_{i+1}$，$c_i \leqslant c_{i+1}$ $(i=1,2,\cdots,n-1)$，

所以 $\max\{b_i,c_i\} \geqslant b_i \geqslant b_{i+1} \geqslant b_{i+2} \geqslant \cdots \geqslant b_n$ $(i=1,2,\cdots,n)$，

$\max\{b_i,c_i\} \geqslant c_i \geqslant c_{i-1} \geqslant c_{i-2} \geqslant \cdots \geqslant c_1$.

所以 $\max\{b_i,c_i\} \geqslant \max\{b_i,\ b_{i+1},\ b_{i+2},\cdots,\ b_n,c_i,\ c_{i-1},\ c_{i-2},\cdots,\ c_1\}$.

因为 b_i，b_{i+1}，b_{i+2}，$\cdots$，b_n，c_i，c_{i-1}，c_{i-2}，$\cdots$，c_1 共 $n+1$ 项，

所以 $\max\{b_i,c_i\}$ 恰为 $a_{n+1}',a_{n+2}',\cdots,a_{2n}'(n\in\mathbf{N}^*)$ 中某一项.

同理 $\min\{b_i,c_i\}$ 恰为 $a_1',a_2',\cdots,a_n'(n\in\mathbf{N}^*)$ 中某一项（其中 $\min\{b_i,c_i\}$ 表示 b_i,c_i 中较小的数）.

因为 $|b_i-c_i|=\max\{b_i,c_i\}-\min\{b_i,c_i\}$，

所以 $M=\sum\limits_{i=1}^{n}|b_i-c_i|=(a_{n+1}'+a_{n+2}'+\cdots+a_{2n}')-(a_1'+a_2'+\cdots+a_n')$.

所以 M 的值与数列 A 的分组方式无关.　　　　………………15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。