

绵阳市高中2018级第三次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 > 1\}$ ，则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$

- A. $(-1, 1)$
- B. $[-1, 1]$
- C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

2. 若复数 z 满足 $(z-1)i = 1+i$ ，则复数 z 在复平面内对应的点在

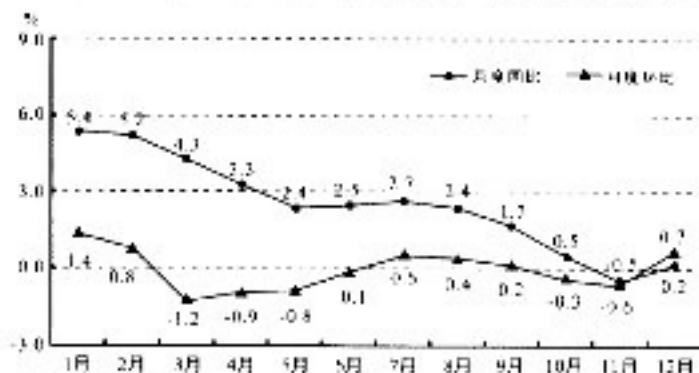
- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

3. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \geq -2, \\ y + 2 \geq 0, \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + y$ 的最小值为

- A. 20
- B. 16
- C. -8
- D. -10

4. 在统计学中，同比增长率一般是指和去年同期相比较的增长率，环比增长率一般是指和上一时期相比较的增长率。根据下图，2020年居民消费价格月度涨跌幅度统计折线图，下列说法错误的是

- A. 2020年全国居民每月消费价格与2019年同期相比有涨有跌
- B. 2020年1月至2020年12月全国居民消费价格环比有涨有跌
- C. 2020年1月全国居民消费价格同比涨幅最大
- D. 2020年我国居民消费价格中3月消费价格最低



5. 已知圆 $C: x^2+y^2-ax+2y-4=0$ 关于直线 $l: x+y-1=0$ 对称, 圆 C 交 x 轴于 A, B 两点, 则 $|AB| =$

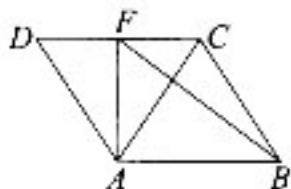
- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5}$

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 则不等式 $x \cdot f(x) > 0$ 的解集为

- A. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
C. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

7. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=2, AD=\sqrt{5}$, 点 F 为 CD 的中点, 若 $\vec{AF} \cdot \vec{DF} = 0$, 则 $\vec{BF} \cdot \vec{AC} =$

- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1



8. 已知 $a = \frac{\log_7 2}{2}, b = \frac{\log_7 3}{3}, c = \frac{\log_7 6}{6}$, 则 a, b, c 的大小关系为

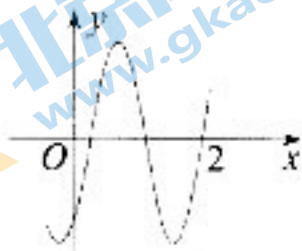
- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $a > c > b$ D. $b > c > a$

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = a_2 = 2, a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} (n \geq 3)$, 则 $a_9 + a_{10} =$

- A. 4^7 B. 4^8
C. 4^9 D. 4^{10}

10. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{4}) (\omega > 0)$ 的部分图象如图所示, 且满足 $f(2) = 0$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为

- A. $\frac{16}{9}$ B. 16
C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{9}{8}$



11. 已知圆锥的顶点和底面圆周都在球 O 面上, 圆锥的侧面展开图的圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$, 面积为 3π , 则球 O 的表面积等于

- A. $\frac{81\pi}{8}$ B. $\frac{81\pi}{2}$ C. $\frac{121\pi}{8}$ D. $\frac{121\pi}{2}$

12. 已知点 F 为抛物线 $E: y^2 = 6x$ 的焦点, 点 A 在 E 上, 线段 OA 的垂直平分线交 x 轴于点 B , 则 $|OB| - \frac{1}{2}|AF| =$

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{9}{4}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_4 = 5a_5$ ，则 $a_{15} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - m \ln x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线过点 $(0, 0)$ ，则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 有共同的一焦点，过 E 的左焦点且与曲线 C 相切的直线恰与 E 的一渐近线平行，则 E 的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 已知三棱锥 $S-ABC$ 中， $SA=SB=SC$ ， $\triangle ABC$ 是边长为 4 的正三角形，点 E, F 分别是 SC, BC 的中点， D 是 AC 上的一点，且 $EF \perp SD$ ，若 $FD=3$ ，则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

2020 年 5 月 28 日，十三届全国人大三次会议表决通过了《中华人民共和国民法典》，自 2021 年 1 月 1 日起施行。《中华人民共和国民法典》被称为“社会生活的百科全书”，是新中国第一部以法典命名的法律，在法律体系中居于基础性地位，也是市场经济的基本法。某中学培养学生知法懂法，组织全校学生学习《中华人民共和国民法典》并开展知识竞赛。为了解学生学习的效果，现从高一、高二两个年级中各随机抽取 20 名学生的成绩(单位：分)，绘制成如图所示的茎叶图：

高一					高二							
8	9	8	6	3	6	1	2	6				
9	7	6	5	0	0	7	3	4	5	7	9	
	9	6	1	1	8	0	2	5	7	8	8	
	7	7	1	1	0	9	1	3	3	5	8	9

(1) 通过茎叶图分析哪个年级的学生学习效果更好；(不要求计算，分析并给出结论)

(2) 根据学生的竞赛成绩，将其分为四个等级：

测试成绩(单位：分)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)
等级	合格	中等	良好	优秀

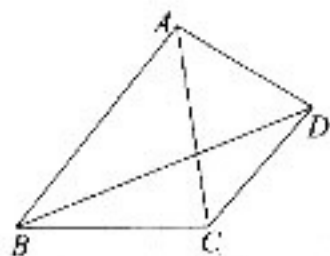
现已从高一、高二两个年级成绩为良好的同学中，用分层抽样法抽出 5 位同学参加座谈会，要再从这 5 位同学中任意选出 2 人发言，求这 2 人来自不同年级的概率。

18. (12 分)

如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $AB=3$ ， $AC = \sqrt{7}$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ 。

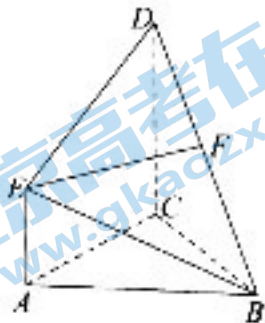
(1) 求 $\sin \angle BAC$ 的值；

(2) 求 $\triangle BCD$ 的面积。



19. (12分)

如图, 四棱锥 $B-ACDE$ 中, $AE \parallel CD$, $AC \perp CD$, $CD=CB=2AE=2AC=2$, 平面 $BCD \perp$ 平面 $ACDE$, 点 F 为 BD 的中点.



- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 ABC ;
- (2) 若 $EF \perp CD$, 求四棱锥 $B-ACDE$ 的体积.

20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(\sqrt{6}, 1)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 求椭圆 E 的方程;
- (2) 过右焦点 F 且不与 x 轴重合的直线与椭圆交于 M, N 两点, 已知 $D(3, 0)$, 过 M 且与 y 轴垂直的直线与直线 DN 交于点 P , 求证: 点 P 在一定直线上, 并求出此直线的方程.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - a \ln x$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 在定义域内为增函数, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 当 $a = e^2$ 时, 求证: $f(x) > 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 E 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{10} \cos \alpha, \\ y = \sqrt{10} \sin \alpha + 4 \end{cases}$ (α 为参数), 直

线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \beta, \\ y = t \sin \beta \end{cases}$ (t 为参数, $0 \leq \beta < \pi$). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 分别写出曲线 E 和直线 l 的极坐标方程;
- (2) 直线 l 与曲线 E 交于 M, N 两点, 若 $\overline{ON} = 3\overline{OM}$, 求直线 l 的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |2x - 2| + |2x - 1|$, $g(x) = |x + 1| - |4x - 2|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \geq 4$ 的解集;
- (2) 若关于 x 的不等式 $2f(x) - g(x) \geq a|x|$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.