

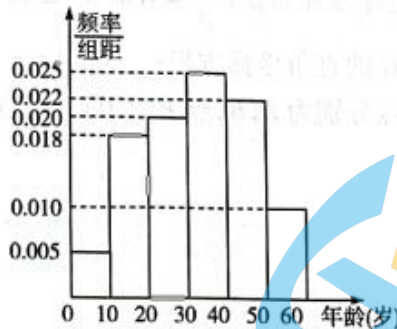
文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | |x| \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{x | -3 \leq x \leq 4\}$ B. $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$ C. $\{x | 1 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$
2. 若复数 z 满足 $\frac{z+2i}{3+i} = -4+i$, 则 z 的虚部为
A. $-3i$ B. -3 C. $3i$ D. 3
3. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{3}{5}$, 以 C 的上、下顶点和一个焦点为顶点的三角形的面积为 48, 则椭圆的长轴长为
A. 5 B. 10 C. 15 D. 20
4. 某市为了解市民对机动车单双号限行的看法, 随机调查了一部分市民, 其年龄(岁)统计结果如下, 则这组数据的中位数为



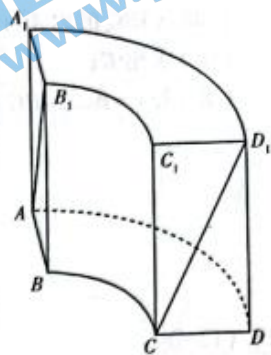
- A. 30 B. 32.8 C. 35.6 D. 40
5. 盈亏平衡点又称零利润点, 通常是指全部销售收入等于全部成本时(销售收入线与总成本线的交点)的销售量, 其计算公式为 $BEP(Q) = \frac{C_F}{P - C_v - T_v}$ (其中 $BEP(Q)$ 为盈亏平衡点, C_v 为单位产品变动成本, T_v 为单位产品税金及附加, P 为产品单价, C_F 为总固定成本). 某企业某种产品的年固定成本为 1 800 万元, 单位产品变动成本为 600 元, 单位产品税金及附加为 200 元, 若该企业这种产品每年的盈亏平衡点为 75 000 台, 则该产品的单价为
A. 1 000 元 B. 1 020 元 C. 1 040 元 D. 1 060 元

6. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n^2 + 3a_n = 2^n \cdot a_n + 3 \cdot 2^n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 $S_{10} =$
 A. 1 022 B. 1 023 C. 2 046 D. 2 047

7. 若 a, b 为实数, 圆 $O_1: (x+a)^2 + y^2 = 4$ 和 $O_2: x^2 + (y-b)^2 = 1$ 有三条公切线, 则 $|a| + |b|$ 的最大值为
 A. $3\sqrt{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{2}$ D. 6

8. 在中国古代数学著作《九章算术》中记载了一种称为“曲池”的几何体, 该几何体的上、下底面平行, 且均为扇环形(扇环是指圆环被扇形截得的部分). 现有一个如图所示的曲池, 它的高为 2, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 均与曲池的底面垂直, 底面扇环对应的两个圆的半径分别为 1 和 2, 对应的圆心角为 90° , 则图中异面直线 AB_1 与 CD_1 所成角的余弦值为

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$



9. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, $f(x-2)$ 为偶函数, 且当 $0 < x \leq 2$ 时, $f(x) = \log_2 2x$, 则 $f(201) + f(202) =$
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

10. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球表面积为 192π , $BC = 2\sqrt{6}$, $\angle BAC = 135^\circ$, 则 $AA_1 =$
 A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. 12

11. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 直线 $l: y = m (m \neq 0)$ 与 C 的左右两支分别相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = c (c = \sqrt{a^2 + b^2})$, 四边形 AF_1F_2B 的面积为 $\frac{3\sqrt{5}}{10}c^2$, 则双曲线的离心率为
 A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

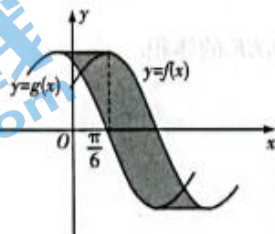
12. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 5x + 7} - \ln|4x - 5|$, 则使得不等式 $f(3t-1) > f(t-2)$ 成立的 t 的取值范围为
 A. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$ B. $(-\frac{11}{8}, \frac{1}{2})$
 C. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{11}{8}, +\infty)$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}) \cup (\frac{3}{4}, \frac{11}{8})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $a = (-6, -3)$, $b = (-2, m-1)$, 若 $(a-2b) \parallel a$, 则实数 $m =$ _____.

14. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+4y+4 \geq 0, \\ x-2y-2 \geq 0, \\ x+y-2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + 4y$ 的最小值为 _____.

15. 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的图象向左平移 θ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 如图所示, 图中阴影部分的面积为 $\frac{\pi}{2}$, 则 $\varphi =$ _____.



16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{3}{4}$, $a_{n+1} - 1 = \frac{a_n - 1}{2 - a_n}$, $b_n = 1 - a_n$, 则 $b_1 b_2 + b_2 b_3 + \dots + b_{16} b_{17} =$ _____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答. 微信搜《高三答案公众号》获取更多资料

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $2ccos C = a\cos B - b\cos(B+C)$.

(I) 求角 C ;

(II) 若 $c=6$, $\triangle ABC$ 的面积 $S=6b\sin B$, 求 S .

18. (12 分)

无土栽培由于具有许多优点, 在果蔬种植行业得到大力推广, 无土栽培的类型主要有水培、岩棉培和基质培三大类. 某农科院为了研究某种草莓最适合的无土栽培方式, 种植了 400 株这种草莓进行试验, 其中水培、岩棉培、基质培的株数分别为 200, 100, 100. 草莓成熟后, 按照栽培方式用分层抽样的方法抽取了 40 株作为样本, 统计其单株产量, 数据如下:

株数 \ 方式	水培	岩棉培	基质培
单株产量(g)			
(50, 100)	x	4	3
[100, 150)	5	3	z
[150, 200)	4	2	1
[200, +∞)	1	y	0

(I) 求 x, y, z 的值;

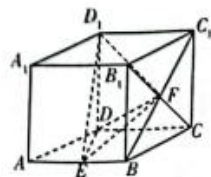
(II) 从样本中单株产量在 [150, 200) 内的草莓中随机抽取 2 株, 求这 2 株草莓中恰有 1 株草莓采用了岩棉培的概率.

19. (12 分)

如图, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, 且 $\angle BAD=60^\circ$, E 为 AB 的中点, F 为 BC_1 与 B_1C 的交点.

(I) 求证: 平面 $DEF \perp$ 平面 CDD_1C_1 ;

(II) 若 $DD_1=AD=2$, 求三棱锥 $D-D_1EF$ 的体积.



20. (12分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 $P(t, s) (s > 0)$ 为抛物线 C 上一点, P 关于 x 轴对称的点为 Q , 且 $\triangle OPQ$ 和 $\triangle OPF$ 的面积分别为 16 和 2.

(I) 求 C 的方程;

(II) 设点 $D(a, 2)$, A, B 为抛物线 C 上不同的三点, 直线 DA, DB 的倾斜角分别为 α, β , 且满足 $\tan \alpha + \tan \beta = 1$, 证明: 直线 AB 经过定点.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x + ae^x - 1 (a \in \mathbf{R}), g(x) = xe^x - 2x - 2$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $f(x)$ 的极大值为 -2 , 求证: $f(\ln x) \leq g(x)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以 O 为极点, x 轴的正半轴为

极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho + \frac{1}{\rho} = 4\cos \theta - 2\sin \theta$.

(I) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(II) 设直线 l 与曲线 C 的两个交点分别为 A, B , 点 $P(2, 0)$, 记 $\triangle POA$ 与 $\triangle POB$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求

$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |4x - 1|$.

(I) 求不等式 $f(x+1) + f(x) \geq 6$ 的解集;

(II) 若函数 $y = f(x) + t^2$ 的图象与函数 $y = 5t - f(x+1)$ 的图象有公共点, 求实数 t 的取值范围.

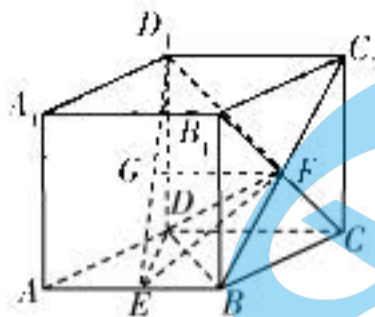
因为 E 为 AB 的中点, 所以 $DE \perp AB$.

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $DE \perp CD$ (2分)

因为 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $DE \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $DD_1 \perp DE$, (3分)

而 $DD_1 \cap DC = D$, 且 $DD_1, DC \subset$ 平面 CDD_1C_1 , $DE \not\subset$ 平面 CDD_1C_1 , 所以 $DE \perp$ 平面 CDD_1C_1 (5分)

又因为 $DE \subset$ 平面 DEF , 所以平面 $DEF \perp$ 平面 CDD_1C_1 (6分)



(II) 由(I)知 $DE \perp CD$.

因为 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $DC \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $DD_1 \perp DC$.

而 $DD_1 \cap DE = D$, 且 $DD_1, DE \subset$ 平面 D_1DE , 所以 $CD \perp$ 平面 D_1DE (8分)

如图, 取 D_1E 的中点 G , 连接 GF .

因为 F 为 BC_1 的中点, 所以 $GF \parallel D_1C_1 \parallel DC$, 所以 $GF \perp$ 平面 D_1DE (9分)

由条件知 $DD_1 = D_1C_1 = 2$, $BE = 1$, $DE = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \sqrt{3}$, $FG = \frac{BE + D_1C_1}{2} = \frac{3}{2}$, (10分)

所以三棱锥 $D - D_1EF$ 的体积 $V = \frac{1}{3}S_{\triangle D_1DE} \cdot GF = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (12分)

20. 解析 (I) 由题意知 $|PQ| = 2s$, 所以 $\triangle OPQ$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times t \times 2s = ts$, 则 $ts = 16$ ①. (1分)

又因为焦点 $F(\frac{p}{2}, 0)$, 所以 $|OF| = \frac{p}{2}$, 则 $\triangle OPF$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{p}{2} \times s = \frac{ps}{4}$, 则 $\frac{ps}{4} = 2$ (2分)

由①②, 联立解得 $t = 2p, s = \frac{8}{p}$, 则 $P(2p, \frac{8}{p})$, (3分)

将 P 点坐标代入抛物线方程得 $(\frac{8}{p})^2 = 2p \cdot 2p$, 解得 $p = 2$, (4分)

故 C 的方程为 $y^2 = 4x$ (5分)

(II) 由 $D(a, 2)$, 代入抛物线 C 的方程得 $2^2 = 4a$, 解得 $a = 1$, 所以 $D(1, 2)$ (6分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 直线 AB 的方程为 $x = my + n$,

联立 $\begin{cases} x = my + n, \\ y^2 = 4x, \end{cases}$ 消去 x , 得 $y^2 - 4my - 4n = 0$, (7分)

所以 $y_1 + y_2 = 4m, y_1y_2 = -4n$ (8分)

因为 $\tan \alpha + \tan \beta = 1$, 即 $k_{DA} + k_{DB} = 1$, 所以 $\frac{y_1 - 2}{x_1 - 1} + \frac{y_2 - 2}{x_2 - 1} = 1$, (9分)

所以 $\frac{y_1 - 2}{\frac{y_1^2}{4} - 1} + \frac{y_2 - 2}{\frac{y_2^2}{4} - 1} = \frac{4}{y_1 + 2} + \frac{4}{y_2 + 2} = 1$, 整理得 $y_1y_2 - 2(y_1 + y_2) - 12 = 0$,

所以 $-4n - 2 \times 4m - 12 = 0$, 则 $n = -2m - 3$, (10分)

所以直线 AB 的方程为 $x = my - 2m - 3$, 即 $x + 3 = m(y - 2)$,

关注北京高考在线官方微信(北京高考资讯(微信号:bjgkzx)), 获取更多试题资料及排名分析信息。

21. 解析 (I) 由 $f(x) = x + ae^x - 1$, 得 $f'(x) = 1 + ae^x$. (1分)

当 $a \geq 0$ 时, $f'(x) \geq 0$ 恒成立, 所以函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增; (2分)

当 $a < 0$ 时, 由 $f'(x) > 0$, 得 $x < -\ln(-a)$, 由 $f'(x) < 0$, 得 $x > -\ln(-a)$,

所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -\ln(-a))$ 上单调递增, 在 $(-\ln(-a), +\infty)$ 上单调递减. (4分)

综上所述, 当 $a \geq 0$ 时, $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增; 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, -\ln(-a))$ 上单调递增, 在 $(-\ln(-a), +\infty)$ 上单调递减. (5分)

(II) 由 (I) 知 $a < 0$, 且当 $x = -\ln(-a)$ 时, $f(x)$ 取得极大值,

所以 $f(-\ln(-a)) = -\ln(-a) + ae^{-\ln(-a)} - 1 = -2$, 解得 $a = -1$, (6分)

则 $f(x) = x - e^x - 1$.

要证 $f(\ln x) \leq g(x)$, 即证 $xe^x - x - \ln x - 1 \geq 0$. (7分)

令 $F(x) = xe^x - x - \ln x - 1$, 则 $F'(x) = (x+1)e^x - \frac{1}{x} - 1 = (x+1)\left(e^x - \frac{1}{x}\right)$, $x > 0$.

令 $G(x) = (x+1)\left(e^x - \frac{1}{x}\right)$ ($x > 0$), 易知 $G(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增. (8分)

因为 $G(1) = 2(e-1) > 0$, $G\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}(\sqrt{e}-2) < 0$,

所以 $\exists x_0 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 使得 $G(x_0) = 0$, 即 $e^{x_0} = \frac{1}{x_0}$, (9分)

所以当 $x \in (0, x_0)$ 时, $G(x) < 0$, 当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $G(x) > 0$,

所以 $F(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $F(x)_{\min} = F(x_0) = x_0 e^{x_0} - x_0 - \ln x_0 - 1$, (10分)

又因为 $e^{x_0} = \frac{1}{x_0}$, 即 $x_0 = -\ln x_0$, 所以 $F(x)_{\min} = 1 - x_0 + x_0 - 1 = 0$,

所以 $F(x) \geq 0$, 即 $xe^x - x - \ln x - 1 \geq 0$, 亦即 $f(\ln x) \leq g(x)$. (12分)

22. 解析 (I) 直线 l 的普通方程为 $\sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0$. (2分)

曲线 C 的极坐标方程 $\rho + \frac{1}{\rho} = 4\cos\theta - 2\sin\theta$ 可变形为 $\rho^2 - 4\rho\cos\theta + 2\rho\sin\theta + 1 = 0$,

所以 C 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$, 即 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$. (4分)

(II) 原点 O 到直线 $l: \sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0$ 的距离 $d = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \sqrt{3}$, (6分)

所以 $S_1 = \frac{1}{2}|PA| \cdot d = \frac{\sqrt{3}}{2}|PA|$, $S_2 = \frac{1}{2}|PB| \cdot d = \frac{\sqrt{3}}{2}|PB|$.

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程, 并整理得 $t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$,

$\Delta = 15 > 0$, 设 A, B 两点对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则

$t_1 + t_2 = -\sqrt{3}$, $t_1 \cdot t_2 = -3$, 且 t_1, t_2 异号. (8分)

所以 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{2}{\sqrt{3}|PA|} + \frac{2}{\sqrt{3}|PB|} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{|t_1 - t_2|}{|t_1 \cdot t_2|}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 \cdot t_2}}{|t_1 \cdot t_2|} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{(-\sqrt{3})^2 - 4 \times (-3)}}{|-3|} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$. (10分)

23. 解析 北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $\begin{cases} x < -\frac{3}{4}, \\ -8x - 2 \geq 6, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}, \\ 4 \geq 6, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x > \frac{1}{4}, \\ 8x + 2 \geq 6, \end{cases}$

解得 $x \leq -1$, 或 $x \in \emptyset$, 或 $x \geq \frac{1}{2}$ (4分)

故原不等式的解集为 $\left\{ x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq \frac{1}{2} \right\}$ (5分)

(II) 由题意知方程 $f(x) + t^2 = 5t - f(x+1)$ 有解,

等价于 $f(x) + f(x+1) = -t^2 + 5t$, 即 $4x + 3| + |4x - 1| = -t^2 + 5t$ 有解,

等价于函数 $y = 4x + 3| + |4x - 1|$ 的图象与直线 $y = -t^2 + 5t$ 有公共点. (6分)

因为 $y = 4x + 3| + |4x - 1| \geq |4x + 3 - 4x + 1| = 4$ (8分)

所以 $-t^2 + 5t \geq 4$, 即 $t^2 - 5t + 4 \leq 0$, 解得 $1 \leq t \leq 4$,

所以实数 t 的取值范围为 $[1, 4]$ (10分)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018