

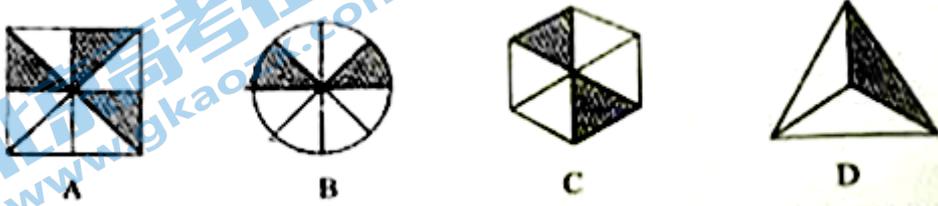
2019 北京首师大附中高二（上）期末

数 学

第一卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分，在每小题所列出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的）

1. 有四个游戏盘，将它们水平放稳后，在上面扔一个玻璃小球，若小球落在阴影部分，则可中奖，小明想要增加中奖机会，应选择的游戏盘是



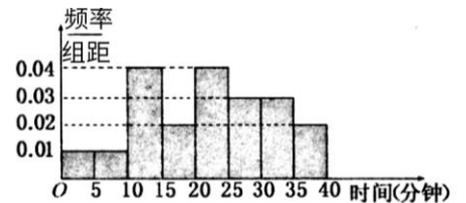
2 某人投篮一次投中的概率为 $\frac{1}{2}$ ，此人投篮 6 次，设投中的次数为随机变量 x ，则期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 的值分别为

- A. 3, $\frac{3}{4}$ B. 3, $\frac{3}{2}$ C. 2, $\frac{3}{2}$ D. 3, $\frac{3}{4}$

3. 一位母亲记录了自己儿子 3~9 岁的身高数据（略）由此建立的身高（单位：cm）与年龄（单位：岁）的回归模型为 $y=7.19x+73.93$ ，用此模型预测这个孩子 10 岁时的身高，则正确的叙述是

- A. 身高一定是 145.38cm B. 身高一定在 145.83cm 以上
C. 身高一定在 145.83cm 左右 D. 身高一定在 145.83cm 以下

4. 某校随机抽查了本校 20 名同学，调查他们平均每天在课外进行体育锻炼的时间（单位：分钟）。根据所得数据的茎叶图，以 5 为组距将数据分为 8 组，分别是 $[0, 5)$ ， $[5, 10)$ ， \dots ， $[35, 40]$ ，绘制出频率分布直方图如下，



则原始的茎叶图可能是

- | | | | |
|--|---|---|---|
| <pre> 0 76 1 7 6 5 4 4 0 2 7 5 5 4 2 1 0 3 9 5 3 2 0 </pre> <p>A</p> | <pre> 0 7 4 1 7 6 4 4 1 0 2 7 5 5 4 2 1 0 3 9 5 3 2 0 </pre> <p>B</p> | <pre> 0 7 4 1 7 7 4 4 4 0 2 7 5 5 5 2 1 0 3 9 5 3 2 0 </pre> <p>C</p> | <pre> 0 7 4 1 7 6 4 4 4 0 2 8 7 6 5 2 1 0 3 9 5 5 2 0 </pre> <p>D</p> |
|--|---|---|---|

5. 某公司生产一种产品的质量 X (单位: 克) 服从正态分布 $N(3, \sigma^2)$, 且 $P(X \leq 6) = 0.9$, 现从该产品的生产线上随机抽取 100 件产品, 其中质量在 $(0, 3]$ 内的产品估计有

- A. 40 件 B. 30 件 C. 20 件 D. 10 件

6. 在 $(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x})^n$ 的展开式中, 只有第 5 项的二项式系数最大, 则展开式中的常数项为

- A. -112 B. 112 C. -1120 D. 1120

7. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点, 点 M 在椭圆 E 上, MF_1 与 x 轴垂直, $\cos \angle MF_1F_2 = \frac{1}{3}$, 则

椭圆 E 的离心率为

- A. $\sqrt{3} + 1$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $3 - 2\sqrt{2}$

8. 已知一个口袋装有 m 个白球, n 个黑球 ($m, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$)。这些球除颜色外全部相同, 现将袋中的球随机逐个取出, 并依次放入如图所示的编号 1, 2, 3, ..., $m+n$ 的抽屉内, 随机变量 X 表示最后一个取出的黑球所在的抽屉编号的倒数, $E(X)$ 是 X 的数学期望, 则

1	2	3	...	$m+n$
---	---	---	-----	-------

A. $E(X) < \frac{n}{(m+n)(n-1)}$ B. $E(X) = \frac{n}{(m+n)(n-1)}$

B. $E(X) > \frac{n}{(m+n)(n-1)}$ D. $E(X)$ 与 $\frac{n}{(m+n)(n-1)}$ 的大小关系不确定

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 某单位有职工 80 人, 其中业务人员 56 人, 管理人员 8 人, 服务人员 16 人, 为了解职工的某种情况, 决定采取分层抽样的方法。抽取一个容量为 10 的样本, 则应抽取业务人员 _____ 人, 管理人员 _____ 人, 服务人员 _____ 人, 且每个服务人员被抽到的概率都为 _____。

10. 设 15000 件产品中有 1000 件废品, 从中随机抽取 150 件进行检查, 则废品个数的均值为 _____。

11. 从 1, 2, 3, 4, 5 中不重复地依次取两个数, 事件 A 为“第一次取得的是奇数”, 事件 B 为“第二次取得的是奇数”, 则 $P(B|A) =$ _____。

12. 若 $(1-2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_5 =$ _____; $a_0 + a_2 + a_4 =$ _____ (用数字作答)

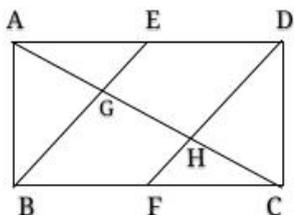
13. 从含有语文和数学的 6 科文化课中任选 4 科排在上午四节课, 则数学不能排第一节, 语文不能排第四节的排法总数是 _____。(用数字作答)

14. 如图，一张 $A4$ 纸的长宽之比为 $\sqrt{2}$ ， E, F 分别为 AD, BC 的中点，现分别将 $\triangle ABE, \triangle CDF$ 沿 BE, DF 折起，且 A, C 在平面 $BFDE$ 同侧，下列命题正确的是___（写出正所有正确命题的序号）

① A, G, H, C 四点共面；

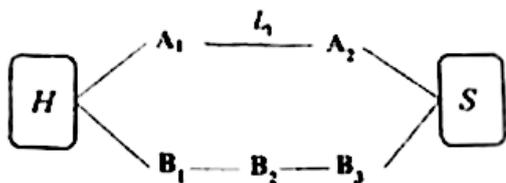
② 而当平面 $ABE \parallel$ 平面 CDF 时， $AC \parallel$ 平面 $BFDE$ ；

③ 当 A, C 重合于点 p 时，设平面 $PBE \cap$ 平面 $PDF = l$ ，则 $l \parallel$ 平面 $BFDE$ 。



三、解答题（本大题共 5 小题，共 64 分）

15. 张老师家在 H 小区，他从家开车到学校 S 上班有两条路线， L_1, L_2 （如图所示）。路线 L_1 上有 A_1, A_2 两个路口，各路口遇到红灯的概率依次为 $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}$ ，路线 L_2 上有 B_1, B_2, B_3 三个路口，每个路口遇到红灯的概率均为 $\frac{2}{5}$ 。



(I) 若张老师走路线 L_1 ，求他遇到红灯次数 X 的分布列，并求其数学期望 $E(X)$

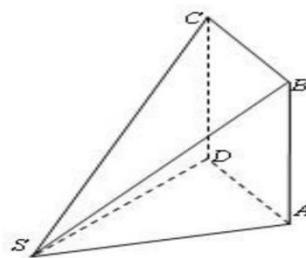
(II) 若按照“平均遇到红灯的次数最少”的要求，请你帮助张老师分析上述两条路线中，哪条路线上班更好些，并说明理由。

16. 如图，多面体 $SABCD$ 中，面 $ABCD$ 为矩形， $SD \perp AD$ ，且 $SD \perp AB$ ， $AD = a$ ($a > 0$)， $AB = 2AD$ ， $SD = \sqrt{3} AD$ 。

(I)、求多面体 $SABCD$ 的体积；

(II)、求直线 DA 与平面 DSB 所成角的正弦值；

(III)、求二面角 $A-SB-D$ 的余弦值。



17.

某地区高考实行新方案，规定：语文、数学和英语是考生的必考科目，考生还需从物理、化学、生物、历史、地理和政治六个科目中选取三个科目作为选考科目。若一个学生从六个科目中选出了三个科目作为选考科目，则

称该学生的选考方案确定，否则，称该学生选考方案待确定。例如，学生甲选择物理、化学和生物三个选考科目，则学生的选考方案确定，“物理、化学和生物”为其选考方案。

某学校为了解高一年级 420 名学生选考科目的意向，随机选取 30 名学生进行了一次调查，统计选考科目人数如下表：

性别	选考方案确定情况	物理	化学	生物	历史	地理	政治
男生	选考方案确定的有 8 人	8	8	4	2	2	1
	选考方案待确定的有 6 人	4	3	0	1	0	0
女生	选考方案确定的有 10 人	8	9	6	3	3	1
	选考方案待确定的有 6 人	5	4	1	0	0	1

(I) 估计该学校高一年级选考方案确定的学生中选考生物的学生有多少人？

(II) 假设男生、女生选择选考科目是相互独立的，从选考方案确定的 8 位男生中随即选出 1 人，从选考方案确定的 10 位女生中随即选出 1 人，试求该男生和该女生的选考方案中都含有历史学科的概率

(III) 从选考方案确定的 8 名男生中随机抽出 2 名，

设随机变量 $\xi = \begin{cases} 1, 2 \text{名男生选考方案相同} \\ 2, 2 \text{名男生选考方案不同} \end{cases}$ ，求 ξ 的分布列及数学期望 $E\xi$ 。

18. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点坐标分别 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$ ，且椭圆经过点 $P(-\sqrt{3}, \frac{1}{2})$

(I) 求椭圆的标准方程

(II) 设点 $M(x_0, y_0)$ 是椭圆上位于第一象限内的一点， A, B 分别为椭圆的左顶点和下顶点，直线 MB 与 x 轴交于点 C ，直线 MA 与 y 轴交于点 D ，求四边形 $ABCD$ 的面积。

19. 某高校数学系计划在周六和周日各举行一次主题不同的心理测试活动，分别由李老师和张老师负责。已知该系共有 n 位学生，每次活动均需该系 k 位学生参加 (n 和 k 都是固定的正整数)，假设李老师和张老师分别将各自活动通知的信息独立、随机的发给该系 k 位学生，且所发信息都能收到。记该系收到李老师或张老师所发活动通知信息的学生人数为 X 。

(I) 求该系学生假收到李老师和张老师所发活动通知信息的概率；

(II) 求使 $P(X=m)$ 取得最大值的整数 m 。