2017 北京市第十四中学高二 （下）期中

数　　学（理）

一、选择题：（每小题 3 分，共 12 小题，共 36 分）

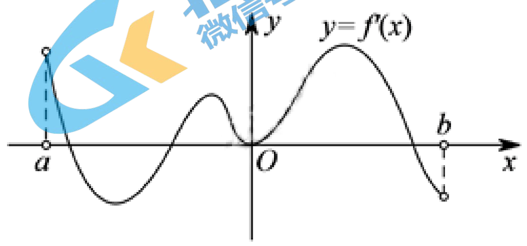
1. 已知i为虚数单位，复数$\frac{1}{1-i}$的虚部是（　　）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}i$　　D. $-\frac{1}{2}i$

2. 曲线$y=4x-x^3$在点$(-1,-3)$处的切线方程是（　　）.

A. $y=7x+4$　　B. $y=x-4$　　C. $y=7x+2$　　D. $y=x-2$

3. 函数$f(x)$的定义域为开区间(a,b)，导函数$f'(x)$在(a,b)内的图像如图所示，则函数$f(x)$在开区间(a,b)内有极小值点（　　）.



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

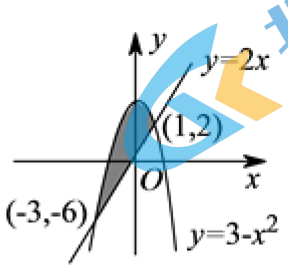
4. 一点沿直线运动，如果由起点起经过t秒后距离$s=\frac{1}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2-2t+1$，那么速度为零的时刻是（　　）.

A. 1秒末　　B. 2秒末　　C. 3秒末　　D. 4秒末

5. 函数$f(x)=x^3+x^2-x+1$在区间$[-2,1]$上的最小值（　　）.

A. $\frac{22}{27}$　　B. 2　　C. -1　　D. -4

6. 如图，阴影部分的面积是（　　）.



A. $2\sqrt{3}$　　B. $-2\sqrt{3}$　　C. $\frac{35}{3}$　　D. $\frac{32}{3}$

7. 函数$y = a\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x$在$x = \frac{\pi}{3}$处有极值，在$a$的值为（　　）.

A. -6　　B. 6　　C. -2　　D. 2

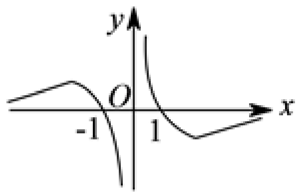
8. 若复数z满足$\frac{z}{1-i} = i$，其中i为虚数单位，则$z =$（　　）.

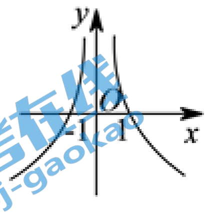
A. $1-i$　　B. $1+i$　　C. $-1-i$　　D. $-1+i$

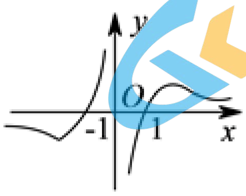
9. 若$a > 2$，则方程$\frac{1}{3}x^3-ax^2+1=0$在$(0,2)$上恰好有（　　）.

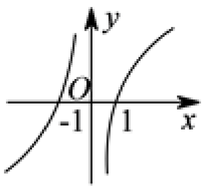
A. 0个根　　B. 1个根　　C. 2个根　　D. 3个根

10. 函数$y = \frac{\ln|x|}{x}$的图象大致是（　　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

11. 函数$f(x)$的定义域为R，$f(-1) = 2$，对任意$x \in R$，$f'(x) > 2$，则$f(x) > 2x + 4$的解集为（　　）.

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $(-\infty,-1)$　　D. $(-\infty,+\infty)$

12. 已知二次函数$f(x) = ax^2 + bx + c$的导数为$f'(x)$，$f'(0) > 0$，对于任意实数x都有$f(x) \geqslant 0$，则$\frac{f(1)}{f'(0)}$的最小值为（　　）.

A. 3　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{3}{2}$

二、填空题：（每小题 4 分，共 6 小题，共 24 分）

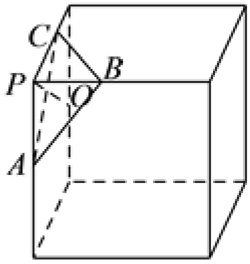
13. 已知$y = \frac{1}{3}x^3 + bx^2 + (b+2)x + 3$是$R$上的单调增函数，则$b$的取值范围是__________.

14. 已知a，b是不相等的正数，$x = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}}$，$y = \sqrt{a+b}$，则$x$，$y$的大小关系是__________.

15. $\int_0^1(\sqrt{1-x^2} + x)dx =$ __________.

16. 已知$f(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + a^2$在$x = -1$时有极值0，则$a + b =$ __________.

17. 若Rt △ ABC中两直角边为a，b，斜边c上的高为h，则$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$，如图，在正方体的一角上截取三棱锥$P-ABC$，$PO$为棱锥的高，记$M = \frac{1}{PO^2}$，$N = \frac{1}{PA^2} + \frac{1}{PB^2} + \frac{1}{PC^2}$，那么$M$，$N$的大小关系是__________.



18. 已知直线$y = mx(m \in R)$与函数$f(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1}, (x \geqslant 0) \\ -x^2 + 1, (x < 0) \end{cases}$的图象恰有三个不同的公共点，则实数$m$的取值范围是__________.

三、解答题：（每小题 10 分，共 4 小题，共 40 分）

19. 已知函数$f(x) = \frac{x-1}{x} - \ln x$.

（Ⅰ）求曲线$y = f(x)$在点$\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$处的切线方程.

（Ⅱ）求$f(x)$的单调区间.

（Ⅲ）求$f(x)$在$\left[\frac{1}{4}, e\right]$上的最大值和最小值.

20. 已知函数$f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + x^2(a > 0)$.

（Ⅰ）求函数$y = f(x)$的极值.

（Ⅲ）若存在实数$x_0 \in (-1, 0)$，且$x_0 \neq -\frac{1}{2}$，使得$f(x_0) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$，求实数$a$的取值范围.

21. 用数学归纳法证明：

求证：$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \times 2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n}$. $(n \in N^*)$.

22. 已知函数$f(x) = e^x(x^2 + ax + 1)$.

（Ⅰ）当$a \in R$时，讨论$f(x)$的单调性.

（Ⅱ）若实数a满足$a \leqslant -1$，且函数$g(x) = 4x^3 + 3(b + 4)x^2 + 6(b + 2)x(b \in R)$的极小值点与$f(x)$的极小值点相同. 求证：$g(x)$的极小值小于等于0.

数学试题答案

一、选择题：（每小题 3 分，共 12 小题，共 36 分）

1.

【答案】A

【解析】$\frac{1}{1-i}=\frac{1+i}{(1-i)(1+i)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，

则其虚部为$\frac{1}{2}$，

本题选择 A 选项.

2.

【答案】D

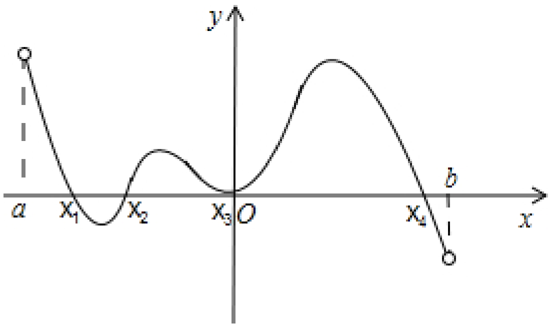
【解析】$y'=4-3x^2$，曲线在点$(-1,-3)$处的切线斜率$k=y'|_{x=-1}=1$，切线方程为$y+3=1\cdot(x+1)$，即$y=x-2$，选 D.

3.

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【答案】A

【解析】如图，



不妨设导函数的零点分别为x_1，x_2，x_3，x_4，由导函数的图象可知：当$x\in(a,x_1)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$为增函数，当$x\in(x_1,x_2)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$为减函数，当$x\in(x_2,x_3)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$为增函数，当$x\in(x_3,x_4)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$为增函数，当$x\in(x_4,b)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$为减函数，由此可知，函数$f(x)$在开区间(a,b)内有两个极大值点，分别是当$x=x_1$时和$x=x_4$时函数取得极大值，故选 B.

4.

【答案】B

【解析】$S=\frac{1}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2-2t+1$，

$V=S^1=t^2-t-2=0$，

解得$t=2$或-1（舍去），

本题选择 B 选项.

5. 函数 $f(x)=x^3+x^2-x+1$ 在区间 $[-2,1]$ 上的最小值（　　）.

A. $\frac{22}{27}$　　B. 2　　C. -1　　D. -4

【答案】C

【解析】试题分析：由题意得 $y'=3x^2+2x-1=(3x-1)(x+1)$，令 $y'>0$，解得 $x>\frac{1}{3}$ 或 $x<-1$；再令 $y'<0$，解得 $-1<x<\frac{1}{3}$；所以 $x=-1$，$x=\frac{1}{3}$ 分别是函数的极大值点和极小值点，所以 $f(-1)=2$，$f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{22}{27}$，$f(-2)=-1$，$f(1)=2$，所以最小值为 -1.

故选 C.

考点：函数的导函数；函数的极值和最值.

6.

【答案】D

【解析】$S=\int_{-3}^{1}(3-x^2-2x)dx$，

$=\left(-\frac{1}{3}x^3-x^2+3x\right)|_{-3}^{1}$，

$=\frac{32}{3}$，

本题选择 D 选项.

点睛： 定积分的计算：(1)用微积分基本定理求定积分，关键是求出被积函数的原函数．此外，如果被积函数是绝对值函数或分段函数，那么可以利用定积分对积分区间的可加性，将积分区间分解，代入相应的解析式，分别求出积分值相加.

(2)根据定积分的几何意义可利用面积求定积分.

(3)若 $y=f(x)$ 为奇函数，则 $\int_{-a}^{a}f(x)dx(a>0)=0$.

7.

【答案】D

【解析】$y'=a\cos x+\cos 3x$，由 $y'|_{x=\frac{\pi}{3}}=0$ 得，$a\cos\frac{\pi}{3}+\cos\pi=0$，$a=2$，选 D.

点睛：函数 $f(x)$ 在点 $x=\frac{\pi}{3}$ 处由极值，则必有 $f'(\frac{\pi}{3})=0$，但要注意 $f'(\frac{\pi}{3})=0$，$x=\frac{\pi}{3}$ 不一定是 $f(x)$ 的极值点.

8.

【答案】A

【解析】$\bar{z} = i\cdot(1-i) = i-i^2 = 1+i$，学|科|网...学|科|网...学|科|网...学|科|网...学|科|网...学|科|网...学|科|网...学|科|网...

故$z=\bar{z}=\overline{1+i}=1-i$，

本题选择 *A* 选项.

9.

【答案】B

【解析】令$f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+1$，

则$f'(x)=x^2-2ax$，

∴$a>2$，故当$x\in(0,2)$时，$f'(x)<0$，

即$f(x)$在$(0,2)$上为减函数，

又∵$f(0)=1>0$，$f(2)=\frac{11}{3}-4a<0$，

故函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+1$在$(0,2)$上有且只有一零点，

即方程$\frac{1}{3}x^3-ax^2+1=0$在$(0,2)$上恰好有1个根，

本题选择 *B* 选项.

10.

【答案】C

【解析】$f(x)=y=\frac{\ln|x|}{x}$，

则$f(-x)=-\frac{\ln|x|}{x}=-f(x)$，

因此$f(x)$是奇函数，排除B，

$x>0$时，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，

$0<x<e$时，$\frac{1-\ln x}{x^2}>0$，函数单调递增；

$x>e$时，$\frac{1-\ln x}{x^2}<0$，函数单调递减.

本题选择 *C* 选项.

点睛：函数图象的识辨可从以下方面入手：(1)从函数的定义域，判断图象的左右位置；从函数的值域，判断图象的上下位置．(2)从函数的单调性，判断图象的变化趋势．(3)从函数的奇偶性，判断图象的对称性．(4)从函数的特征点，排除不合要求的图象．利用上述方法排除、筛选选项.

11.

【答案】B

【解析】$f(x)-2x-4>0$，

令$F(x)=f(x)-2x-4$，

则$F'(x)=f'(x)-2>0$，

故$F(x)$是增函数，

又因为$F(-1)=f(-1)-2\times(-1)-4=0$，

故$F(x)>0$解集为$(-1,+\infty)$，

本题选择 *B* 选项.

点睛：对于该类问题，可从不等式的结构特点出发，构造函数，借助导数确定函数的性质，借助单调性或最值实现转化.

12.

【答案】C

【解析】试题分析：由题意得，因为$f(x)\geqslant 0$，则$\begin{cases} a>0 \\ \Delta=b^2-4ac\leqslant 0 \end{cases}$，所以$c\geqslant\frac{b^2}{4a}$，又$f'(x)=2ax+b$，所以$f'(0)=b>0, f(1)=a+b+c$，所以$\frac{f(1)}{f(0)}=1+\frac{a+c}{b}\geqslant 1+\frac{a+\frac{b^2}{4a}}{b}=1+\frac{4a^2+b^2}{4ab}\geqslant 1+\frac{2\sqrt{4a^2b^2}}{4ab}=2$，当且仅当$4a^2=b^2$时，“=”是成立的，故选 C.

考点：导数的运算及导数在函数中的应用.

【方法点睛】本题主要考查了导数的运算公式、二次函数恒成立问题，综合性较强，属于中档试题，同时着重考查了导数的运算法则、训练了利用基本不等式求最值，关键是通过放缩转化为含有两个变量的代数式，体现了转化与化归的思想方法的应用，本题的解答中根据实数x，$f(x)\geqslant 0$成立求出a的范围及a,b,c的关系，列出$\frac{f(1)}{f(0)}$，利用基本不等式求解最值.

二、填空题：（每小题 4 分，共 6 小题，共 24 分）

13.【答案】$-1\leqslant b\leqslant 2$

【解析】$\Delta=(2b)^2-4(b+2)\leqslant 0$，

解得$-1\leqslant b\leqslant 2$.

即b的取值范围是$-1\leqslant b\leqslant 2$

14. 【答案】$x^2=\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{2}$

【解析】∵ $x^2=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{2}=\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{2}=\frac{a+b}{2}+\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}+\frac{a+b}{2}=a+b.=(\sqrt{a+b})^2=y^2$，∴ $x<y$.

15. 【答案】$\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$

【解析】$\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx$表示以原点为圆心，以1为半径的圆的面积的四分之一，

∴ $\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx=\frac{1}{4}\pi$，

∴ $\int_0^1(\sqrt{1-x^2}+x)dx=\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx+\int_0^1 xdx$，

$=\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}$.

16. 【答案】11

【解析】由题知$\begin{cases}f(-1)=0\\f'(-1)=0\end{cases}$，

且$f'(x)=3x^2+6ax+b$，

所以$\begin{cases}-1+3a-b+a^2=0,\\3-6a+b=0\end{cases}$

得$a=1$或$a=2$，

①当$a=1$时，$b=3$，此时，

$f'(x)=3x^2+6x+3=3(x+1)^2\geqslant 0$，

所以函数$f(x)$单调递增无极值，

舍去.

②当$a=2$时，$b=9$，此时$f'(x)=3x^2+12x+9=3(x+1)\cdot(x+3)$，

$x=-1$是函数的极值点，符合题意，

∴$a+b=11$.

17.

【答案】$M=N$

【解析】在Rt $\triangle ABC$中，$c^2=a^2+b^2$①，

由等面积法得$ch=ab$，

∴$c^2\cdot h^2=a^2\cdot b^2$②，

① ÷ ②整理得，

$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$，

类比知：$S_{\triangle ABC}^2=S_{\triangle PAB}^2+S_{\triangle PBC}^2+S_{\triangle PAC}^2$③，

由等体积法得$S_{\triangle ABC}\cdot PO=\frac{1}{2}PA\cdot PB\cdot PC$，

∴$S_{\triangle ABC}^2\cdot PO^2=\frac{1}{4}PA^2\cdot PB^2\cdot PC^2$④，

③ ÷ ④得$M=N$，

故答案为$M=N$.

18.【答案】$(\sqrt{2},+\infty)$

【解析】$f(x)=\begin{cases}2-\left(\frac{1}{2}\right)^x(x\leqslant 0)\\ \frac{1}{2}x^2+1(x>0)\end{cases}$与$y=mx$的图象恰好有三个不同的公共点，

在同一坐标系中，画出直线$y=mx$与$f(x)$的图象.

则由图象可得，当直线$y=mx$和$y=\frac{1}{2}x^2(x>0)$，

相交时，直线$y=mx$和$f(x)$有3个交点，

由$\begin{cases}y=mx\\ y=\frac{1}{2}x^2+1\end{cases}$，得$x^2-2mx+2=0$，

又$\Delta=4m^2-8>0$，

得$m>\sqrt{2}$或$m<-\sqrt{2}$（舍去），

∴$m>\sqrt{2}$.

点睛：函数零点的求解与判断：

(1)直接求零点：令 $f(x)=0$，如果能求出解，则有几个解就有几个零点.

(2)零点存在性定理：利用定理不仅要函数在区间$[a,b]$上是连续不断的曲线，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，还必须结合函数的图象与性质(如单调性、奇偶性)才能确定函数有多少个零点.

(3)利用图象交点的个数：将函数变形为两个函数的差，画两个函数的图象，看其交点的横坐标有几个不同的值，就有几个不同的零点.

三、解答题：（每小题 10 分，共 4 小题，共 40 分）

19.

【答案】(Ⅰ)$y=2x-2+\ln 2$；(Ⅱ)单调增区间为$(0,1)$，单调减区间为$(1,+\infty)$.(Ⅲ)$f(x)_{max}=f(1)=0$，$f(x)_{min}=f\left(\frac{1}{4}\right)=\ln 4-3$.

【解析】试题分析：

(Ⅰ)首先利用导函数求得切线的斜率为$f'\left(\frac{1}{2}\right)=2$，结合函数在可得切线过点$\left(\frac{1}{2},-1+\ln 2\right)$，则切线方程为：

$y=2x-2+\ln 2$.

(Ⅱ)结合函数的定义域求解不等式$f'(x)>0$和$f'(x)<0$可得$f(x)$单调增区间为$(0,1)$，单调减区间为$(1,+\infty)$.

(Ⅲ)结合(Ⅱ)的结论可得$f(x)$在$\left[\frac{1}{4},1\right]$上单调递增，在$[1,e]$上单调递减. 则$f(x)_{max}=f(1)=0$，

$f(x)_{min}=f\left(\frac{1}{4}\right)=\ln 4-3$.

试题解析：

(Ⅰ) ∵$f'(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=\frac{1-x}{x^2}$，

∴$f'\left(\frac{1}{2}\right)=2$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=-1+\ln 2$，

所以切线方程为：$y+1-\ln 2=2\left(x-\frac{1}{2}\right)$，

即：$y=2x-2+\ln 2$.

(2) $f'(x)=\frac{1-x}{x^2}$，

令$f'(x)>0$，得$x<1$；

令$f'(x)<0$，得$x>1$.

∴$f(x)$单调增区间为$(0,1)$，

单调减区间为$(1,+\infty)$.

(3) $x\in\left[\frac{1}{4},e\right]$时，

$f(x)$在$\left[\frac{1}{4},1\right]$上单调递增，

在$[1,e]$上单调递减.

∴$f(x)_{max}=f(1)=0$，

$f\left(\frac{1}{4}\right)=\ln 4-3$，$f(e)=-\frac{1}{e}$.

∴$\ln 4-3<-\frac{1}{e}$，

∴$f(x)_{min}=f\left(\frac{1}{4}\right)=\ln 4-3$.

20.

【答案】(Ⅰ)极大值为$f\left(-\frac{2}{a}\right)=\frac{4}{3a^2}$，极小值为$f(0)=0$. (Ⅱ)$\left(\frac{18}{7},4\right)\cup(4,6)$.

【解析】试题分析：(1) 求导列表，分析导函数的取值情况即可求解；(2) 分析函数$f(x)$图象的大致图形，根据图象列出关于a的不等式组，即可求解.

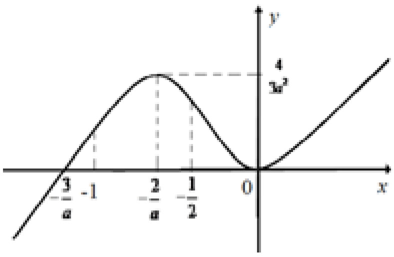
试题解析：（1）$f'(x)=ax^2+2x$，令$f'(x)=0$得$x_2=0$，$x_3=-\frac{2}{a}$.

x	$(-\infty,-\frac{2}{a})$	$-\frac{2}{a}$	$(-\frac{2}{a},0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	_	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↗	极小值	↗

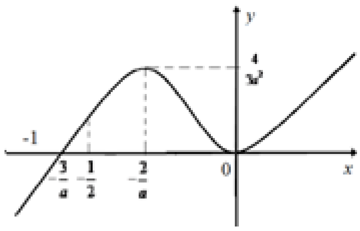
∴函数$y=f(x)$的极大值为$f(-\frac{2}{a})=\frac{1}{3}a\cdot(-\frac{2}{a})^3+(-\frac{2}{a})^2=\frac{4}{3a^2}$； 极小值为$f(0)=0$；（2）若存在

$x_0\in(-1,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},0)$，使得$f(x_0)=f(-\frac{1}{2})$，则由（1）可知，需要$\begin{cases}-\frac{2}{a}<-\frac{1}{2}\\-\frac{2}{a}>-1,\\f(-1)<f(-\frac{1}{2})\end{cases}$ （如图1）或$-\frac{3}{a}<-\frac{1}{2}<-\frac{2}{a}$

（如图2）.



（图1）



（图2）

于是可得$a\in(\frac{18}{7},4)\cup(4,6)$.

考点：导数的运用.

21.

【答案】证明见解析.

【解析】试题分析：

由题意首先证得 $n=2$ 时结论成立，然后假设当$n=k$时，等式也成立，证得当 $n=k+1$ 时结论成立即可.注意应用假设的条件进行证明.

试题解析：

①当$n=1$时，

左边 $=\frac{1}{1\times 2}=\frac{1}{2}$,

右边 $=\frac{1}{2}$,

等式成立.

②设当$n=k$时，等式也成立，

即：$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{(2k-1)\cdot 2k}=\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{k+k}$,

则当$n=k+1$时，

$\frac{1}{1\times 2}+\cdots+\frac{1}{(2k-1)\cdot 2k}+\frac{1}{(2k+1)\cdot(2k+2)}$,

$=\frac{1}{k+1}+\cdots+\frac{1}{k+k}+\frac{1}{(2k+1)(2k+2)}$,

$=\frac{1}{k+1}+\cdots+\frac{1}{k+k}+\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2k+2}-\frac{1}{k+1}$,

$=\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{k+k}+\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2k+2}$,

$=\frac{1}{k+1+1}+\cdots+\frac{1}{k+1+k}+\frac{1}{k+1+k+1}$,

得证.

∴$n=k+1$时，成立，

故等式成立.

点睛：1．数学归纳法是一种重要的数学思想方法，主要用于解决与正整数有关的数学问题．证明时步骤(1)和(2)缺一不可，步骤(1)是步骤(2)的基础，步骤(2)是递推的依据．

2．在用数学归纳法证明时，第(1)步验算 $n=n_0$ 的 n_0 不一定为 1，而是根据题目要求选择合适的起始值，．第(2)步，证明 $n=k+1$ 时命题也成立的过程，一定要用到归纳假设，否则就不是数学归纳法．

22.

【答案】(Ⅰ)答案见解析；(Ⅱ)证明见解析.

【解析】试题分析：

(1)求导可得$f'(x)=e^x\cdot(x+1)\cdot(x+a+1)$，分类讨论可知：

当$a=0$时，$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为增函数.

当$a>0$时，$f(x)$在$(-a-1,-1)$上为减函数；$f(x)$在$(-\infty,-a-1)$，$(-1,+\infty)$上为减函数.

当$a<0$时，$f(x)$在$(-1,-a-1)$上为减函数；$f(x)$在$(-\infty,-1)$，$(-a-1,+\infty)$上为增函数.

(2)由题意可得$f(x)$的极小值是$-a-1$，结合题意可得$g'(x)=12(x+1)\cdot\left(x+\frac{b+2}{2}\right)$，故$b=2a$．据此计算可得$g(x)_{极小值}=g(-a-1)=-(1+a)^2(4-2a)\leqslant 0$.

试题解析：

（I）$f'(x)=e^{x}[x^{2}+(a+2)\cdot x+a+1]$，

$=e^{x}\cdot(x+1)\cdot(x+a+1)$，

由$f'(x)=0$，得$x=-1$或$x=-a-1$.

①当$a=0$时，$f'(x)=e^{x}\cdot(x+1)^{2}\geqslant 0$，

$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为增函数.

②当$a>0$时，$f(x)$在$(-a-1,-1)$上为减函数；

$f(x)$在$(-\infty,-a-1)$，$(-1,+\infty)$上为减函数.

③当$a<0$时，$f(x)$在$(-1,-a-1)$上为减函数；

$f(x)$在$(-\infty,-1)$，$(-a-1,+\infty)$上为增函数.

（II）$\because a\leqslant -1$，

$\therefore -a-1>-1$.

又$f'(x)=e^{x}\cdot[x^{2}+(a+2)\cdot x+a+1]$，

$=e^{x}\cdot[x+a+1]\cdot(x+1)$，

$\therefore f(x)$的极小值是$x=-a-1$，

从而$g(x)$的极小值是$x=-a-1$.

又$g'(x)=12(x+1)\cdot\left(x+\frac{b+2}{2}\right)$，

$\therefore -\frac{b+2}{2}=-a-1$，即$b=2a$.

$\because a\leqslant -1$，

故$g(x)_{极小值}=g(-a-1)=-(1+a)^{2}(4-2a)\leqslant 0$，

即$g(x)$的极小值为0.