2024届江西省部分高中学校高三9月大联考数学试卷

高三数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语，函数与导数，三角函数，不等式。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设命题 p：$\exists n\in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}}>\frac{1}{2}$，则 $\neg p$ 为

A. $\forall n\in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}}>\frac{1}{2}$　　B. $\forall n\in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}}\leqslant\frac{1}{2}$

C. $\exists n\in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}}\leqslant\frac{1}{2}$　　D. $\exists n\notin \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}}>\frac{1}{2}$

2. 已知正数 a,b 满足 $\frac{3}{a}+\frac{1}{b}=1$，则 $3a+b$ 的最小值为

A. 13　　B. 16　　C. 9　　D. 12

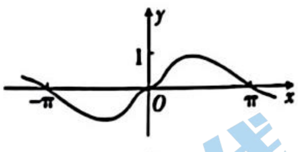
3. 已知 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0, |\varphi|<\pi)$ 是奇函数，将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍(纵坐标不变)，所得图象对应的函数为 $g(x)$. 若 $g(x)$ 的最小正周期为 2π，则 $f(\frac{\pi}{12})=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

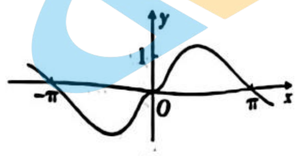
4. "不等式 $ax^2+2ax-1<0$ 恒成立"的一个充分不必要条件是

A. $-1\leqslant a<0$　　B. $a\leqslant 0$　　C. $-1<a\leqslant 0$　　D. $-1<a<0$

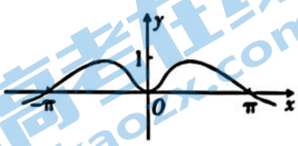
5. 函数 $f(x)=\frac{2x\sin x}{x^2+1}$ 在区间 $[-4,4]$ 上的大致图象是



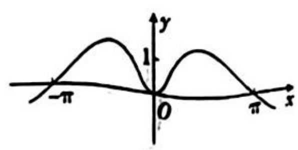
A



B



C



D

6. 已知定义域为 R 的函数 $f(x)$ 满足 $f(2+x)=-f(-x)$，且曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=-\frac{1}{x-1}$ 有且只有两个交点，则函数 $g(x)=f(x)+\frac{1}{x-1}$ 的零点之和是

A. 2　　B. -2　　C. 4　　D. -4

7. 已知不恒等于零的函数 $f(x)$ 的定义域为 R，满足 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)$，且 $f(1)=\frac{1}{2}$，则下列说法正确的是

A. $f(0)=0$

B. $f(x)$ 的图象关于原点对称

C. $f(-2)=\frac{1}{2}$

D. $f(x)$ 的最小正周期是 6

8. 不等式 $t(\sqrt{x}+\sqrt{y})\leqslant\sqrt{2x+2y}$ 对所有的正实数 x,y 恒成立，则 t 的最大值为

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. 1

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x^2-3x-4>0\}$，$B=\{x|1<2^x<4\}$，则

A. $A\cup B=\mathbf{R}$　　B. $A\cap B=\varnothing$　　C. $\complement_U A\subseteq B$　　D. $B\subseteq\complement_U A$

10. 下列结论正确的是

A. 若 $\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$，则 $\sin\alpha=\cos\beta$

B. $2\sin^2\alpha+\sqrt{3}\sin 2\alpha=1+2\sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})$

C. 若 $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{1}{2}$，则 $\sin 2\alpha=\frac{3}{4}$

D. 若锐角 α 满足 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\tan(\frac{\pi}{4}+\alpha)=-3$

11. 设函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 在 $(0,\pi)$ 上恰有两个极值点，两个零点，则 ω 的取值可能是

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{5}{3}$　　C. 2　　D. $\frac{13}{6}$

12. 已知函数 $f(x)=a^x+b^x(a>b>0,a\neq1,b\neq1)$ 的最小值为 2，则

A. $b>1$　　B. $a>1>b$　　C. $ab>1$　　D. $ab=1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知函数 $f(x)=f'(-1)\cdot x^4+2x$，则 $f'(-1)=$ ▲ .

14. 已知 α 是第三象限角，且 $\tan^2\alpha+2\tan\alpha-3=0$，则 $\frac{4\sin(\pi+\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)-\cos(-\alpha)}=$ ▲ .

15. 衡量曲线弯曲程度的重要指标是曲率，曲线的曲率定义如下：若 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，$f''(x)$ 是 $f'(x)$ 的导函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x,f(x))$ 处的曲率 $K=\frac{|f''(x)|}{(1+(f'(x))^2)^{\frac{3}{2}}}$. 已知函数 $f(x)=x^2-x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的曲率为 ▲ .

16. 研究发现某人的行车速度 v(km/h)与行驶地区的人口密度 p(人/km^2)有如下关系：$v=50\times(0.5+2^{-0.00004p})$，若此人在人口密度为 a 人/km^2 的地区的行车速度为 70 km/h，则他在人口密度为 $2a$ 人/km^2 的地区的行车速度是___▲___km/h.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知全集 $U=\{x\in\mathbf{N}|0<x-1<5\}$，集合 $A=\{x|x^2-7x+12=0\}$，$B=\{2,3,m^2\}$.

(1)求 $\complement_U A$；

(2)若 $(a^2+1)\in\complement_U A$，且 $a\in U$，求 a 的值；

(3)设集合 $C=B\cap(\complement_U A)$，若 C 的真子集共有 3 个，求 m 的值.

18. (12 分)

已知函数 $f(x)=x^3-ax^2-x$，且 $f'(1)=0$.

(1)求 $f(x)$在$[-1,2]$上的最大值；

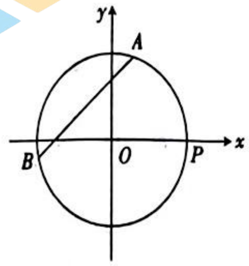
(2)设函数 $g(x)=4x+m$，若函数 $y=f(x)-g(x)$在 $\mathbf{R}$ 上有三个零点，求实数 m 的取值范围.

19. (12 分)

如图，已知两质点 A,B 同时从点 P 出发，绕单位圆逆时针做匀速圆周运动，质点 A,B 运动的角速度分别为 3 rad/s 和 5 rad/s，设两质点运动 x s 时这两质点间的距离为 $f(x)$.

(1)求 $f(x)$的解析式；

(2)求这两质点从点 P 出发后第 n 次相遇的时间 x_n(单位：s).



20.(12 分)

某企业计划对甲、乙两个项目共投资 200 万元,且每个项目至少投资 10 万元. 依据前期市场调研可知,甲项目的收益 $p(t)$(单位:万元)与投资金额 t(单位:万元)满足关系式 $p(t)=at^3+21t$;乙项目的收益 $g(t)$(单位:万元)与投资金额 t(单位:万元)满足关系式 $g(t)=-2a(t-b)^2(b<200)$. 设对甲项目投资 x 万元,两个项目的总收益为 $f(x)$(单位:万元),且当对甲项目投资 30 万元时,甲项目的收益为 180 万元,乙项目的收益为 120 万元.

(1)求 $f(x)$的解析式.

(2)试问如何安排甲、乙这两个项目的投资金额,才能使总收益 $f(x)$最大? 并求出 $f(x)$的最大值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{9}}\dfrac{a-x}{2+bx}$,$g(x)=m\cdot 4^x-2^{x+2}+3$.

(1)若 $y=\lg[g(x)]$的值域为 $\mathbf{R}$,求满足条件的整数 m 的值;

(2)已知非常数函数 $f(x)$是定义域为$(-2,2)$的奇函数,若 $\forall x_1\in[1,2)$,$\exists x_2\in[-1,1]$,$f(x_1)-g(x_2)>-\dfrac{1}{2}$,求实数 m 的取值范围.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=a(e^x-1)-x\ln x$.

(1)当 $a=1$ 时,求 $f(x)$的图象在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(2)当 $a\geqslant 1$ 时,证明:$f(x)+\cos x>0$.