2024 北京四中初三（下）开学考

数　　学

班级_____姓名_____学号_____

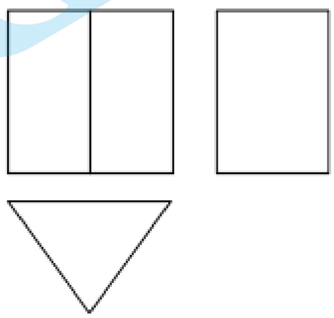
学生须知	**1.本练习卷共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分．练习时间 120 分钟．**
	2.在练习卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号
	3.答案一律填写在答题纸上，在练习卷上作答无效
	4.选择题、作图题用铅 2*B* 笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答．

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 根据国家统计局统计结果，从北京冬奥会申办成功至 2021 年 10 月，全国参与冰雪运动的人数达到 3.46 亿，“带动三亿人参与冰雪运动”的承诺已经实现，这是北京冬奥会最大的遗产成果．将 346000000 用科学记数法表示应为（　　）

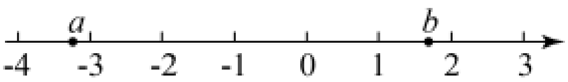
A. 346×10^{6}　　B. 3.46×10^{8}　　C. 3.46×10^{9}　　D. 0.346×10^{9}

2. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　）



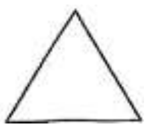
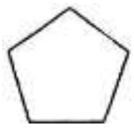
A. 三棱柱　　B. 长方体　　C. 圆锥　　D. 圆柱

3. 实数 a，b 在数轴上对应的点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　）



A. $a+b>0$　　B. $ab>0$　　C. $|a|>|b|$　　D. $a-b>0$

4. 下列图形中，内角和是外角和的二倍的多边形是（　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

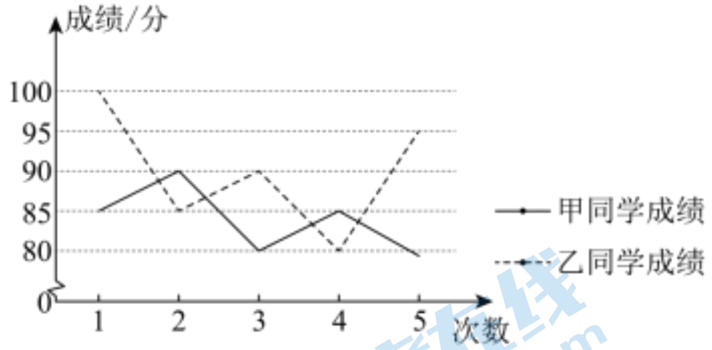
5. 不透明的袋子中有 3 个小球，其中有 1 个红球，1 个黄球，1 个绿球，除颜色外 3 个小球无其他差别，从中随机摸出一个小球，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，那么两次摸出的小球都是红球的概率是（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{9}$

6. 如果 $a-b=4\sqrt{3}$，那么代数 $\left(\dfrac{a^2+b^2}{2a}-b\right)\cdot\dfrac{a}{a-b}$ 的值为（　）

A. $\sqrt{3}$　　　　B. $2\sqrt{3}$　　　　C. $3\sqrt{3}$　　　　D. $4\sqrt{3}$

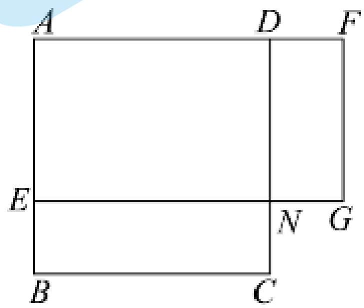
7. 下图是甲、乙两同学五次数学测试成绩的折线图，比较甲、乙两名同学的成绩，下列说法正确的是（　）



A. 甲同学成绩的平均分高，方差大　　　　B. 甲同学成绩的平均分高，方差小

C. 乙同学成绩的平均分高，方差大　　　　D. 乙同学成绩的平均分高，方差小

8. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 4，E 是 AB 上一点，F 是 AD 延长线上的一点，且 $BE=DF$，四边形 $AEND$ 和四边形 $AEGF$ 均为矩形，设 BE 的长为 x，矩形 $AEND$ 的面积为 S_1，矩形 $AEGF$ 的面积为 S_2，则 S_1 与 x，S_2 与 x 满足的函数关系分别是（　）



A. 一次函数关系，二次函数关系　　　　B. 反比例函数关系，二次函数关系

C. 一次函数关系，反比例函数关系　　　　D. 反比例函数关系，一次函数关系

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

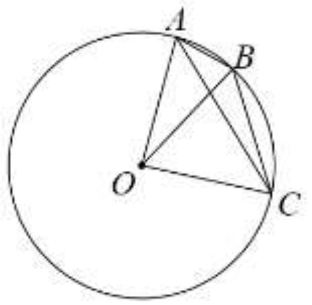
9. 若代数 $\dfrac{1}{x+5}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_______.

10. 已知 $\sqrt{7}<m<\sqrt{17}$，且 m 是整数，请写出一个符合要求的 m 的值_____.

11. 分解因式：$3m^2n-12n=$_______.

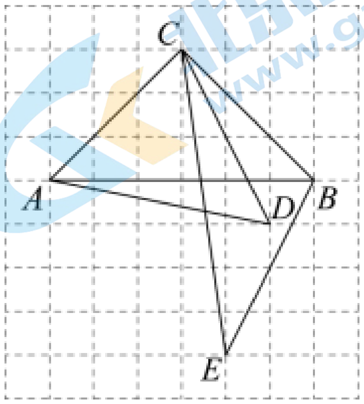
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-2x$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 交于 $A(m,2)$ 则 k 的值是_______.

13. 如图，点 A，B，C 是 $\odot O$ 上的三点．若 $\angle AOC=90°$，$\angle BAC=30°$，则 $\angle AOB$ 的度数为______.



14. 在读书活动中，某同学对甲、乙两个班学生的读书情况进行了统计：甲班学生人数比乙班学生人数多 2 人，甲班学生读书 256 本，乙班学生读书 180 本，乙班平均每人读书的本数是甲班平均每人读书的本数$\frac{3}{4}$，求甲乙两班各有多少人？设乙班有 x 人，依题意，可列方程为_______.

15. 如图所示的网格是正方形网格，A,B,C,D,E 是网格线交点，则 $\triangle ACD$ 的面积与 $\triangle BCE$ 的面积的大小关系为：$S_{\triangle ACD}$_______$S_{\triangle BCE}$（填“>”“<”或“=”）.



16. 某工厂用甲、乙两台设备加工 A,B,C 三件产品，每件产品须先在设备甲上加工完成后，才能进入设备乙加工，每件产品在每台设备上所需要的加工时间如下图所示，则加工总时长最短为______分钟.

产品 所需时间 min 设备	A	B	C
甲	4	3	7
乙	6	5	2

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）

17. 计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\cos30°+|-\sqrt{12}|-(3.14-\pi)^{0}$.

18. 解不等式组：$\begin{cases} 3(x-1)<2x+1 \\ \dfrac{x-1}{2}\le x+2 \end{cases}$.

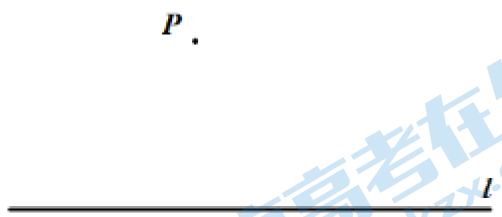
19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+2)x+m+1=0$.

（1）求证：该方程总有两个实数根；

（2）若该方程的两个实数根互为相反数，求 m 的值.

20. 下面是小郭设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：如图，直线 l 和直线外一点 P.



求作：过点 P 作直线 l 的平行线．作法：如图，

①在直线 l 上任取点 O；

②作直线 PO；

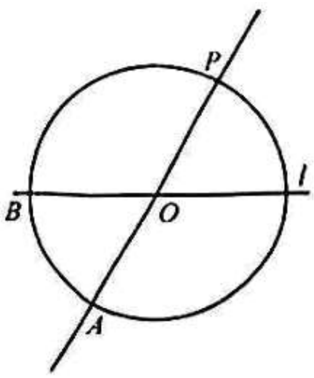
③以点 O 为圆心 OP 长为半径画圆，交直线 PO 于点 A，交直线 l 于点 B；

④连接 AB，以点 B 为圆心，BA 长为半径画弧，交 $\odot O$ 于点 C（点 A 与点 C 不重合）；

⑤作直线 CP；

则直线 CP 即为所求.

根据小郭设计的尺规作图过程，完成以下任务.



（1）补全图形；

（2）完成下面的证明并在括号内填写推理依据.

证明：连接 BP，BC.

$\because AB=BC$，

$\therefore AB=BC$，

$\therefore \angle APB=\angle$ ______（______）.

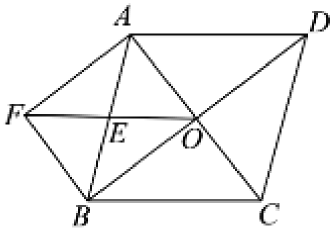
$\because OB=OP$，

$\therefore \angle OBP = \angle OPB$（________）.

$\therefore \angle CPB = \angle OBP$，

$\therefore CP \parallel l$.

21. 在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC, BD 相交于点 O, E 为 AB 的中点，连接 OE 并延长到点 F，使 $EF = OE$，连接 AF, BF .



（1）求证：四边形 $AOBF$ 是矩形；

（2）若 $AD = 10, \tan\angle AFO = \frac{3}{4}$，求 AC 的长.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b\left(k \neq 0\right)$ 的图象由函数 $y = 2x$ 的图象平移得到，且经过点 $\left(2,1\right)$.

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）已知一次函数 $y = mx + m\left(m \neq 0\right)$.

①无论 m 取何值，直线 $y = mx + m\left(m \neq 0\right)$ 都经过点________；

②当 $x < 2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx + m$ 的值都大于一次函数 $y = kx + b$ 的值，结合函数图象，直接写出 m 的取值范围.

23. 为了增强同学们的消防安全意识，普及消防安全知识，提高自防自救能力，某中学开展了形式多样的培训活动，为了解培训效果，该校组织七、八年级全体学生参加了消防知识竞赛（百分制），并规定 90 分及以上为优秀，$80 \sim 89$ 分为良好，$60 \sim 79$ 分为及格，59 分及以下为不及格，学校随机抽取了七、八年级各 20 名学生的成绩进行了整理与分析，下面给出了部分信息.

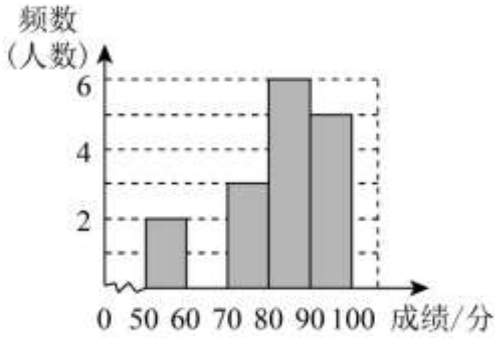
a.抽取七年级 20 名学生的成绩如下：

66　87　57　96　79　67　89　97　77　100

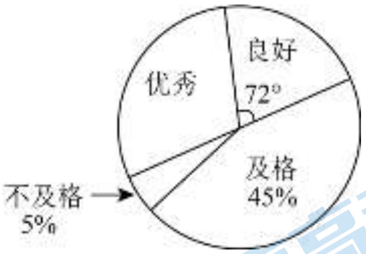
80　69　89　95　58　98　69　78　80　89

b.抽取七年级 20 名学生成绩的频数分布直方图如下：

（数据分成 5 组：$50 \le x < 60$，$60 \le x < 70$，$70 \le x < 80$，$80 \le x < 90$，$90 \le x \le 100$）



c.抽取八年级 20 名学生成绩的扇形统计图：



d.七年级、八年级各抽取的 20 名学生成绩的平均数、中位数如下表：

年级	平均数	中位数
七年级	81	a
八年级	82	81

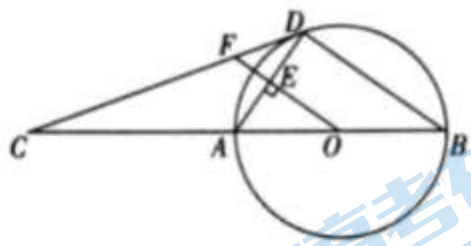
请根据以上信息，完成下列问题：

（1）补全七年级 20 名学生成绩的频数分布直方图，写出表中 a 的值；

（2）该校八年级有学生 200 人，估计八年级测试成绩达到优秀的学生有多少人？

（3）在七年级抽取的学生成绩中，高于他们平均分的学生人数记为 m；在八年级抽取的学生成绩中，高于他们平均分的学生人数记为 n．比较 m，n 的大小，并说明理由．

24. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，C 为 BA 延长线上一点，D 为 $\odot O$ 上一点，连接 $CD, \angle ADC = \angle AOF, OF \perp AD$ 于点 E，交 CD 于点 F．

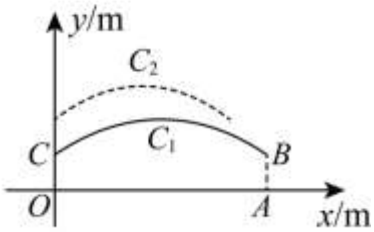


（1）求证：CD 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $AC = 2OA, EF = 2$，求 BD 的长．

25. 如图，小静和小林在玩沙包游戏，沙包（看成点）抛出后，在空中的运动轨迹可看作抛物线的一部分，小静和小林分别站在点 O 和点 A 处，测得 OA 距离为 6m，若以点 O 为原点，OA 所在直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，小林在距离地面 1m 的 B 处将沙包抛出，其运动轨迹为抛物线 C_1：

$y=a(x-3)^2+2$ 的一部分，小静恰在点 $C(0,c)$ 处接住，然后跳起将沙包回传，其运动轨迹为抛物线 C_2：$y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{n}{8}x+c+1$ 的一部分.



（1）抛物线 C_1 的最高点坐标为______；

（2）求 a，c 的值；

（3）小林在 x 轴上方 1m 的高度上，且到点 A 水平距离不超过 1m 的范围内可以接到沙包，若小林成功接到小静的回传沙包，则 n 的整数值可为______.

26. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+3(a\neq 0)$.

（1）若抛物线经过点 $(2,3)$.

①求抛物线的顶点坐标（用含 a 的式子表示）；

②若点 $(x,2)$ 在抛物线上，求 a 的取值范围；

（2）已知点 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$ 为抛物线上的两点，若存在实数 t，对任意的 $t\leq x_1<x_2\leq t+2$，都有 $|y_1-y_2|\leq 4$，直接写出 a 的取值范围.

27. 已知等腰 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC,D$ 为线段 BC 上的一点且 $AD=CD$，点 E 在线段 CD 上（不与端点重合），以 AE 为斜边向右侧作直角 $\triangle AEF$，连接 CF 并延长交线段 AB 的延长线于点 G.

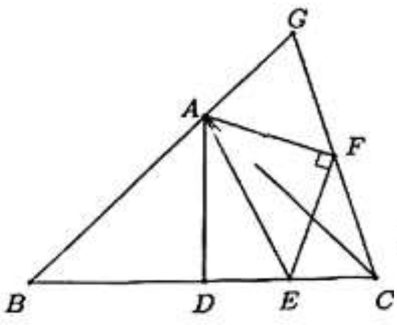


图 1

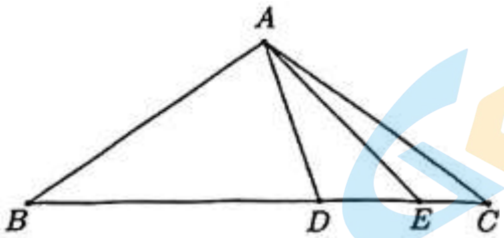


图 2

（1）如图 1，当 $\angle ABC=45°$ 时，若 $\angle EAF=45°,CE=1,BE=3$，求线段 AF 的长；

（2）如图 2，当 $\angle ABC=\alpha\left(0<\alpha<45^\circ\right)$ 时，若 $\angle EAF=\angle ABC$.

①依题意补全图形；

②求证：点 F 为线段 CG 的中点.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 为 $\odot O$ 内一点，弦 AC，BD 相交于点 P，如果 $AC\perp BD$，则称 AC,BD 互为点 P 的“正交弦”，即 AC 是 BD 的“正交弦”，BD 也是 AC 的“正交弦”，依次连接

点 A,B,C,D，称四边形 $ABCD$ 为点 P 的“正交四边形”.

（1）若 $\odot O$ 的半径为5，弦 $AC=8$，则弦 AC 的“正交弦” BD 的最大值为_____，此时相应的“正交四边形”的面积为______.

（2）设 $\odot O$ 的半径为4，

①已知点 $P\left(2,2\right),AC,BD$ 为点 P 的“正交弦”，记 $d=\left|AC-BD\right|$，求 d 的取值范围；

②直线 $y=\sqrt{3}x+4$ 与 $\odot O$ 交于 M，N 两点，当点 P 在 MN 上运动时（不与端点重合），直接写出点 P 的“正交四边形”面积的最大值.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 【答案】B

【分析】346000000 用科学记数法表示成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $a=3.46$，$n=8$，代入可得结果.

【详解】解：346000000 的绝对值大于 10 表示成 $a\times10^n$ 的形式

$\because a=3.46$，$n=9-1=8$

$\therefore$346000000 表示成 3.46×10^8

故选：B.

【点睛】本题考查了科学记数法．解题的关键在于确定 a、n 的值.

2. 【答案】A

【分析】由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状.

【详解】解：根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体，根据俯视图是三角形可判断出这个几何体应该是三棱柱.

故选：A.

【点睛】此题考查了由三视图判断几何体，解题的关键是熟记一些简单的几何体的三视图.

3. 【答案】C

【分析】根据 a，b 在数轴上的位置，得 $a<-3<0<b<2$，然后对四个选项逐一分析即可.

【详解】A、$\because a<-3<0<b<2$，$\therefore |a|>|b|$，$a+b<0$，故此选项错误；

B、$\because a<-3<0<b<2$，$\therefore ab<0$，故此选项错误；

C、$\because a<-3<0<b<2$，$\therefore |a|>|b|$，故此选项正确；

D、$\because a<-3<0<b<2$，$\therefore a-b<0$，故此选项错误.

故选：C.

【点睛】本题考查了数轴、绝对值、实数加减、乘法的综合应用，熟练掌握离原点越远绝对值越大；异号相加减，取绝对值较大的符号，再相加减；两数相乘，同号为正，异号为负是解此题的关键.

4. 【答案】D

【分析】本题考查了多边形内角与外角，熟记公式并列方程求出多边形的边数是解题的关键.

根据多边形的内角和公式 $(n-2)\cdot180°$ 以及多边形的外角和等于 $360°$ 列方程求出边数，从而得解.

【详解】解：设多边形边数为 n，

由题意得，$(n-2)\cdot180°=2\times360°$，

解得 $n=6$，

所以，这个多边形是六边形.

故选：D.

5. 【答案】D

【分析】利用列表法或树状图法列出所有结果，找出满足条件的结果，即可得出结果.

【详解】解：列表如下，

	红	黄	绿
红	（红，红）	（红，黄）	（红，绿）
黄	（黄，红）	（黄，黄）	（黄，绿）
绿	（绿，红）	（绿，黄）	（绿，绿）

由表可知，共有 9 种等可能结果，其中满足条件的两次都是红球的结果只有 1 种，

$\therefore P$（两次都是红球）$=\dfrac{1}{9}$，

故选：D.

【点睛】题目主要考查利用列表法或树状图法求概率，熟练掌握列表法或树状图法是解题关键.

6. 【答案】B

【分析】本题考查分式的化简求值，利用分式化简法则将$\left(\dfrac{a^2+b^2}{2a}-b\right)\cdot\dfrac{a}{a-b}$化简，再把$a-b=4\sqrt{3}$代入即可，熟练掌握分式混合运算的法则是解题的关键.

【详解】解：$\left(\dfrac{a^2+b^2}{2a}-b\right)\cdot\dfrac{a}{a-b}$，

$=\left(\dfrac{a^2+b^2}{2a}-\dfrac{2ab}{2a}\right)\cdot\dfrac{a}{a-b}$，

$=\dfrac{(a-b)^2}{2a}\cdot\dfrac{a}{a-b}$，

$=\dfrac{a-b}{2}$，

$\because a-b=4\sqrt{3}$，

$\therefore$ 原式$=2\sqrt{3}$，

故选：B.

7. 【答案】C

【分析】本题考查了算术平均数、方差，分别计算甲、乙的平均分以及方差，然后比较即可，解题的关键在于正确的计算.

【详解】解：$\bar{x}_{乙}=\dfrac{100+85+90+80+95}{5}=90$；

$\bar{x}_{甲}=\dfrac{85+90+80+85+80}{5}=84$；

$S_{乙}^2=\dfrac{1}{5}\left[(100-90)^2+(85-90)^2+(80-90)^2+(95-90)^2\right]=50$，

$S_{甲}^2=\dfrac{1}{5}\left[2\times(85-84)^2+(90-84)^2+2\times(80-84)^2\right]=14$，

∴乙同学成绩的平均分高，方差大，

故选：C．

8.【答案】A

【分析】本题考查了一次函数的应用、二次函数的应用、正方形的性质，熟练掌握二次函数的应用是解题关键．先求出 $AE=4-x$， $AF=4+x$，再根据矩形的面积公式即可得．

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 的边长是 4，

$\therefore AB=AD=4$，

$\because BE=DF=x$，

$\therefore AE=AB-BE=4-x$， $AF=AD+DF=4+x$，

∵矩形 $AEND$ 的面积为 S_1，矩形 $AEGF$ 的面积为 S_2，

$\therefore S_1=4(4-x)=-4x+16$， $S_2=(4+x)(4-x)=-x^2+16$，

则 S_1 与 x， S_2 与 x 满足的函数关系分别是一次函数关系，二次函数关系，

故选：A．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.【答案】 $x\neq-5$

【分析】本题考查的是分式有意义的条件，熟知分式有意义的条件是分母不等于零是解题的关键．根据分式有意义的条件得出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可．

【详解】解：∵代数式 $\dfrac{1}{x+5}$ 有意义，

$\therefore x+5\neq0$，

解得 $x\neq-5$．

故答案为： $x\neq-5$．

10.【答案】3 或 4

【分析】根据算术平方根的性质（被开方数越大，则这个数的算术平方根也越大）解决此题．

【详解】解：$\because 7<9<16<17<25$，

$\therefore \sqrt{7}<\sqrt{9}<\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$．

$\therefore \sqrt{7}<3<4<\sqrt{17}<5$．

$\therefore m$ 是 3 或 4．

故答案为：3 或 4．

【点睛】本题主要考查估算无理数的大小，熟练掌握算术平方根的性质解决此题．

11．【答案】$3n(m+2)(m-2)$

【分析】本题考查了因式分解，先提取公因式，再利用平方差公式因式分解，熟练进行平方差公式因式分解是解题的关键．

【详解】解：$3m^2n-12n=3n(m^2-4)=3n(m+2)(m-2)$，

故答案为：$3n(m+2)(m-2)$．

12．【答案】-2

【分析】本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题，依据已知条件求出 m 的值是解决本题的关键．根据正比例函数和反比例函数图象上的点的坐标特征代入即可求出 k 的值．

【详解】解：∵直线 $y=-2x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于 $A(m,2)$，

$\therefore 2=-2m$，

$\therefore m=-1$，

即 $A(-1,2)$，

$\therefore 2=\frac{k}{-1}$，

$\therefore k=-2$，

故答案为：-2．

13．【答案】$30°$

【分析】首先根据圆周角定理求得$\angle BOC$的度数，根据$\angle AOC$的度数求$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$即可．

【详解】解：∵ $\angle BAC=30°$，

$\therefore \angle BOC=2\angle BAC=2\times30°=60°$，

$\because \angle AOC=90°$，

$\therefore \angle AOB=\angle AOC-\angle BOC=90°-60°=30°$，

故答案为：$30°$．

【点睛】本题考查了圆周角定理及两锐角互余性质，求得$\angle BOC$的度数是解题的关键．

14．【答案】$\frac{256}{x+2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{180}{x}$

【分析】本题考查分式方程的实际应用．根据乙班平均每人读书的本数是甲班平均每人读书的本数$\frac{3}{4}$，列出分式方程即可．

【详解】解：设乙班有 x 人，则甲班有$(x+2)$人，由题意，得：$\frac{256}{x+2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{180}{x}$；

故答案为：$\frac{256}{x+2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{180}{x}$.

15.【答案】=

【分析】本题考查了三角形的面积，掌握三角形的面积公式是本题的关键.

分别求出$\triangle ACD$的面积与$\triangle BCE$的面积，即可求解.

【详解】解：$\because S_{\triangle ACD}=4\times5-\frac{1}{2}\times3\times3-\frac{1}{2}\times1\times5-\frac{1}{2}\times2\times4=9$，

$S_{\triangle BCE}=3\times7-\frac{1}{2}\times3\times3-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times1\times7=9$，

$\therefore S_{\triangle ACD}=S_{\triangle BCE}$.

故答案为：=.

16.【答案】16

【分析】本题考查用列举法选最优方案问题，学会分类讨论是正确解决本题的关键.

把所有可能的结果列举出来计算作比较即可.

【详解】解：按A,B,C的顺序加工，需要$4+6+5+2=17$（分钟）；

按A,C,B的顺序加工，需要$4+6+(7-6)+2+(3-2)+5=19$（分钟）；

按B,A,C的顺序加工，需要$3+5+6+2=16$（分钟）；

按B,C,A的顺序加工，需要$3+5+(7-5)+2+(4-2)+6=20$（分钟）；

按C,A,B的顺序加工，需要$7+2+(4-2)+6+5=22$（分钟）；

按C,B,A的顺序加工，需要$7+2+(3-2)+5+6=21$（分钟）；

$\because 16<17<19<20<21<22$，

$\therefore$加工总时长最短为16分钟，

故答案为：16.

三、解答题（共68分，第17-20题每题5分，第21题6分，第22题5分，第23-24题每题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题每题7分）

17.【答案】$\sqrt{3}+1$

【分析】分别根据负整数指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值的性质、零指数幂计算出各数，再根据混合运算的法则进行计算；

【详解】解：$(\frac{1}{2})^{-1}-2\cos30°+|-\sqrt{12}|-(3.14-\pi)^{0}$

$=2-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}-1$

$=2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-1$

$=\sqrt{3}+1$

【点睛】此题考查了负整数指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值的性质、零指数幂，掌握相关运算法则是解题的关键.

18. 【答案】$-5\le x<4$

【分析】分别求出两不等式的解集，根据：“大小小大中间找”确定不等式组解集.

【详解】解：$\begin{cases}3(x-1)<2x+1① \\ \dfrac{x-1}{2}\le x+2②\end{cases}$

由①得 $3x-3<2x+1$，即 $x<4$

由②得 $x-1\le 2x+4$，即 $x\ge -5$

∴不等式组的解集为：$-5\le x<4$

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组：求解出两个不等式的解集，然后按照“同大取大，同小取小，大于小的小于大的取中间，小于小的大于大的无解”确定不等式组的解集.

19. 【答案】(1）见解析　（2）$m=-2$

【分析】(1）先计算根的判别式的值，再利用非负数的性质判断 $\Delta\ge0$，然后根据根的判别式的意义得到结论；

（2）根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=m+2$，则由方程的两个实数根互为相反数得到 $m+2=0$，然后解得 m 的值即可.

【小问 1 详解】

证明：∵$\Delta=[-(m+2)]^2-4(m+1)=m^2+4m+4-4m-4$

$=m^2\ge0$，

∴无论 m 取何值，此方程总有两个实数根；

【小问 2 详解】

解：根据题意得 $x_1+x_2=m+2$，

∵方程的两个实数根互为相反数，

∴$m+2=0$，

解得 $m=-2$，

即 m 的值为 -2.

【点睛】此题考查了根与系数的关系及根的判别式，x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\ne0$）的两根，则 $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}$，根据方程的两个实数根互为相反数列式是解题的关键.

20. 【答案】(1）见解析　（2）见解析

【分析】本题考查了圆周角定理，平行线的判定，

（1）根据题意，补全图形即可；

（2）利用圆周角定理和等腰三角形的性质，证明 $\angle CPB=\angle OPB$，即可解答；

熟知同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等是解题的关键.

【小问 1 详解】

解：补全图形如下；

【小问 2 详解】

证明：连接 BP，BC．

$\because AB=BC$，

$\therefore AB=BC$，

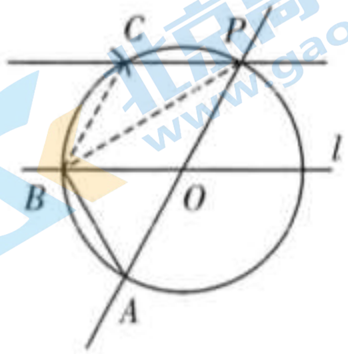
$\therefore \angle APB=\angle CPB$（同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等）.

$\because OB=OP$，

$\therefore \angle OBP=\angle OPB$（等边对等角）.

$\therefore \angle CPB=\angle OBP$，

$\therefore CP \parallel l$．



21.【答案】（1）见解析　（2）12

【分析】本题考查了矩形的判定和性质，菱形的性质，解直角三角形，

（1）首先证明四边形 $AOBF$ 是平行四边形，再由菱形 $ABCD$ 的性质得 $\angle AOB=90^{\circ}$ 即可推出四边形是矩形；

（2）首先根据矩形对角线相等和菱形的四边相等可以求得 $AD=AB=10$，然后在直角三角形 AOF 中，解直角三角形可以求出 AO 的长，从而得到 AC 的长；

灵活运用上述性质解决问题是本题的关键.

【小问 1 详解】

证明：$\because E$ 为 AB 的中点，$EF=OE$，

$\therefore$四边形 $AOBF$ 是平行四边形，

$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle AOB=90^{\circ}$，

$\therefore$平行四边形 $AOBF$ 是矩形；

【小问 2 详解】

解：$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=AD=10$，

∵四边形 $AOBF$ 是矩形，

∴ $FO=AB=10$， $\angle FAO=90°$

设 $AO=3x$，

∵ $\tan\angle AFO=\dfrac{3}{4}$，

∴ $AF=4x$，

根据勾股定理可得 $FO^2=AF^2+AO^2$，

即 $100=9x^2+16x^2$，

解得 $x=\pm2$，

∴ $AO=2\times3=6$，

∴ $AC=2AO=12$．

22. 【答案】（1） $y=2x-3$

（2）① $(-1,0)$；② $\dfrac{1}{3}\le m\le 2$

【分析】本题考查了一次函数图象与几何变换，一次函数与系数的关系，利用数形结合是解题的关键．

（1）先根据直线平移时 k 的值不变得出 $k=2$，再将点 $(2,1)$ 代入，求出 b 的值，即可得到一次函数的解析式；

（2）①将 $y=mx+m$ 变形成 $y=m(x+1)$，令 $x+1=0$ 即可得出定点；②先把 $x=2$ 代入 $y=kx+b$，再把点 $(2,1)$ 代入 $y=mx+m$ 求得 $m=\dfrac{1}{3}$，然后结合图象即可求出答案．

【小问 1 详解】

解：∵一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的图象由函数 $y=2x$ 的图象平移得到，

∴ $k=2$，

将点 $(2,1)$ 代入 $y=2x+b$，

得 $1=4+b$，

解得 $b=-3$，

∴一次函数的解析式为 $y=2x-3$；

【小问 2 详解】

解：①由 $y=mx+m$ 得 $y=m(x+1)$，

令 $x+1=0$，

∴ $x=-1$，

∴无论 m 取何值，直线 $y=mx+m(m\neq0)$ 都经过点 $(-1,0)$，

故答案为：$(-1,0)$；

②当 $x<2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx+m$ 的值都大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，

把 $x=2$ 代入 $y=2x-3$，

即 $y=2\times2-3=1$，

把点 $(2,1)$ 代入 $y=mx+m$，得 $1=2m+m$，

解得 $m=\frac{1}{3}$，

∵当 $x<2$ 时，对于 x 的每一个值，都有函数 $y=mx+m$ 的值都大于一次函数 $y=2x-3$ 的值，

$\therefore \frac{1}{3}\le m\le 2$.

23.【答案】（1）图见解析，80

（2）60 人　（3）$m<n$，理由见解析

【分析】（1）先找出七年级 $60\le x<70$ 的人数，补全条形统计图，再根据中位数的定义求出 a 的值；

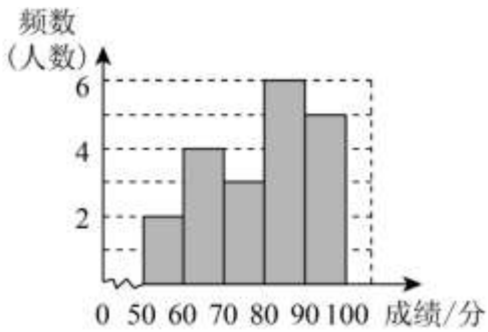
（2）先求出抽取的八年级 20 名学生成绩的优秀率，再乘以八年级总人数即可；

（3）由扇形统计图可知八年级 80 分及以上的学生有 10 人，设八年级第十名的成绩为 x，第十一名的成绩为 $80-b$，根据中位数是 81 可得 $x+80-b=81\times2$，则 $x=82+b$，再根据八年级 20 名学生成绩的平均数是 82，可得第十名的成绩高于他们的平均分，第十一名的成绩低于他们的平均分，由此得出 n 的值，即可比较.

【小问 1 详解】

解：七年级 $60\le x<70$ 的人数为 4 人，

补全频数分布直方图如下



将七年级 20 名学生的成绩按从高到低排序，第 10 名和第 11 名都是 80 分，因此中位数是 80，

表中 a 的值为 80.

【小问 2 详解】

解：抽取的八年级 20 名学生成绩的优秀率为 $\frac{180-72}{360}\times100\%=30\%$，

此次八年级测试成绩达到优秀的学生为 $200\times30\%=60$（人）.

【小问 3 详解】

解：由抽取的七年级 20 名学生成绩的数据可知，$m=9$.

由抽取的八年级 20 名学生成绩的扇形统计图可知，80 分及以上的学生有 10 人.

把八年级 20 名学生的成绩由高到低排列，

设第十名的成绩为 x，第十一名的成绩为 $80-b$（b 是正数）.

∵抽取的八年级 20 名学生成绩的中位数是 81，

$\therefore x+80-b=81\times2$.

$\therefore x=82+b$.

∵抽取的八年级 20 名学生成绩的平均数是 82，

∴第十名的成绩高于他们的平均分，第十一名的成绩低于他们的平均分.

$\therefore n=10$.

$\therefore m<n$.

【点睛】本题主要考查了频数分布直方图和扇形统计图，中位数、平均数，利用样本估计总体等知识点，准确从统计图中获取信息是解题的关键.

24. 【答案】（1）见解析 （2）8

【分析】本题考查了圆的切线的判定，等腰三角形的性质，相似三角形的判定和性质，

（1）连接 OD，根据 $\angle ADC=\angle AOF, OF\perp AD$，可得 $\angle DFE=\angle OAE=90^\circ-\angle ACD$，再根据等腰三角形的性质，即可解答；

（2）通过角度转换证明 $FO\parallel DB$，则可得 $\triangle CFO\backsim\triangle CDB$，$\triangle AEO\backsim\triangle ADB$，再利用相似三角形的性质，列方程，即可解答；

正确的作出辅助线，通过角度的转换证明三角形相似，列出方程是解题的关键.

【小问 1 详解】

证明：如图，连接 OD，

$\because \angle ADC=\angle AOF, OF\perp AD$,

$\therefore \angle DFE=\angle OAE=90^\circ-\angle ACD$,

$\because OD=OA$,

$\therefore \angle OAE=\angle ODA=90^\circ-\angle ACD$,

$\therefore \angle CDO=\angle ACD+\angle ODA=90^\circ$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线；

【小问 2 详解】

解：设半径为 r，

$\because AC=2OA$,

$\therefore AC=AB=2r$，$CB=4r$

$\because OD\perp DC, \angle ADB=90^\circ$,

$\therefore \angle ADC=\angle ODB=\angle OBD=\angle FOC$,

$\therefore FO\parallel DB$,

$\therefore\triangle CFO\backsim\triangle CDB$，$\triangle AEO\backsim\triangle ADB$,

$\therefore \dfrac{FO}{DB}=\dfrac{CO}{CB}=\dfrac{3r}{4r}=\dfrac{3}{4}$， $\dfrac{EO}{DB}=\dfrac{AO}{BO}=\dfrac{1}{2}$，

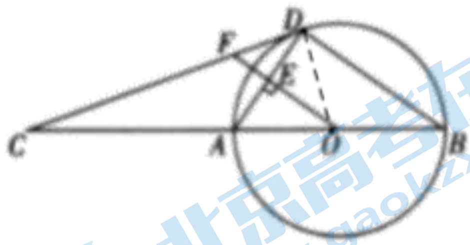
设 $DB=x$，则 $EO=\dfrac{1}{2}x$， $FO=\dfrac{3}{4}x$，

根据 $FO=EF+EO$，

可得方程 $\dfrac{3}{4}x=2+\dfrac{1}{2}x$，

解得 $x=8$，

$\therefore DB$ 的长为 8 .



25. 【答案】（1） $(3,2)$

（2） $a=-\dfrac{1}{9}$， $c=1$

（3）4 或 5

【分析】本题主要考查了二次函数的应用，读懂题意，掌握二次函数图象上点的坐标特征是解题的关键.

（1）依据题意，由抛物线 C_1： $y=a(x-3)^2+2$ 可得最高点坐标，进而可以得解；

（2）依据题意，可得 $B(6,1)$，将 $B(6,1)$ 代入抛物线 C_1： $y=a(x-3)^2+2$，从而得解析式，再令 $x=0$，可得 c 的值；

（3）依据题意，根据点 B 的取值范围代入解析式可求解.

【小问 1 详解】

解：由题意，∵抛物线 C_1： $y=a(x-3)^2+2$，

∴抛物线 C_1 的最高点坐标为的 $(3,2)$.

故答案为： $(3,2)$.

【小问 2 详解】

解：由题可得点 $B(6,1)$，将 $B(6,1)$ 代入抛物线 C_1： $y=a(x-3)^2+2$，

得 $a=-\dfrac{1}{9}$，

∴抛物线 C_1： $y=-\dfrac{1}{9}(x-3)^2+2$.

∴当 $x=0$ 时， $y=c=1$；

【小问 3 详解】

解：∵小林在 x 轴上方 1m 的高度上，且到点 A 水平距离不超过 1m 的范围内可以接到沙包，

∴此时，点 B 的坐标范围是 $(5,1)$～$(7,1)$，

当经过 $(5,1)$ 时，$1=-\frac{1}{8}\times25+\frac{n}{8}\times5+1+1$，

解得：$n=\frac{17}{5}$．

当经过 $(7,1)$ 时，$1=-\frac{1}{8}\times49+\frac{n}{8}\times7+1+1$，

解得：$n=\frac{41}{7}$，

$\therefore\frac{17}{5}\le n\le\frac{41}{7}$，

∵n 为整数，

∴符合条件的 n 的整数值为 4 和 5．

故答案为：4 或 5．

26. 【答案】（1）①$(1,-a+3)$；②$a\ge1$ 或 $a<0$；

（2）$-1\le a\le1$

【分析】本题考查了二次函数的图像和性质，

（1）①把点 $(2,3)$ 代入 $y=ax^2+bx+3(a\ne0)$，可得 a,b 之间的关系，利用顶点公式可得顶点坐标；

②分两种情况讨论，即 $a>0$ 或 $a<0$ 两种情况，与顶点的纵坐标对比，列不等式即可；

（2）由函数的对称性可得当 x_1,x_2 在对称轴同一侧时，且 $x_2-x_1=2$ 时，$|y_1-y_2|$ 取最大值，根据抛物线平移过程中性质不变，可设抛物线的对称轴为 $x=0$，则 $b=0$，根据题意可得 $|y_1-y_2|=|4a|\le4$，即可解答，

学会结合函数图象和性质，进行作答是解题的关键．

【小问 1 详解】

解：①把点 $(2,3)$ 代入 $y=ax^2+bx+3(a\ne0)$，可得 $3=4a+2b+3$，可得 $2a=-b$，

抛物线的顶点横坐标为 $-\frac{b}{2a}=-\frac{b}{-b}=1$，

当 $x=1$ 时，$y=a+b+3=a-2a+3=-a+3$，

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(1,-a+3)$，

②当 $a>0$ 时，可得 $-a+3\le2$，解得 $a\ge1$，$\therefore a\ge1$；

当 $a<0$ 时，可得 $-a+3\ge2$，解得 $a\le1$，$\therefore a<0$，

综上所述，$a\ge1$ 或 $a<0$；

【小问 2 详解】

解：由 $t \le x_1 < x_2 \le t+2$ 可得 $x_2 - x_1 \le 2$，

由函数的对称性可得当 x_1, x_2 在对称轴同一侧时，且 $x_2 - x_1 = 2$ 时，$|y_1 - y_2|$ 取最大值，

由于抛物线平移过程中性质不变，可设抛物线的对称轴为 $x=0$，则 $b=0$，

则可得 $|y_1 - y_2| = |ax_1^2 - ax_2^2| = |a(x_1+x_2)(x_1-x_2)| = |2a(x_1+x_2)| \le 4$，

当 $x_1 = 0$ 或 $x_2 = 0$ 时，$|x_1 + x_2|$ 取最小值为 2，当最小值存在时，则存在实数 t 符合条件，

$\therefore |y_1 - y_2| = |4a| \le 4$，

解得 $-1 \le a \le 1$.

27. 【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

(2) ①见解析；②见解析

【分析】(1) 根据 $\angle ABC=45°$，$AD = CD$ 和，证明 $AD \perp DC$，利用勾股定理求得 AE 的长，再根据 $\angle EAF = 45°$，可得 AF 的长；

(2) ①根据题意补全图形即可；

②延长 AF 至点 M，使得 $AF = FM$，连接 EM, CM，证明 $\triangle AFE \cong \triangle MFE(\text{SAS})$，再利用角度的转换和圆周角定理，得到 $\angle FMC = \angle FAG$，最后证明 $\triangle AFG \cong \triangle MFC(\text{ASA})$，即可解答.

【小问 1 详解】

解：$\because \angle ABC = 45°$，$AB = AC$，

$\therefore \angle ACD = 45°$，

$\because AD = CD$，

$\therefore \angle CAD = \angle ACD = 45°$，

$\therefore AD \perp BC$，

$\because CE = 1, BE = 3$，

$\therefore CD = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{BE+CE}{2} = 2$，

$\therefore DE = CD - CE = 1$，

根据勾股定理可得 $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{5}$，

$\because$ 以 AE 为斜边向右侧作直角 $\triangle AEF$，$\angle EAF = 45°$，

$\therefore AF = EF = \sin\angle EAF \cdot AE = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$；

【小问 2 详解】

①如图，按照题意补全图形即可；

②证明：如图，延长 AF 至点 M，使得 $AF=FM$，连接 EM,CM，

$\because \angle AFE=\angle AEF=90^\circ$， $FE=FE$，

$\therefore \triangle AFE\cong\triangle MFE(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle FAE=\angle FME,\angle AEF=\angle MEF$，

设 $\angle FAE=\angle FME=\angle ABC=\alpha$，

$\because \mathrm{AB}=\mathrm{AC}$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\alpha$，

$\because CD=AD$，

$\therefore \angle DAC=\angle ACD=\alpha$，

设 $\angle CAE=\beta$，

$\therefore \angle CAF=\alpha-\beta$，

$\because \angle CAG=\angle B+\angle ACB=2\alpha$，

$\therefore \angle FAG=\angle CAG-\angle CAF=\alpha+\beta$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEF$ 中， $\angle AEF=90^\circ-\angle FAE=90^\circ-\alpha$，

$\therefore \angle MEF=\angle AEF=90^\circ-\alpha$，

$\because \angle AED=\angle ACB+\angle CAE=\alpha+\beta$，

$\therefore \angle CEM=180^\circ-2\angle AEF-\angle AED=180^\circ-2(90^\circ-\alpha)-(\alpha+\beta)=\alpha-\beta$，

$\therefore \angle CEM=\angle CAF$，

即 $\angle CEM=\angle CAM$，

$\therefore A,E,C,M$ 四点共圆，

$\therefore \angle CME=\angle CAE=\beta$，

$\therefore \angle FMC=\angle FME+\angle CME=\alpha+\beta$，

$\therefore \angle FMC=\angle FAG$，

$\because \angle AFG=\angle MFC,AF=MF$，

$\therefore \triangle AFG\cong\triangle MFC(\mathrm{ASA})$，

$\therefore GF=CF$，即 F 是 CG 的中点.

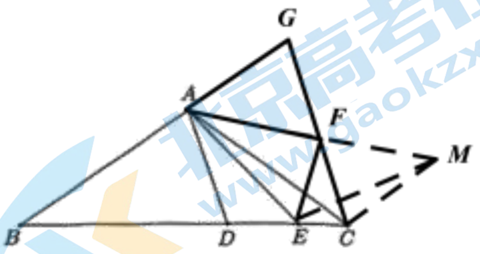


图2

【点睛】本题考查了勾股定理，等腰三角形的性质，圆周角定理，全等三角形的判定和性质，作出正确的辅助线，仔细耐心地对角度进行转换是解题的关键．

28. 【答案】（1） 10，40

（2）①

$0 \le d \le 8-4\sqrt{2}$ ②$16\sqrt{3}$

【分析】（1）利用“正交弦”的定义，直径是圆中最长的弦，“正交四边形”的定义和三角形的面积公式解答即可；

（2）①点的坐标的特征，垂径定理，直径是圆中最长的弦的性质分析解答即可；

②利用直线 $y=\sqrt{3}x+4$ 的解析式求得点 M， N 坐标，再利用正交四边形”的定义和三角形的面积公式解答即可．

【小问 1 详解】

解：$\because \odot O$ 的半径为 5，

$\therefore \odot O$ 的直径为 10，

$\therefore$ 当弦 AC 的“正交弦” BD 为直径时，取得最大值，

$\therefore$ 弦 AC 的“正交弦” BD 的最大值为 10．

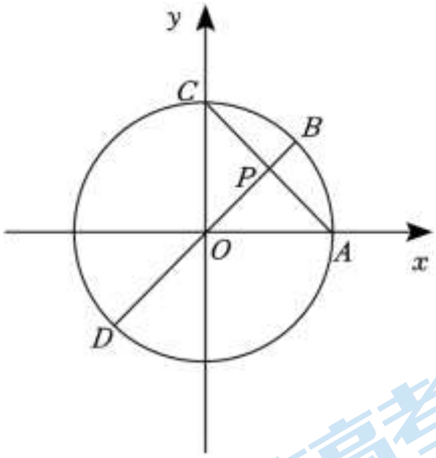
$\because AC \perp BD$，

$\therefore$ 此时相应的“正交四边形”的面积为 $\frac{1}{2}\times AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 10\times 8=40$．

故答案为：10，40；

【小问 2 详解】

解：①设 $\odot O$ 与坐标轴交于点 A， C，如图，



$\because \odot O$ 的半径为 4，

$\therefore OA=OC=4$，

$\therefore A(4,0)$， $B(0,4)$，

$\because P(2,2)$，

$\therefore P$ 为 AC 的中点．

$\because \triangle OAC$ 为等腰直角三角形，

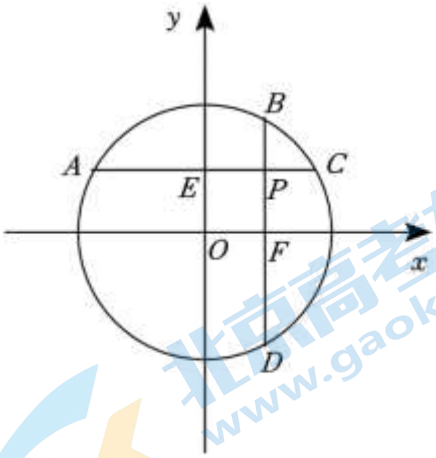
$\therefore OP \perp AC$，

$\therefore AC$ 为经过点 P 的 $\odot O$ 的最短的弦，BD 为 $\odot O$ 的直径，是经过点 P 的 $\odot O$ 的最长的弦，

$\therefore BD = 8$，$AC = 4\sqrt{2}$，

$\therefore d$ 的最大值为 $8-4\sqrt{2}$．

当 $AC \parallel x$ 轴，$BD \parallel y$ 轴时，设 AC 交 y 轴于点 E，BD 交 x 轴于点 F，如图，



$\because P(2,2)$，

$\therefore OE = OF = 2$，

$\because OE \perp AC$，$OF \perp BD$，

$\therefore AC = BD$，

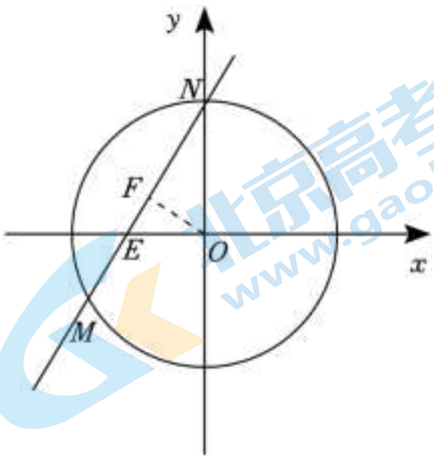
$\therefore d$ 的最小值为 0，

$\therefore d$ 的取值范围为 $0 \le d \le 8-4\sqrt{2}$；

②令 $x=0$，则 $y=4$，

令 $y=0$，则 $x=-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$ 直线 $y=\sqrt{3}x+4$ 与坐标轴交于点 $N(0,4)$ 和 $E\left(-\dfrac{4\sqrt{3}}{3},0\right)$，如图，



过点O作$OF\perp MN$于点F，则$NF=MF=\frac{1}{2}MN$．

$\because N(0,4)$和$E(-\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$0)$，

$\therefore OE=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$ON=4$．

$\therefore \tan\angle ONE=\frac{OE}{ON}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle ONE=30^{\circ}$，

在$Rt\triangle OFN$中，

$\because \cos\angle FNO=\frac{NF}{ON}$，

$\therefore NF=ON\cdot\cos\angle FNO=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$．

$\therefore MN=2NF=4\sqrt{3}$．

$\because$点P在MN上运动时（不与端点重合），

$\therefore$当点P与点F重合时，MN的“正交弦”取得最大值为圆的直径等于8，

$\therefore$点P的“正交四边形”面积的最大值为$\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times8=16\sqrt{3}$．

【点睛】本题主要考查了新定义，圆的有关性质，垂径定理，等腰直角三角形的性质，解直角三角形，一次函数与坐标轴的交点，勾股定理，本题是新定义类型题目，正确理解新定义并熟练运用是解题的关键．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！