

北大附中 2022 届高三阶段性检测

数 学

2022. 2

本试卷共 5 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 复数 $\frac{1+i}{i}$ 的模是

(A) $1+i$

(B) $1-i$

(C) $\sqrt{2}$

(D) 2

(2) 设集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 则 $\{x | x \in B \text{ 且 } x \notin A\} =$

(A) $\{-1\}$

(B) $\{4\}$

(C) $\{-1, 2\}$

(D) $\{0, 1\}$

(3) 下列函数中，既是奇函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

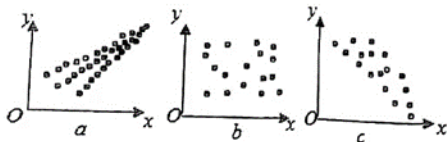
(A) $y = \sqrt{x}$

(B) $y = -x^3$

(C) $y = \frac{x}{x+1}$

(D) $y = x - \frac{1}{x}$

(4) 观察下列散点图，其中两个变量的相关关系判断正确的是



(A) a 为正相关, b 为负相关, c 为不相关

(B) a 为负相关, b 为不相关, c 为正相关

(C) a 为负相关, b 为正相关, c 为不相关

(D) a 为正相关, b 为不相关, c 为负相关

(5) 在 $(x+1)^6 + (x-1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为

- (A) 5 (B) 10 (C) 25 (D) 50

(6) 已知平面 α, β 满足 $\alpha \cap \beta = n$, 直线 $m \subset \alpha$, 则“ $m \parallel n$ ”是“ $m \parallel \alpha$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(7) 点 F 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 点 P, Q 在抛物线 C 上, 且 $|PF| = 2, |QF| = 4$, 则 $\triangle PFQ$

的面积为

- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 4

(8) 已知 $\frac{\sin^2(\frac{\pi}{4} + \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$, 则 $\sin 2\alpha =$

- (A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

(9) 某品牌牛奶的保质期 y (单位: 天) 与储存温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系

$y = a^{kx+b}$ ($a > 0, a \neq 1$). 该品牌牛奶在 0°C 的保质期为 270 天, 在 8°C 的保质期为 180

天, 则该品牌牛奶在 24°C 的保质期为

- (A) 60 天 (B) 70 天 (C) 80 天 (D) 90 天

(10) 设方程 $x + \log_2 x = 2$ 的根为 m , 方程 $x \log_2 x = 4$ 的根为 n . 给出下列结论:

- ① $1 < m < 2$; ② $m + n = 4$; ③ $mn = 4$; ④ $n = 2^m$.

其中, 所有正确结论的序号是

- (A) ①②③ (B) ①②④
(C) ①③④ (D) ②③④

二部分 (非选择题 共 110 分)

分, 共 25 分。

2, $a_2 a_4 = a_6$, 则公比 $q = \underline{\hspace{2cm}}$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和为 $\underline{\hspace{2cm}}$

移 π 个单位得到的图像的一条对称轴方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$

三个论断:

$y = \pm 2x$;

示为 $(1, 0)$.

, 余下的一个作为结论, 写出正确的一个命题: $\underline{\hspace{2cm}}$.

$y^2 = 4$ 交于 P, Q 两点, 且 $|PQ| = 2\sqrt{3}$, 则点 C 到直线 l 的

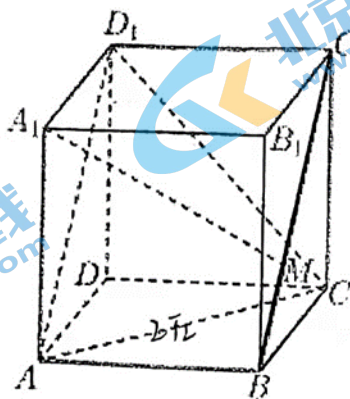
$(0, 0)$, 则 $\overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CQ})$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

$ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, 点 M 在线段 BC_1 (不包含端点) 上运

的外接球表面积为 48π ;

取值范围是 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$.

是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题共 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = \frac{3}{4}$ ， $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{15\sqrt{7}}{4}$ 。从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

知，求：

(I) c 的值；

(II) BC 边上的高。

条件①： $b = 5$ ；

条件②： AC 边上的高为 $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ 。

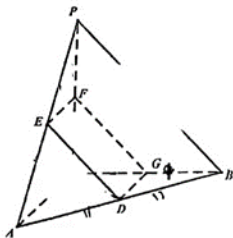
17. (本小题共 14 分)

如图，已知三棱锥 $P-ABC$ 中， $PC \perp$ 平面 ABC ， $AC \perp BC$ ， $PC = AC = BC = 2$ ， D ， E ， F 分别为 AB ， AP ， PC 的中点， BC 与平面 DEF 交于点 G 。

(I) 求证：点 G 为 BC 的中点；

(II) 求直线 CD 与平面 DEF 所成角的大小；

(III) 求点 P 到平面 DEF 的距离。



18. (本小题共 14 分)

据统计，2022 年北京冬奥会是冬奥会历史上女运动员人数比例最高的一届。来自世界各地的 2892 名运动员在三个赛区进行比赛，具体数据如下表。

| 赛区 | 女运动员数 | 男运动员数 | 合计 |
|-------|-------|-------|------|
| 北京赛区 | 501 | 571 | 1072 |
| 延庆赛区 | 259 | 373 | 632 |
| 张家口赛区 | 554 | 634 | 1188 |
| 合计 | 1314 | 1578 | 2892 |

(I) 假如从所有运动员中随机抽取 200 人进行某项调查，试估计其中女运动员的人数(结果保留整数)；

(II) 某场区域中有 7 男 3 女合计 10 名运动员，某记者从中随机选取 3 人进行赛前采访，设随机变量 X 表示 3 人中的女运动员人数，求 X 的分布列和期望 EX ；

(III) 某国家的参赛队伍来自该国两个主要地区的 A 队和 B 队构成，与上届冬奥会相比，该国 A 队和 B 队中女运动员的人数比例均有提升，能否由此推断该国参赛队伍中女运动员的人数比例比上届参赛队伍提高了？直接写出结论。

19. (本小题共 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(2, 0)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 已知不与 x 轴重合的直线 l 过椭圆右焦点, 且与椭圆交于点 A, B . 若 y 轴上存在点 D , 使得 $\triangle ABD$ 为以 D 为直角的等腰直角三角形, 求 l 的方程.

20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x \cos x$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域;

(III) 判断函数 $g(x) = f(x) - x^2$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 内零点的个数, 并说明理由.

21. (本小题满分 14 分)

任意给定 $2n+1$ 个不同的三元数组 $X_i = (a_i, b_i, c_i)$, a_i, b_i, c_i 都非负, $i = 1, 2, 3, \dots, 2n+1$, 且有

$$a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_{2n+1}; \quad \text{记 } A = \sum_{i=1}^n a_i, B = \sum_{i=1}^n b_i, C = \sum_{i=1}^n c_i.$$

(I) 若 $n=1$, 证明: X_1, X_2 或 X_1, X_3 中至少有一组 (记为 X_i, X_j), 满足 $\sum_{k=1}^2 a_k \geq \frac{1}{2}A$ (即选出数组

中 a_i 的和大于等于 a_i 总和的一半), 且 $\sum_{k=1}^2 b_k \geq \frac{1}{2}B$;

(II) 若 $n=2$, 证明: 总能选出 3 个不同数组 $X_{i_1}, X_{i_2}, X_{i_3}$, 满足 $\sum_{k=1}^3 a_k \geq \frac{1}{2}A$, 且 $\sum_{k=1}^3 b_k \geq \frac{1}{2}B$;

(III) 若 $n=2$, 给定 m 后, 总能选出 m 个数组 $X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m}$,

满足: $\sum_{k=1}^m a_k \geq \frac{1}{2}A, \sum_{k=1}^m b_k \geq \frac{1}{2}B, \sum_{k=1}^m c_k \geq \frac{1}{2}C$, 请直接写出 m 的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018