

高三数学考试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $(1+i)(2+i)$ 的虚部为
A. 1 B. i C. 3 D. 3i
2. 已知集合 $A=\{a\}, B=\{1, 2, 2a-2\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $a=$
A. 3 B. 2 C. 1 或 2 D. 1
3. “ $k > 4$ ”是“方程 $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{4-k} = 1$ 表示的曲线是双曲线”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 若 $x=2$ 是函数 $f(x)=e^{x^2+2mx}$ 的极值点, 则 $f(2)=$
A. -4 B. -2 C. e^{-2} D. e^{-4}
5. 卢卡斯数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2a_2, a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$, 且 $\{a_n\}$ 的前 6 项和 $S_6=28$, 则 $a_{10}=$
A. 29 B. 47 C. 76 D. 123
6. 如图, 某圆台形台灯灯罩的上、下底面圆的半径分别为 5 cm, 12 cm, 高为 17 cm, 则该灯罩外接球的体积为
A. $\frac{676\pi}{3} \text{ cm}^3$ B. $\frac{8788\pi}{3} \text{ cm}^3$
C. $676\pi \text{ cm}^3$ D. $8788\pi \text{ cm}^3$
7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0, 3)$, 若直线 $l: y=kx+3$ 上存在点 M , 使得 $|MA|=2|MO|$, 则 k 的取值范围为
A. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ B. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$
C. $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$ D. $(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$
8. 已知 $2 \times 3^a = 5 \times 7^b = 1$, 则
A. $a > b > -1$ B. $b > a > -1$
C. $a > -1 > b$ D. $b > -1 > a$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 人均国内生产总值是人们了解和把握一个国家或地区的宏观经济运行状况的有效工具,即“人均 GDP”,常作为发展经济学中衡量经济发展状况的指标,是最重要的宏观经济指标之一。在统计局的官网上可以查询到我国 2013 年至 2022 年人均国内生产总值(单位:元)的数据,如图所示,则



- A. 2013 年至 2022 年人均国内生产总值逐年递增
 - B. 2013 年至 2022 年人均国内生产总值的极差为 42201
 - C. 这 10 年的人均国内生产总值的 80% 分位数是 71828
 - D. 这 10 年的人均国内生产总值的平均数不小于 59592
10. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$, 则
A. 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) < 1$ B. 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) > 1$
C. 当 $x > 1$ 时, $f(x) < 1$ D. 当 $x > 1$ 时, $f(x) > 1$
 11. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + a \cos 2x (a \in \mathbf{R})$, 且 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(-\frac{\pi}{12})$, 则下列说法正确的是
A. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增
B. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{5\pi}{3}, 0)$ 对称
C. 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度, 得到函数 $y = 2\cos 2x$ 的图象
D. 若 $a \in (0, \frac{\pi}{2}), f(\alpha) = \frac{6}{5}$, 则 $\sin 2\alpha = \frac{3+4\sqrt{3}}{10}$
 12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, P 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所在空间内一点, 下列结论正确的是
A. 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \lambda\overrightarrow{AD} (0 \leq \lambda \leq 1)$, 则 $B_1P + PD$ 的最小值为 $\sqrt{13}$
B. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB} + (1-\lambda)\overrightarrow{AD} (0 \leq \lambda \leq 1)$, 则平面 PAD_1 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面面积的最大值为 $4\sqrt{2}$
C. 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD_1}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的表面积为 $2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
D. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AD_1} (0 \leq \lambda \leq 1)$, 则直线 C_1D 与 BP 所成角的最小值为 45°

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 从 2 名男生, 4 名女生中任选 3 人参加活动, 则男生、女生都有人被选中的选法共有 种。(用数字作答)

14. 已知非零向量 a, b 满足 $|b|=2|a|$, 且 $(a+b) \perp a$, 则 a 与 b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

15. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x)+f(4-x)=0$, 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x)=a \cdot 2^x + x^2$, 则 $f(2024)=\frac{1}{4}$.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_2 且倾斜角为 60° 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点. 若 $\triangle AF_1F_2$ 的面积是 $\triangle BF_1F_2$ 面积的 2 倍, 则 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 = 34, a_3 + a_5 = 544$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

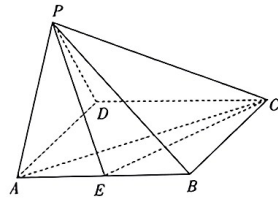
(2) 若 $b_n = \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\triangle PAD$ 是正三角形, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, E 是 AB 的中点.

(1) 证明: $AC \perp PE$.

(2) 求二面角 $A-CE-P$ 的余弦值.



19. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} = \frac{b+c}{c}$.

(1) 求角 A 的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, BC 边上的中线长为 1, 求 a 的值.

20. (12 分)

某公司有 A, B, C, D, E 五辆汽车, 其中 A 车的车牌尾号为 1, B 车的车牌尾号为 2, C 车的车牌尾号为 5, D 车的车牌尾号为 9, E 车的车牌尾号为 8. 已知在车辆限行日, 车辆禁止出车, 在非车辆限行日, 每辆车都有可能出车或不出车, 且 A, B, C 三辆汽车在非车辆限行日出车的概率均为 $\frac{1}{2}$, D, E 两辆汽车在非车辆限行日出车的概率均为 $\frac{1}{3}$, 且五辆汽车是否出车相互独立. 该公司所在地区汽车限行规定如下:

汽车车牌尾号	车辆限行日
1 和 6	星期一
2 和 7	星期二
3 和 8	星期三
4 和 9	星期四
0 和 5	星期五

(1) 求星期三该公司恰有两辆车出车的概率;

(2) 求星期一该公司出车数量的分布列和期望.

21. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , $M(x_0, 6)$ 是 C 上一点, 其中 $x_0 > 6$, 且 $|MF| = 10$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过点 $N(a, 0) (a > 0)$ 的直线 l_1 与 C 相交于 P, Q 两点, 若 $|NP| \cdot |NQ| = |PQ|$, 求 a 的值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{x}, x \in (0, \pi)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - ax$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有一个零点, 求 a 的取值范围.