

2019 北京育英中学高一（上）期中

数 学

2019年11月6日

班级_____ 姓名_____ 得分_____

一. 选择题：（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求.）

1. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $M = \{1, 4\}$ ， $N = \{1, 3, 5\}$ ，则 $C_U M \cap N$ ()

- A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{3, 5\}$ D. $\{4, 5\}$

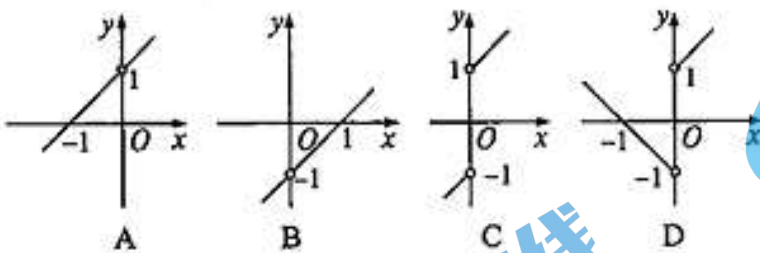
2. 命题“ $\exists x > 0$ ，使得 $x^2 - x \leq 0$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x > 0$ ，都有 $x^2 - x > 0$ B. $\forall x \leq 0$ ，都有 $x^2 - x > 0$
 C. $\exists x > 0$ ，使得 $x^2 - x \leq 0$ D. $\exists x > 0$ ，使得 $x^2 - x > 0$

3. 下列各组函数中同一个函数是 ()

- A. $f(x) = \sqrt{-2x^3}$ 与 $g(x) = x\sqrt{-2x}$ B. $f(x) = x$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$
 C. $f(x) = x^2$ 与 $g(x) = \sqrt{x^4}$ D. $f(x) = x^2 - 2x - 1$ 与 $g(t) = t^2 - 2t - 1$

4. 函数 $y = x + \frac{|x|}{x}$ 的图像是下图中的 ()



5. 已知函数 $f(x) = ax^2 + 2x - 3$ 在区间 $(-\infty, 4)$ 上是单增的，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{4}, 0)$ D. $[-\frac{1}{4}, 0]$

6. 设 $x \in R$ ，则“ $|x - 2| < 1$ ”是“ $x^2 + x - 2 > 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x)$ 在 $[-5, 5]$ 上是偶函数, $f(x)$ 在 $[0, 5]$ 上是单调函数. 且 $f(-3) < f(1)$, 则下列不等式中恒成立的是 ()

- A. $f(-1) < f(-3)$ B. $f(2) < f(3)$ C. $f(-3) < f(5)$ D. $f(0) > f(1)$

8. 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ -x^2+2ax+2a+1, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ D. $[\frac{1}{7}, 1)$

二. 填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. 设集合 $A = \{(x, y) | y = ax + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x + b\}$, 且 $A \cap B = \{(2, 5)\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

10. 设全集为 R , 函数 $f(x) = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , 则 $C_R M =$ _____.

11. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 分别由下表给出:

x	1	2	3
$f(x)$	2	1	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值为 _____; 当 $g[f(x)] = 2$ 时, $x =$ _____.

12. 已知不等式 $ax^2 - 5x + b > 0$ 的解集是 $\{x | -3 < x < -2\}$, 求不等式 $bx^2 - 5x + a > 0$ 的解集为 _____.

13. 已知函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 当 $x_2 > x_1 > 1$ 时, $[f(x_2) - f(x_1)](x_2 - x_1) < 0$ 恒成立, 设

$a = f(-\frac{1}{2})$, $b = f(2)$, $c = f(\pi)$, 则 a, b, c 的大小关系为 _____.

14. 设 $a, b \in (0, +\infty)$, $a \neq b$, $x, y \in (0, +\infty)$, 则 $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$, 当且仅当 $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ 时, 上式取等号, 利用以上结论, 可以得到函数 $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{9}{1-2x}$ ($x \in (0, \frac{1}{2})$) 的最小值为 _____.

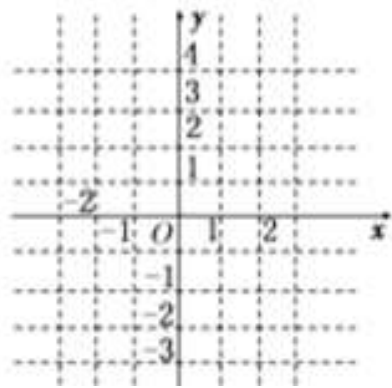
三. 解答题: (本大题共 4 个小题, 共 44 分. 写清主要解题过程)

15. (12 分) 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$.

(1) 求 $f(-2)$.

(2) 求出函数 $f(x)$ 在 R 上的解析式.

(3) 在坐标系中画出函数 $f(x)$ 的图象, (每个网格是以 1 为边长的正方形)

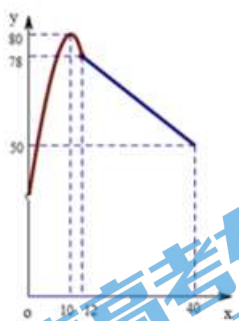


16. (10分) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + b = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} / (x - 2)(x^2 + 3x - 4) = 0\}$.

- (1) 若 $b = 4$ 时, 存在集合 M 使得 $A \subseteq M \subseteq B$, 求出所有这样的集合 M ;
- (2) 集合 A, B 是否能满足 $(C_U B) \cap A = \emptyset$? 求实数 b 的取值范围; 若不能, 请说明理由.

17. (10分) 学校某研究性学习小组在对学生上课注意力集中情况的调查研究中, 发现其在 40 分钟的一节课中, 注意力指数 y 与听课时间 x (单位: 分钟) 之间的关系满足如图所示的图象, 当 $x \in (0, 12]$ 时, 图象是二次函数图象的一部分, 其中顶点 $A(10, 80)$, 过点 $B(12, 40)$ 时, 图象是线段 BC , 其中 $C(40, 50)$. 根据专家研究, 当注意力指数大于 62 时, 学习效果最佳

- (1) 试求 $y = f(x)$ 的函数关系式;
- (2) 老师在什么时段内安排核心内容, 能使得学生学习效果最佳? 请说明理由.



18. (12分) 定义域在 \mathbb{R} 的单调函数 $f(x)$ 满足 $f(x + y) = f(x) + f(y)$ ($x, y \in \mathbb{R}$), 且 $f(3) = 6$,

- (1) 求 $f(0), f(1)$;
- (2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明;
- (3) 若对于任意 $x \in [\frac{1}{2}, 3]$ 都有 $f(kx^2) + f(2x - 1) < 0$ 成立, 求实数 k 的取值范围.