

数学期中测试题

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

一、选择题（共10小题；共40分）

- 已知 $A(1, -4), B(\lambda, 2)$ 两点所在直线的倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$ ，则实数 λ 的值为（ ）

A. -5 B. -7 C. -2 D. 2
- 直线 $ax + y - 1 = 0$ 与直线 $2x + 3y - 2 = 0$ 平行，则实数 a 的值为（ ）

A. $\frac{2}{3}$ B. -1 C. $-\frac{3}{2}$ D. 6
- 若直线 $x - 2y + b = 0$ 与两坐标轴所围成的三角形的面积为 1，则实数 b 的值为（ ）

A. 2 B. 4 C. ± 2 D. -2
- 圆心在 y 轴上的圆 C 与直线 $x - y = 1$ 相切于点 $A(1, 0)$ ，则圆心 C 的纵坐标为（ ）

A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 0
- 若点 $P(x_0, y_0)$ 是直线 $l: Ax + By + C = 0$ 外一点，则方程 $Ax + By + C - (Ax_0 + By_0 + C) = 0$ 表示（ ）

A. 过点 P 且与 l 垂直的直线 B. 过点 P 且与 l 平行的直线
 C. 不过点 P 且与 l 垂直的直线 D. 不过点 P 且与 l 平行的直线 \times
- 已知直线 $(3 - 2k)x - y - 6 = 0$ 不经过第一象限，则实数 k 的取值范围为（ ）。

A. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ C. $(3, 1)$ D. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$
- 已知 α, β, γ 是三个不同的平面， m, n 是两条不同的直线，下列结论正确的是（ ）

A. 若 $m \parallel n, n \subset \alpha$ ，则 $m \parallel \alpha$
 B. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
 C. 若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$ ，则 $m \parallel \beta$
 D. $\alpha \cap \beta = l_1, \beta \cap \gamma = l_2, \alpha \cap \gamma = l_3$ ，则 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$

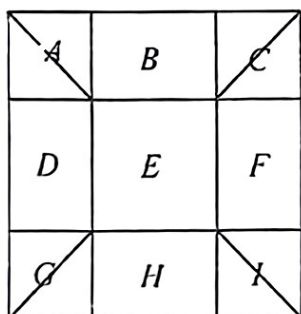
8. 已知在棱长均为2的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 点 D 为 B_1C_1 的中点, 若在棱 AB 上存在一点 P , 使得 $B_1P \parallel$ 平面 ACD , 则 B_1P 的长度为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

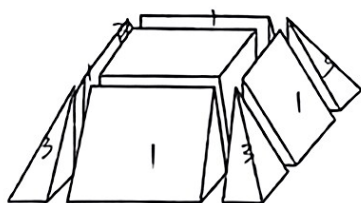
9. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 1, AD = 2$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 使得平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 则 B 到平面 ACD 的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 中国古代数学家很早就对空间几何体进行了系统的研究, 中国传世数学著作《九章算术》卷五“商功”主要讲述了以立体问题为主的各种形体体积的计算公式。例如在推导正四棱台(古人称方台)体积公式时, 将正四棱台切割成九部分进行求解。下图(1)为俯视效果, 图(2)为直观效果。 E 对应的是正四棱台中间位置的长方体; B, D, H, F 对应四个三棱柱, A, C, I, G 对应四个四棱锥。若这四个三棱柱的体积之和为 12, 四个四棱锥的体积之和为 4, 则该正四棱台的体积为 ()



图(1)



图(2)

- A. 24 B. 28 C. 32 D. 36

二、填空题

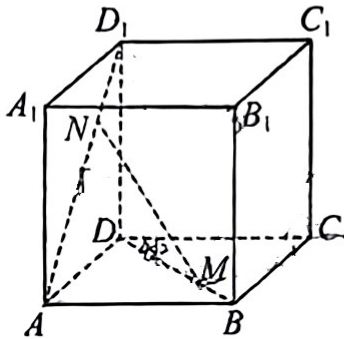
11. 直线 l 过点 $P(1, 2)$, 且它的一个方向向量为 $(2, 1)$, 则直线 l 的方程为_____.

12. 直线 $l: ax + (a+1)y + 2 = 0$ 的倾斜角大于 45° , 则 a 的取值范围是_____.

13. 已知 $\vec{a} = (3, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, k, 2)$. 当 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 时, 实数 $k =$ _____.

14. 已知直线 $l: x + y + 2 = 0$ 交圆 $C: x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0$ 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

15. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为线段 BD, AD_1 上的动点, 给出下列四个结论:



- ①当 M 为线段 BD 的中点时, M, N 两点之间距离的最小值为 $\sqrt{2}$;
 ②当 N 为线段 AD_1 的中点时, 三棱锥 $N-MB_1D_1$ 的体积为定值;
 ③存在点 M, N , 使得 $MN \perp$ 平面 AB_1C ;
 ④当 M 为靠近点 B 的三等分点时, 平面 D_1AM 截该正方体所得截面的周长为 $2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 2$. 其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题

16. 已知圆心在 x 轴正半轴上的圆 C , 过点 $(3,0), (1,2)$.

(1) 求圆 C 的标准方程;

(2) 过点 $P(0,2)$ 的直线 l 与圆 C 交于两点 A, B , 若 $\angle ACB = 120^\circ$, 求直线 l 的方程.

17. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 图像的对称中心到对称轴的最小距离为 $\frac{\pi}{4}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上的值域.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, 2b \cos C = 2a - c$

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $a < c, b = 2\sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 求 a, c 的值.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, F 为 PD 的中点.

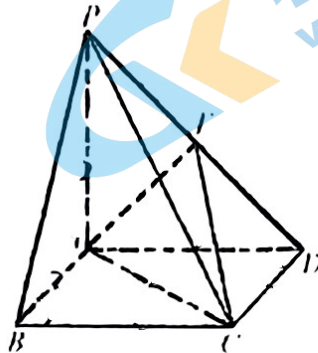
(1) 证明: $PB \parallel$ 平面 AFC ;

(2) 请从下面三个条件中任选一个,

补充在下面的横线上, 并作答.

① $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$; ② $BD = \sqrt{3}AC$;

③ PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$.



若 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = AP = 2$, 且 _____, 求二面角 $F-AC-D$ 的余弦值.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

20. 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 平面 $ADEF \perp$ 平面 ABF . 四边形 $ADEF$ 为正方形,

四边形 $ABCD$ 为梯形, 且 $AD \parallel BC$, $\angle BAF = 90^\circ$, $AB = AD = 1$, $BC = 3$.

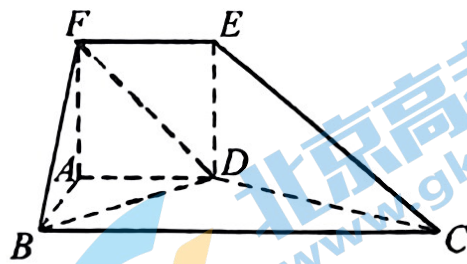
(1) 求证: $BF \perp AD$;

(2) 求直线 CE 与平面 BDF 所成角的正弦值;

(3) 线段 BD 上是否存在点 M ,

使得直线 $CE \parallel$ 平面 AFM ? 若存在, 求 $\frac{BM}{BD}$ 的值;

若不存在, 请说明理由.



21. 设 A 是正整数集的一个非空子集, 如果对于任意 $x \in A$, 都有 $x-1 \in A$ 或 $x+1 \in A$, 则

称 A 为自邻集. 记集合 $A_n = \{1, 2, \dots, n\} (n > 2, n \in \mathbb{N})$ 的所有子集中的自邻集的个数为 a_n .

(1) 直接写出 A_4 的所有自邻集;

(2) 若 n 为偶数且 $n > 6$, 求证: A_n 的所有恰含 5 个元素的子集中, 自邻集的个数是偶数;

(3) 若 $n \geq 4$, 求证: $a_n \leq 2a_{n-1}$.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

