

2021 北京三中高三（上）期中

数 学

满分：150 分 考试时间：120 分钟

第一部分 选择题

一、选择题。（每题 4 分，共 40 分）

1. 已知集合 $A = \{x | x - a \leq 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的取值范围为 ()
- A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[3, +\infty)$
2. 下列函数中, 是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 是单调递增的是 ()
- A. $f(x) = x^2 - |x|$ B. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ C. $f(x) = |\ln x|$ D. $f(x) = e^{|x|}$
3. 已知 $a = \log_{0.6} 1.6$, $b = 1.6^{0.6}$, $c = 0.6^{1.6}$, 则实数 a, b, c 的大小关系是 ()
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$
4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $\frac{a_6}{a_5} = 2$, 则公差 d 的值为 ()
- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$
5. 角 θ 的终边经过 $P(4, y)$, 且 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan \theta =$ ()
- A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4}$
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2a_n - 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $a_5 =$ ()
- A. -16 B. 16 C. 31 D. 32
7. 将函数 $y = \sin(2x)$ 的图像沿 x 轴向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位后, 所得图像经过点 $(\frac{\pi}{3}, 1)$, 则 φ 的最小值为 ()
- A. $\frac{1}{12}\pi$ B. $\frac{1}{6}\pi$ C. $\frac{5}{6}\pi$ D. $\frac{11}{12}\pi$
8. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x}, & x > 1 \\ (2-3a)x+1, & x \leq 1 \end{cases}$, 是 \mathbb{R} 上的减函数, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(\frac{2}{3}, 1)$ B. $[\frac{3}{4}, 1)$ C. $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}]$ D. $(\frac{2}{3}, +\infty)$
9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n + \frac{a}{n}$, 则“ $a_2 > a_1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 单调递增”的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 设 $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x$, 其中 $a, b \in \mathbb{R}$, $ab \neq 0$, 若 $f(x) \leq \left| f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right|$ 对一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则下列结论正确的是 ()

① $f\left(\frac{11\pi}{12}\right) = 0$;

② 既不是奇函数也不是偶函数;

③ $f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}\right] (k \in \mathbb{Z})$;

④ 存在经过点 (a, b) 的直线与函数 $f(x)$ 的图像不相交.

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ②④

第二部分 非选择题

二、填空题。(每题 5 分, 共 25 分)

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 2\sqrt{7}$, $b = 2$, $\angle A = 60^\circ$, 则 $c =$ _____; $\frac{\sin 2A}{\sin C} =$ _____.

12. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 下表给出了部分数据:

n	1	2	3	4
S_n	t	10	19	$\frac{65}{2}$

则数列的公比 $q =$ _____, 首项 $a_1 =$ _____.

13. 已知 α, β 都是锐角, 若 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 则 $\alpha + \beta =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = |2^x - 2|$, 若 $f(a) = f(b) (a \neq b)$, 则 $a + b$ 的取值范围是 _____.

15. 已知函数 $f(x) = m(x - m)(x + m + 2)$ 和 $g(x) = 3^x - 3$ 同时满足以下两个条件:

① 对任意实数 x 都有 $f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$;

② 总存在 $x_0 \in (-\infty, -2)$, 使 $f(x_0) \cdot g(x_0) < 0$ 成立.

则 m 的取值范围是 _____.

三、解答题（共 6 小题共 85 分）

16.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x) = 4\cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值.

17.（本小题满分 14 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5 = 9$, $a_3 + a_9 = 22$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $b_1 = a_1$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已

知条件, 求满足 $S_n < 2020$ 的 n 的最大值.

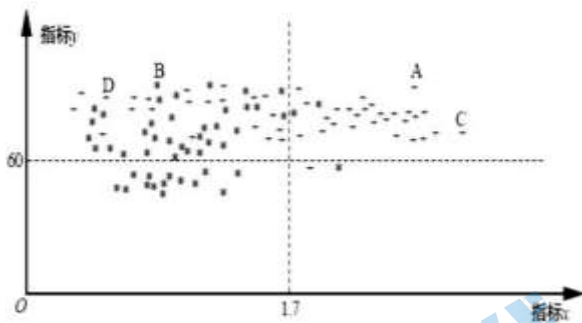
条件①: $b_3 = a_1 + a_2$;

条件②: $S_3 = 7$;

条件③: $b_{n+1} > b_n$.

18. (本小题满分 14 分)

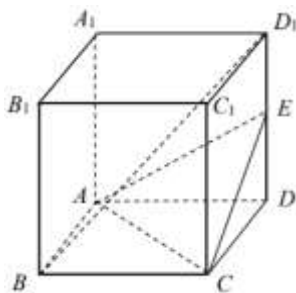
为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药. 一段时间后，记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据，并制成下图，其中“*”表示服药者，“+”表示为服药者.



- (1) 从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 y 的值小于 60 的概率；
- (2) 从图中 A, B, C, D 四人中随机选出两人，记 ξ 为选出的两人中指标 x 的值大于 1.7 的人数，求 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$ ；
- (3) 试判断这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差与未服药者指标 y 数据的方差的大小. (只需写出结论)

19. (本小题满分 14 分)

如图. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DD_1 的中点.



(1) 求证: $BD_1 \parallel$ 平面 ACE ;

(2) 求直线 AD 与平面 ACE 所成角的正弦值.

20. (本小题满分 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $D(-2, 0)$, 且焦距为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 $A(-4, 0)$ 的直线 l (不与 x 轴重合) 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 点 T 与点 Q 关于 x 轴对称, 直线 TP 与 x 轴交于点 H , 是否存在常数 λ , 使得 $|AD| \cdot |DH| = \lambda(|AD| - |DH|)$ 成立, 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 - ax)\ln x - \frac{1}{2}x^2 + ax (a > 0)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值, 记函数 $f(x)$ 的极小值为 $g(a)$, 试求 $g(a)$ 的最大值.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkaozx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。