南充市高2022届高考适应性考试（三诊）

理科数学评分细则

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	D	A	C	B	D	A	C	D	C

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分，满分 20 分.

13．一　　14．511　　15．$\dfrac{2\pi}{3}$　　16．②③

三．解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【解析】(1) 已知$a=2\sqrt{2}, b=5, \angle C=\dfrac{\pi}{4}$,由余弦定理得:

$$c^2=25+8-2\times5\times2\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}=13,$$

$\therefore c=\sqrt{13}$.……………………………………………………3分

由正弦定理得：

$\dfrac{c}{\sin\frac{\pi}{4}}=\dfrac{a}{\sin A}\Rightarrow \sin A=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$. ……………………………………………………6分

(2) 因为$a=2\sqrt{2}<5$,故A为锐角.

$\therefore \cos A=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$ ……………………………………………………8分

$\therefore \sin 2A=2\sin A\cos A=\dfrac{12}{13}$,　　$\cos 2A=2\cos^2 A-1=\dfrac{5}{13}$, ……………………………10分

所以$\sin(3A+B)=\sin(2A+\dfrac{3\pi}{4})$

$$=(-\frac{\sqrt{2}}{2})\sin 2A+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2A=-\frac{7\sqrt{2}}{26}$$ ……………………………………12分

18.【解析】(1) 由题意可知，对 10 个样本进行逐个检测属于独立重复试验，所以最多有 2 个阳性样本的概率为：

$$f(p)=C_{10}^0(1-p)^0p^{10}+C_{10}^1(1-p)^1p^9+C_{10}^2(1-p)^2p^8=36p^{10}-80p^9+45p^8$$

……………………………………………………5分

(2) ①设“某个混合样本呈阳性”为事件A，则$\bar{A}$表示事件“某个混合样本呈阴性”，

而混合样本呈阴性即为该混合样本全部为阴性，$P(\bar{A})=p^5$.

故 $P(A)=1-P(\overline{A})=1-p^5$ ……………………………………………………………7分

②X 的可能取值为 2，7，12.……………………………………………………………8分

当两个混合样本都呈阴性时，X=2.

$$P(X=2)=p^5\cdot p^5=p^{10}$$

当两个混合样本一个呈阳性，一个呈阴性时，X=7.

$$P(X=7)=C_2^1p^5\cdot(1-p^5)=2p^5-2p^{10}$$

当两个混合样本都呈阳性时，X=12.

$$P(X=12)=(1-p^5)\cdot(1-p^5)=1-2p^5+p^{10}$$

故 X 的分布列为：

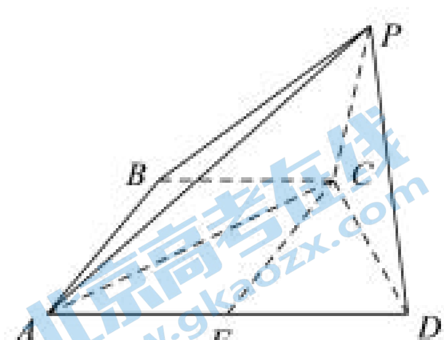
X	2	7	12
P	p^{10}	$2p^5-2p^{10}$	$1-2p^5+p^{10}$

……………………………………………11分

X 的数学期望 $E(X)=2p^{10}+7(2p^5-2p^{10})+12(1-2p^5+p^{10})=12-10p^5$.

……………………………………………………………12分

19.【解析】(1)取 AD 中点为 F，连接 AC，CF，



由 $AD=2BC$ 得 $AF\parallel BC$ 且 $AF=BC$

$\therefore$四边形$ABCF$为平行四边形

$\therefore CF=AF=DF$

$\therefore AC\perp CD$，……………………………………………3分

又因为二面角 $P-CD-B$ 为直二面角，且平面 $PCD\cap$ 平面 $ABCD=CD$

$\therefore AC\perp$平面 PCD，$PD\subset$平面 PCD，

所以 $AC\perp PD$；……………………………………………………5分

(2) 如图，延长 AB 和 DC 交于点 G，连接 GP，

则 GP 为平面 PCD 与平面 PAB 的交线 l.………………………………………………6分

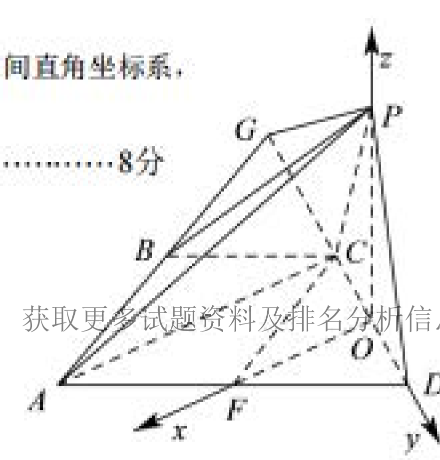
取 CD 中点为 O，连接 OF，OP，

$\because OP\perp AC$，$OF\parallel AC$，

$\therefore OP\perp OF$，$OF\perp CD$，$OP\perp CD$

如图，以 O 为坐标原点，OF，OD，OP 分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系，

$P\left(0,0,\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$，$A\left(\sqrt{2},-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$，$G\left(0,-\frac{3\sqrt{2}}{2},0\right)$，$D\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$，…………………8分



$\overrightarrow{PD}=\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$，$\overrightarrow{AD}=\left(-\sqrt{2},\sqrt{2},0\right)$，$\overrightarrow{PG}=\left(0,-\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$，

设平面 PAD 的法向量为 $\vec{m}=(a,b,c)$，

$$\begin{cases}\overrightarrow{PD}\cdot\vec{m}=0\\ \overrightarrow{AD}\cdot\vec{m}=0\end{cases} \text{即} \begin{cases}\dfrac{\sqrt{2}}{2}b-\dfrac{\sqrt{6}}{2}c=0\\ -\sqrt{2}a+\sqrt{2}b=0\end{cases},$$

令 $c=1$，解得 $\vec{m}=\left(\sqrt{3},\sqrt{3},1\right)$ ……………………………………10分

设 l 与平面 PAD 的所成角为 θ，则 $\sin\theta=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\overrightarrow{PG}\right|}{\left|\vec{m}\right|\left|\overrightarrow{PG}\right|}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$，

即 l 与平面 PAD 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$． ……………………………………12分

20．【解析】(1)解：由 $\begin{cases}x_0^2=4y_0\\ x_0=1\end{cases}$ 得 $x_0=1, y_0=\dfrac{1}{4}$．$y=\dfrac{x^2}{4}\Rightarrow y'=\dfrac{x}{2}\Big|_{x=1}=\dfrac{1}{2}$

所以 $y=\dfrac{x^2}{4}$ 在点 P 处的切线 l 方程为：$y-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}(x-1)$，即 $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}$ ……………………4分

(2)设 $P(x_0,\dfrac{x_0^2}{4})$，$A(x_1,\dfrac{x_1^2}{4})$，$B(x_2,\dfrac{x_2^2}{4})$，由 $F(0,1)$，则 $\overrightarrow{FP}=(x_0,\dfrac{x_0^2}{4}-1)$，$\overrightarrow{FA}=(x_1,\dfrac{x_1^2}{4}-1)$．

因为 A、F、P 三点共线，所以 $x_1(\dfrac{x_0^2}{4}-1)=x_0(\dfrac{x_1^2}{4}-1)$．

所以 $\dfrac{1}{4}(x_0-x_1)(x_1x_0+4)=0$，由于 $x_0\neq x_1$，故 $x_1x_0=-4$，即 $x_1=-\dfrac{4}{x_0}$．

所以 $A(-\dfrac{4}{x_0},\dfrac{4}{x_0^2})$ ……………………………………………………6分

由于 $PB\perp l$，所以 $\dfrac{\frac{1}{4}(x_2^2-x_0^2)}{x_2-x_0}\cdot\dfrac{x_0}{2}=-1$ 得 $x_2=-x_0-\dfrac{8}{x_0}$ ……………………7分

直线 PB 方程：$y-\dfrac{x_0^2}{4}=-\dfrac{2}{x_0}(x-x_0)$，即 $\dfrac{2}{x_0}x+y-\dfrac{x_0^2}{4}-2=0$．

设 A 到直线 PB 的距离为 d，则

$$d=\frac{\left|\dfrac{2}{x_0}\cdot(-\dfrac{4}{x_0})+\dfrac{4}{x_0^2}-\dfrac{x_0^2}{4}-2\right|}{\sqrt{1+(\dfrac{2}{x_0})^2}}=\frac{\left|\dfrac{4}{x_0^2}+\dfrac{x_0^2}{4}+2\right|}{\sqrt{1+(\dfrac{2}{x_0})^2}}=\frac{(\dfrac{x_0}{2}+\dfrac{2}{x_0})^2}{\sqrt{1+(\dfrac{2}{x_0})^2}}$$

又$|PB|=\sqrt{1+(\frac{2}{x_0})^2}\,|x_2-x_0|=\sqrt{1+(\frac{2}{x_0})^2}\cdot\left|2x_0+\frac{8}{x_0}\right|=4\sqrt{1+(\frac{2}{x_0})^2}\cdot\left|\frac{x_0}{2}+\frac{2}{x_0}\right|$……………………10分

所以$S=\frac{1}{2}|PB|\cdot d=\frac{1}{2}\times 4\times(\frac{x_0}{2}+\frac{2}{x_0})^3\geq 2\times(2\sqrt{\frac{x_0}{2}\cdot\frac{2}{x_0}})^3=16$.

当且仅当$x_0=2$时，等号成立.

所以ΔPAB面积的最小值为16. ……………………………………………………12分

21.【解析】(Ⅰ) $f'(x)=(a-1)x+a-\frac{2}{x}=\frac{(a-1)x^2+ax-2}{x}$ $(x>0)$

(1)当$a=1$时，$f'(x)=\frac{x-2}{x}$ $(x>0)$，$f(x)$在$(0,2)$单调递减，$(2,+\infty)$单调递增；…………………1分

(2)当$a>1$时，$f'(x)=0$，得$x=\frac{-a-\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)}<0$，$x=\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)}>0$.

$f(x)$在$(0,\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)})$单调递减，$(\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)},+\infty)$单调递增；…………………………2分

(3)当$a<1$时

①当$a\leq 0$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减；…………………………………………………3分

②当$0<a<1$时，当$\Delta=a^2+8(a-1)=(a+4)^2-24\leq 0$时，即$0<a\leq -4+2\sqrt{6}$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减；

当$\Delta=a^2+8(a-1)=(a+4)^2-24>0$时，即$-4+2\sqrt{6}<a<1$时，

由$f'(x)=0$，得$x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)}>x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)}>0$.

$f(x)$在$(0,\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)})$单调递减，$(\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)},\frac{-a-\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)})$单调递增，

$(\frac{-a-\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)},+\infty)$单调递减；………………………4分

综上：

①当$a>1$时，$f(x)$在$(0,\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)})$单调递减，$(\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)},+\infty)$单调递增；

②当$a=1$时，$f'(x)=\frac{x-2}{x}$ $(x>0)$，$f(x)$在$(0,2)$单调递减，$(2,+\infty)$单调递增；

③当$a\leq -4+2\sqrt{6}$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减；

④当$-4+2\sqrt{6}<a<1$时，$f(x)$在$(0,\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)})$单调递减，$(\frac{-a+\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)},\frac{-a-\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)})$单调递

增，$(\dfrac{-a-\sqrt{a^2+8a-8}}{2(a-1)},+\infty)$单调递减；……………………………………………………5分

（II）当$a=1$时，$g(x)=f(\sqrt{x})=\sqrt{x}-\ln x$，$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k$.

$h'(x)=\dfrac{\ln x-\dfrac{\sqrt{x}}{2}-1+m}{x^2}$，……………………………………………………………………6分

令$p(x)=\ln x-\dfrac{\sqrt{x}}{2}-1+m$，则$p'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{4\sqrt{x}}=\dfrac{4-\sqrt{x}}{4x}$.

则$p(x)=\ln x-\dfrac{\sqrt{x}}{2}-1+m$在$(0,16)$单调递增，$(16,+\infty)$单调递减.

所以$p(x)=\ln x-\dfrac{\sqrt{x}}{2}-1+m\le p(16)=4\ln 2-2-1+m\le 0$……………………………………8分

所以$h'(x)=\dfrac{\ln x-\dfrac{\sqrt{x}}{2}-1+m}{x^2}\le 0$

$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k$在$(0,+\infty)$单调递减.……………………………………………………9分

法一：当$0<x<1$时，$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k>\dfrac{-\ln x-m}{x}-k>-\ln x-m-k\ge-\ln x-|m|-k$.

得$h(e^{-|m|-k})>0$……………………………………………………………………………………10分

当$x>1$时，$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k<\dfrac{\sqrt{x}-m}{x}-k\le\dfrac{\sqrt{x}+|m|}{x}-k<\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{|m|}{\sqrt{x}}-k$

得$h\left((\dfrac{1+|m|}{k})^2+1\right)<0$………………………………………………………………………11分

存在唯一$x_0\in(e^{-|m|-k},(\dfrac{1+|m|}{k})^2+1)$，使得函数$h(x_0)=0$.

所以对于任意$k>0$，函数$h(x)=\dfrac{g(x)-m}{x}-k$有唯一零点.………………………………………12分

法二：当$0<x<1$时，$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k>\dfrac{-\ln x-m}{x}-k>-\ln x-m-k\ge-\ln x-|m|-k$.

得$h(e^{-|m|-k})>0$ ……………………………………………………………………………10分

当$x>1$时，

$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k=\dfrac{\sqrt{x}-kx-\ln x-m}{x}=\dfrac{\sqrt{x}(1-k\sqrt{x})-(\ln x+m)}{x}$

当$x>1$时，由$x>\dfrac{1}{k^2}$，得$\sqrt{x}(1-k\sqrt{x})<0$；

由$x>e^{-m}$，得$-(\ln x+m)<0$，只需取$x=e^{-m}+\dfrac{1}{k^2}+1$，有$h(e^{-m}+\dfrac{1}{k^2}+1)<0$ ……………11分

存在唯一$x_0\in(e^{-|m|-k},e^{-m}+\dfrac{1}{k^2}+1)$，使得函数$h(x_0)=0$.

所以对于任意$k>0$，函数$h(x)=\dfrac{g(x)-m}{x}-k$有唯一零点.…………………………………12分

法三：$h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-\ln x-m}{x}-k=\dfrac{\sqrt{x}-kx-\ln x-m}{x}=\dfrac{\sqrt{x}(1-k\sqrt{x})-(\ln x+m)}{x}$

取$x_1=\min\left\{\dfrac{1}{k^2},\dfrac{1}{e^m}\right\}$,则$(1-k\sqrt{x})>0,-(\ln x+m)>0$则$h(x_1)>0$……………………………10分

取$x_2=max\left\{\dfrac{1}{k^2},\dfrac{1}{e^m}\right\}$,则$(1-k\sqrt{x})<0,-(\ln x+m)<0$则$h(x_2)>0$……………………………11分

存在唯一$x_0\in(x_1,x_2)$，使得函数$h(x_0)=0$.

所以对于任意$k>0$，函数$h(x)=\dfrac{g(x)-m}{x}-k$有唯一零点.………………………………………12分

备注：$x\to0^+$，$h(x)\to+\infty$；$x\to+\infty$，$h(x)\to0$，

故对于任意$k>0$，函数$h(x)=\dfrac{g(x)-m}{x}-k$有唯一零点.

若考生给出类似解答，则必须扣2分.

22．【解析】(1)由题意易得$\overset{\frown}{AB}$所在圆的直角坐标方程为：$x^2+y^2=4$，

所以$\overset{\frown}{AB}$的极坐标方程为$\rho=2,\theta\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$；………………………………………………………2分

因为$A\left(2,-\dfrac{\pi}{6}\right)$的直角坐标是$(\sqrt{3},-1)$，故$\overset{\frown}{OB}$的所在的圆的直角坐标方程为$(x-\sqrt{3})^2+(y+1)^2=4$，

所以$\overset{\frown}{OB}$的极坐标方程为$\rho=4\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right),\theta\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$ ……………………………………………5分

（2）因为Q是$\overset{\frown}{AB}$上的动点，设$Q(\rho,\theta)=(2,\theta),\theta\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$，

在$\triangle OMQ$中，由余弦定理得$MQ^2=OQ^2+OM^2-2OQ\cdot OM\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{12}-\theta\right)$，

$=4+2-4\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{12}-\theta\right)=6-4\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{12}-\theta\right)$，……………………8分

由$\theta\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$，得$\frac{\pi}{12}-\theta\in\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]$，$\therefore\cos\left(\frac{\pi}{12}-\theta\right)\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，

故$|MQ|^2\in[6-4\sqrt{2},2]$ ………………………………………………………10分

23. 【解析】(1)解：因为$|x-2|+|x+1|\geq|(x-2)-(x+1)|=3$，

当且仅当$(x-2)(x+1)\leq0$，即$-1\leq x\leq2$时，上式等号成立，

故函数$f(x)=|x+2|+|x-1|$的最小值为3，此时x的取值范围是$[-1,2]$……………………4分

(2)解：因为$\{x|f(x)+ax-1>0\}=R$，所以$\forall x\in R,f(x)>-ax+1$.

函数$f(x)=|x-2|+|x+1|=\begin{cases}1-2x,x<-1\\3,-1\leq x\leq2\\2x-1,x>2\end{cases}$,作出$f(x)$的图像.…………………6分

令$g(x)=-ax+1$，其图像为过点$P(0,1)$，斜率为$-a$的一条直线.

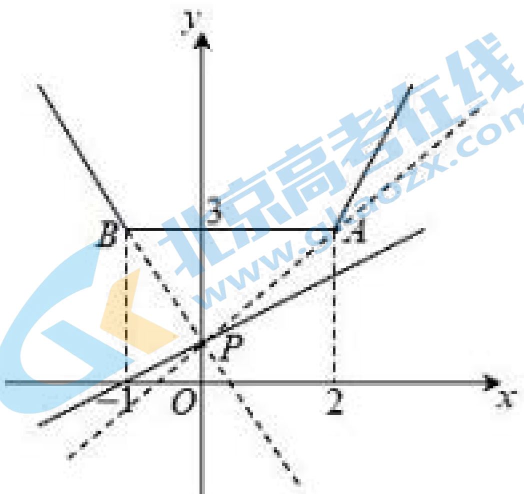
如图所示，点$A(2,3),B(-1,3)$，

则直线PA的斜率为$k_1=1$，直线PB的斜率为$k_2=-2$，……………………8分

因为$f(x)>g(x)$恒成立，$f(x)$图像恒在$g(x)$图像上方．

由图可知：$-2<-a<1$，即$-1<a<2$，

所以a的取值范围为$(-1,2)$……………………………………10分



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。