北京市第八十中学 2020-2021 年第二学期

高二数学期中试题

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．口袋中有 5 个球，编号为 1,2,3,4,5，从中任意取出 3 个球，用 X 表示取出球的最小号码，则 X 的取值为

A．1　　B．1,2　　C．1,2,3　　D．1,2,3,4

2．已知随机变量 $\xi \sim N(3,a^2)$，则 $P(\xi<3)=$

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

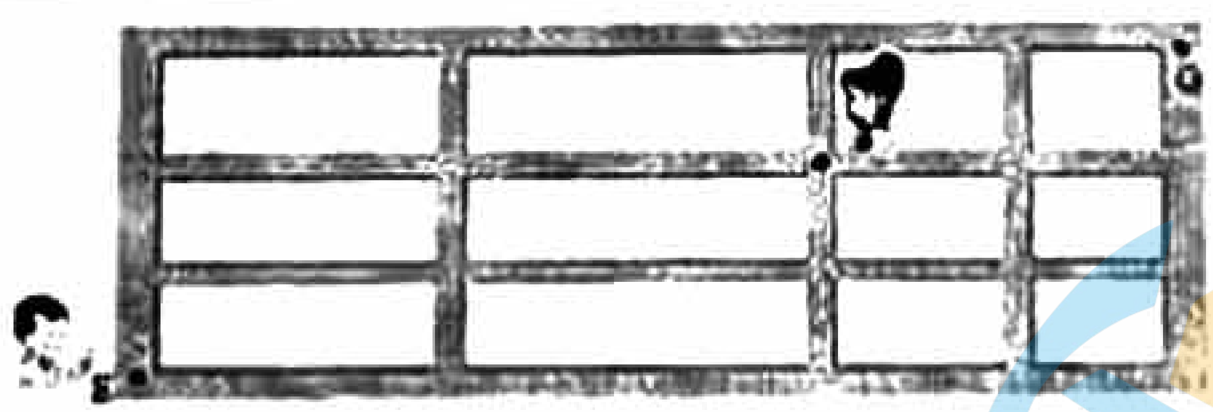
3．从 3 名男生和 4 名女生中各选 2 人组成一队参加数学建模比赛，则不同的选法种数是

A．12　　B．18　　C．35　　D．36

4．若二项式 $(2x+\frac{a}{x})^7$ 的展开式中 $\frac{1}{x^3}$ 的系数是 84，则实数 $a=$

A．2　　B．$\sqrt[5]{4}$　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

5．如图，小明从街道的 E 处出发，先到 F 处与小红会合，再一起到位于 G 处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为



A．24　　B．18　　C．12　　D．9

6．给出如下数据，第一组：3,11,5,13,7,2,6,8,9；

第二组：12,20,14,22,16,11,15,17,18，则下列判断：

①这两组数据的中位数相等；　　②这两组数据的极差相等；

③这两组数据的平均数相等；　　④这两组数据的方差相等

中，所有正确结论的序号是

A．①②　　B．①④　　C．②③　　D．②④

7．从 6 人中选出 4 人分别到北京、上海、深圳和广州 4 个城市游览，要求每个城市有 1 人

游览，每人只游览一个城市，则这6人中甲、乙两人不去北京游览的概率是

A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{4}{15}$

8. 2020年5月，修订后的《北京市生活垃圾管理条例》正式实施．某校为宣传垃圾分类知识，组织高中三个年级的学生进行垃圾分类知识测试，下表记录了各年级同学参与测试的优秀率（即测试成绩达到优秀的人数占该年级总人数的比例）．

年级	高一	高二	高三
垃圾分类知识测试优秀率	52%	71%	68%

假设从高k $(k=1,2,3)$年级中各随机选取一名同学分别进行考查，用"$\xi_k=1$"表示该同学的测试成绩达到优秀，"$\xi_k=0$"表示该同学的测试成绩没有达到优秀．$D\xi_k$表示测试成绩的方差，表示则下列判断正确的是

A. $D\xi_1>D\xi_3>D\xi_2$　B. $D\xi_2>D\xi_1>D\xi_3$　C. $D\xi_1>D\xi_2>D\xi_3$　D. $D\xi_2>D\xi_3>D\xi_1$

9. 将数字1,2,3,4,5,6排成一列，记第i个数为$a_i(i=1,2,3,4,5,6)$，若$a_1\neq 1,a_3\neq 3,a_5\neq 5$，且$a_1<a_3<a_5$，则不同的排列方法种数为

A. 15种　　B. 30种　　C. 45种　　D. 60种

10. 组合恒等式$C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$，可以利用"算两次"的方法进行证明：分别求$(1+x)^{n+1}$和$(1+x)(1+x)^n$的展开式中$x^m$的系数．前者$(1+x)^{n+1}$的展开式中$x^m$的系数为$C_{n+1}^m$；后者$(1+x)(1+x)^n$的展开式$(1+x)(C_n^0+C_n^1x+\cdots+C_n^{m-1}x^{m-1}+C_n^mx^m+\cdots+C_n^nx^n)$中$x^m$的系数为$1\times C_n^m+1\times C_n^{m-1}$.因为$(1+x)^{n+1}=(1+x)(1+x)^n$，所以两个展开式中$x^m$的系数相等，即$C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$．请用"算两次"的方法化简式子$C_n^m+C_k^1C_n^{m-1}+C_k^2C_n^{m-2}+\cdots+C_n^{m-k}=$

（其中$1\le k<m\le n,k,m,n\in \mathbf{N}^*$）

A. C_{n+k}^m　　B. C_{n+k+1}^m　　C. C_{n+k}^{m+1}　　D. C_{n+m}^k

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分．

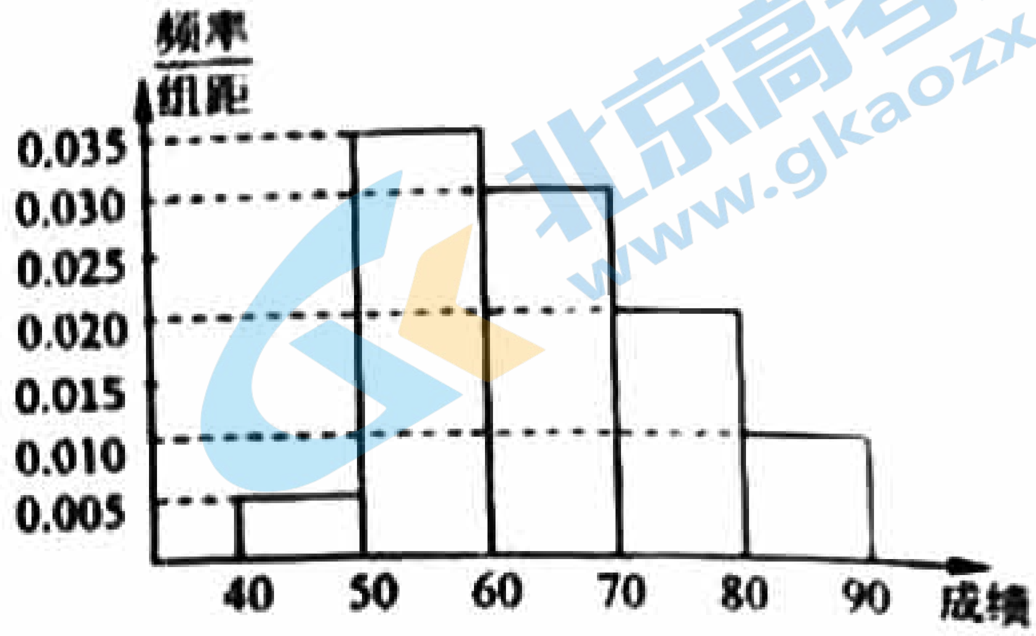
11. 老师从课本上抄录一个随机变量ξ的概率分布如下表：

ξ	1	2	3
P	?	!	?

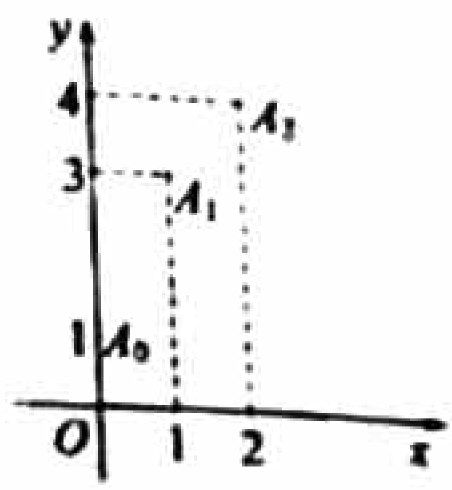
请同学们计算ξ的数字特征．尽管"!"处无法看清，且两个"?"处字迹模糊，但能肯定这两个

“?”处数值相同. 据此, 同学们可以计算出 $E(\xi)=$______. 若 $D(\xi)=\frac{1}{2}$, 则“!”处的数值应是______.

12. 从某高中一年级所有男生中随机选取 100 名同学，将他们的期中数学成绩的数据绘制成频率分布直方图，如图所示. 若从成绩在 $[70,80)$，$[80,90]$ 两组内的男生中，用分层抽样的方法选取 6 人参加一项活动. 若从这 6 人中选出两人担任正副队长，则这两人来自同一组的概率为______.



13. 设 $a\neq 0$，n 是大于 1 的自然数，$(1+\frac{x}{a})^n$ 的展开式为 $a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$. 若点 $A_i(i,a_i)(i=0,1,2)$ 的位置如图所示，则 $a=$____；$3a_1+9a_2+\cdots+3^na_n=$_____.（用数字作答）



14. 若 $(1+\sqrt{2})^5=a+b\sqrt{2}$（$a,b$ 为有理数），则 $a+b=$____.（用数字作答）

15. 经统计，某城市肥胖者占10%，中等体型者占82%，消瘦者占8%. 已知肥胖者患高血压的概率为0.2，中等体型者患高血压的概率为0.1，消瘦者患高血压的概率为0.05，则该城市居民患高血压的概率为______；若该城市有一居民患有高血压，那么该居民是肥胖者的概率是______（保留三位有效数字）.

三、解答题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 13 分）新生婴儿性别比是指在某段时间内新生儿中男婴人数与女婴人数的比值 100 倍. 下表是某地区通过抽样调查得到的该地区 2014 年到 2018 年的年新生婴儿性别比.

年份	2014	2015	2016	2017	2018
新生婴儿性别比	110.8	108.0	106.4	105.4	104.8

（1）根据样本数据，估计从该地区 2015 年的新生儿中随机选取 1 人为女婴的概率.（精确到 0.01）;

（2）从 2014 年到 2018 年这五年中，随机选取两年，用 X 表示该地区的新生婴儿性别比高于 107 的年数，求 X 的分布列和数学期望;

（3）根据样本数据，你认为“生男孩和生女孩是等可能的”这个判断可靠吗？说明理由.

17.（本小题 13 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）求函数 $f(x)$ 的极值.

18.（本小题 14 分）某部门共有 10 人，其中有 6 人已接种某种疫苗，4 人未接种该种疫苗．从中随机地抽取 4 人作为样本，用 X 表示样本中接种疫苗者的人数．

（1）若不放回地随机抽取，求 $X=2$ 或 3 时的概率；

（2）若有放回的随机抽取，求 X 的分布列及数学期望；

（3）分别就有放回抽取和不放回抽取，用样本中接种疫苗人数的比例估计总体中接种疫苗人数的比例，求误差不超过 0.2 的概率；试比较两种抽取方法，哪种抽取方法估计的结果更可靠？

19.（本小题 15 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 D，E 的坐标分别为 $(-\sqrt{3},0)$，$(\sqrt{3},0)$，P 是动点，且直线 DP 与 EP 的斜率之积等于 $-\dfrac{1}{3}$.

（1）求动点 P 的轨迹 C 的方程；

（2）设 F 是曲线 C 的左焦点，过点 F 的直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，过 A，B 分别作直线 l 的垂线与 x 轴相交于 M，N 两点．若 $|MN|=\sqrt{6}$，求此时直线 l 的斜率.

20.（本小题 15 分）已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2(a\in\mathbf{R})$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

21.（本小题满分 15 分）已知数列 $\{a_n\}$ 是无穷数列．给出两个性质：

①对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 a_i，$a_j(i>j)$，在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 a_m，使得 $2a_i-a_j=a_m$；

②对于 $\{a_n\}$ 中任意项 $a_n(n\geq 3)$，在 $\{a_n\}$ 中都存在两项 a_k，$a_l(k>l)$，使得 $a_n=2a_k-a_l$.

（1）若 $a_n=2^n(n=1,2,\cdots)$，判断数列 $\{a_n\}$ 是否满足性质①，说明理由；

（2）若 $a_n=n(n=1,2,\cdots)$，判断数列 $\{a_n\}$ 是否同时满足性质①和性质②，说明理由；

（3）若 $\{a_n\}$ 是递增数列，$a_1=0$，且同时满足性质①和性质②，证明：$\{a_n\}$ 为等差数列.