2022 北京怀柔高二（上）期末

数　　学

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1．（4 分）直线 $x-y+1=0$ 的倾斜角为(　　)

A． $45°$　　B． $30°$　　C． $45°$　　D． $135°$

2．（4 分）圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的圆心为(　　)

A． $(0,1)$　　B． $(0,-1)$　　C． $(-1,0)$　　D． $(1,0)$

3．（4 分）给出下列判断，其中正确的是(　　)

A．三点唯一确定一个平面

B．一条直线和一个点唯一确定一个平面

C．两条平行直线与同一条直线相交，三条直线在同一平面内

D．空间两两相交的三条直线在同一平面内

4．（4 分）已知向量 $\vec{a}=(3，0，-4)$，则 $|\vec{a}|=$(　　)

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

5．（4 分）已知圆柱的底面半径是 1，高是 2，那么该圆柱的侧面积是(　　)

A．2　　B． π　　C． 2π　　D． 4π

6．（4 分）已知椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$，那么其离心率为(　　)

A． $\dfrac{4}{5}$　　B． $\dfrac{3}{5}$　　C． $\dfrac{3}{4}$　　D． $\dfrac{4}{3}$

7．（4 分）若一个正方体的全面积是 72，则它的对角线长为(　　)

A． $2\sqrt{3}$　　B．12　　C． $\sqrt{6}$　　D．6

8．（4 分）已知抛物线方程 $y^2=2x$，那么其准线方程是(　　)

A． $x=-\dfrac{1}{2}$　　B． $y=\dfrac{1}{2}$　　C． $x=\dfrac{1}{2}$　　D． $y=-\dfrac{1}{2}$

9．（4 分）点 $(1,1)$ 到直线 $ax+2y+2=0$ 的距离为 2，则 a 的值为(　　)

A．0　　B． $\dfrac{8}{3}$　　C．0 或 $\dfrac{8}{3}$　　D．0 或 $-\dfrac{8}{3}$

10．（4 分）已知 $\vec{a}=(x，4，2)$，$\vec{b}=(3，y，5)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 x^2+y^2 的取值范围为(　　)

A． $[2，+\infty)$　　B． $[3，+\infty)$　　C． $[4，+\infty)$　　D． $[5，+\infty)$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，请把结果填在答题纸上的相应位置。）

11．（5 分）双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的实轴长为____．

12．（5 分）经过 $A(1,0)$，$B(0,\sqrt{3})$ 两点的直线斜率为____．

13.（5 分）过点 $(1,0)$ 且与直线 $2x-y-1=0$ 平行的直线 l 的方程是____.

14.（5 分）若 $A(-2,3)$， $B(3,-2)$， $C(1,m)$ 三点共线，则 m 的值为____.

15.（5 分）若点 O 和点 F 分别为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的中心和左焦点，点 P 为椭圆上的任意一点，则 $\overline{OP}\cdot\overline{FP}$ 的最大值为____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步聚或证明过程.）

16.（13 分）已知直线 l 经过点 $M(-1,2)$，且满足下列条件，求相应 l 的方程.

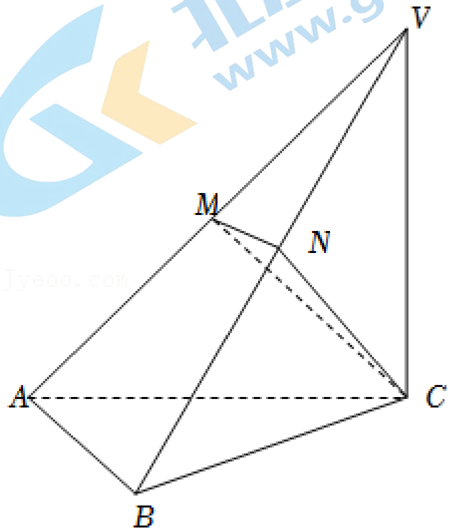
（I）过 $(0,1)$ 点；

（II）与直线 $2x+y+5=0$ 垂直.

17.（14 分）如图，在三棱锥 $V-ABC$ 中，平面 $VAC\perp$ 平面 ABC， ΔVAC， ΔABC 都是等腰直角三角形，$AB=BC$， $AC=VC$， M， N 分别为 VA， VB 的中点.

（I）求证： $AB//$ 平面 CMN；

（II）求证： $AB\perp$ 平面 VBC.



18.（13 分）已知双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的右焦点与抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点相同，且过点 $(\sqrt{6}，1)$.

（1）求双曲线的渐近线方程；

（2）求抛物线的标准方程.

19.（15 分）已知点 $A(-3,0)$， $B(1,0)$，线段 AB 是圆 M 的直径.

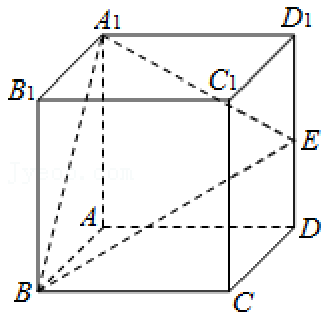
（I）求圆 M 的方程；

（II）过点 $(0,2)$ 的直线 l 与圆 M 相交于 D， E 两点，且 $|DE|=2\sqrt{3}$，求直线 l 的方程.

20.（15 分）如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是棱 DD_1 的中点.

（I）求直线 BE 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值；

（II）在棱 C_1D_1 上是否存在一点 F，使 $B_1F//$ 平面 A_1BE？证明你的结论.



21．（15 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，又过点 $(2\sqrt{2}，0)$．

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）四边形 $ABCD$ 的顶点在椭圆 C 上，且对角线 AC， BD 均过坐标原点 O，若 $k_{AC}\cdot k_{BD}=\frac{1}{2}$，求 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 的取值范围．

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1.【分析】根据直线的方程求出斜率，再求倾斜角.

【解答】解：直线 $x-y+1=0$ 的斜率为 $k=1$，所以倾斜角为 $\alpha=45^{\circ}$.

故选：C.

【点评】本题考查了直线方程的斜率和倾斜角的计算问题，是基础题.

2.【分析】直接利用圆的标准方程，写出圆的圆心坐标即可.

【解答】解：圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的圆心为 $(1,0)$.

故选：D.

【点评】本题考查圆的标准方程的应用，是基础题.

3.【分析】根据平面的基本性质及其推论分别判断即可.

【解答】解：对于 A，三点共线时，平面不唯一，故 A 错误，

对于 B，点在直线上时，平面不唯一，故 B 错误，

对于 C，两条平行直线与同一条直线相交，三条直线在同一平面内，故 C 正确，

对于 D，三直线过同一点时，可不在同一平面内，故 D 错误，

故选：C.

【点评】本题考查了平面的基本定理及其推论，是基础题.

4.【分析】由向量模的坐标运算求解即可.

【解答】解：因为向量 $\vec{a}=(3，0，-4)$，

则 $|\vec{a}|=\sqrt{3^2+0^2+(-4)^2}=5$.

故选：A.

【点评】本题主要考查向量模的坐标运算，考查运算求解能力，属于基础题.

5.【分析】利用圆柱侧面积公式直接求解.

【解答】解：圆柱的底面半径是 1，高是 2，

则该圆柱的侧面积为：

$S=2\pi\times1\times2=4\pi$.

故选：D.

【点评】本题考查圆柱侧面积的求法，考查圆柱侧面积公式等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

6.【分析】利用椭圆方程，求解 a，b，推出 c，然后求解离心率即可.

【解答】解：椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$，可得 $a=5$，$b=4$，则 $c=3$，

所以椭圆的离心率为：$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查椭圆的简单性质的应用，离心率的求法，是基础题.

7.【分析】求出正方体的边长即可．

【解答】解：设正方体的边长为a，则有$6a^2=72$，解得$a^2=12$，

故正方体的对角线长为$\sqrt{3a^2}=6$，

故选：D．

【点评】本题考查了正方体的对角线的计算，属于易做题．

8.【分析】直接利用抛物线方程，求解准线方程即可．

【解答】解：抛物线方程$y^2=2x$，那么其准线方程是$x=-\frac{1}{2}$．

故选：A．

【点评】本题考查抛物线的简单性质的应用，准线方程的求法，是基础题．

9.【分析】利用点到直线的距离公式直接求解．

【解答】解：$\because$点$(1,1)$到直线$ax+2y+2=0$的距离为2，

$\therefore\frac{|a+2+2|}{\sqrt{a^2+4}}=2$，

解得$a=0$或$a=-\frac{8}{3}$．

故选：D．

【点评】本题考查实数值的求法，考查点到直线的距离公式等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

10.【分析】由题意，利用两个向量垂直的性质，两点间的距离公式、点到直线的距离公式，求得x^2+y^2的取值范围．

【解答】解：$\because\vec{a}=(x，4，2)$，$\vec{b}=(3，y，5)$，$\vec{a}\perp\vec{b}$，

$\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=3x+4y+10=0$，即$3x+4y+10=0$．

则x^2+y^2的取值表示直线上的点$M(x,y)$到原点O的距离的平方，

故当OM垂直于直线$3x+4y+10=0$时，x^2+y^2的取得最小值，且它没有最大值．

由于点O到直线$3x+4y+10=0$的距离为$d=\frac{|0+0+10|}{\sqrt{9+16}}=2$，故$x^2+y^2$的取得最小值为4，

故x^2+y^2的取值范围为$[4，+\infty)$，

故选：C．

【点评】本题主要考查两个向量垂直的性质，两点间的距离公式、点到直线的距离公式，属于基础题．

二、填空题（本大题共5小题，每小题5分，共25分，请把结果填在答题纸上的相应位置。）

11.【分析】直接利用双曲线的方程求解a，即可得到实轴长．

【解答】解：双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，可得$a=2$，所以双曲线的实轴长为4．

故答案为：4．

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，实轴长的求法，是基础题．

12.【分析】把两个点的坐标代入公式$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$，计算即可求得结论．

【解答】解：$\because$ 直线经过点 $A(1,0)$，$B(0,\sqrt{3})$，

$\therefore$ 直线的斜率为 $k=\dfrac{\sqrt{3}-0}{0-1}=-\sqrt{3}$，

故答案为：$-\sqrt{3}$．

【点评】本题考查了直线过两点求斜率的问题，是基础题．

13．【分析】设与直线 $2x-y-1=0$ 平行的直线方程为 $2x-y+m=0$，把点 $(1,0)$ 代入解出 m 即可得出．

【解答】解：设与直线 $2x-y-1=0$ 平行的直线方程为 $2x-y+m=0$，

把点 $(1,0)$ 代入可得：$2-0+m=0$，解得 $m=-2$．

因此所求的直线方程为：$2x-y-2=0$，

故答案为：$2x-y-2=0$．

【点评】本题考查了相互平行的直线斜率之间的关系，属于基础题．

14．【分析】根据经过两点的直线斜率的公式，分别计算出直线 AB 与直线 AC 的斜率，而 A、B、C 三点共线，故直线 AB 与直线 AC 的斜率相等，由此建立关于 m 的方程，解之即可得到实数 m 的值．

【解答】解：$\because A(-2,3)$，$B(3,-2)$，

$\therefore$ 直线 AB 的斜率 $k_1=\dfrac{-2-3}{3+2}=-1$

同理可得：直线 AC 的斜率 $k_2=\dfrac{m-3}{1+2}$

$\because A$、B、C 三点共线，直线 AC 的斜率

$\therefore$ 直线 AB 与直线 AC 的斜率相等，即 $k_1=k_2$，

得 $\dfrac{m-3}{1+2}=-1$，解之得 $m=0$

故答案为：0

【点评】本题给出三点共线，求参数 m 的值，着重考查了利用直线斜率公式解决三点共线的知识，属于基础题．

15．【分析】设 $P(x,y)$，由数量积运算及点 P 在椭圆上可把 $\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{FP}$ 表示为 x 的二次函数，根据二次函数性质可求其最大值．

【解答】解：设 $P(x,y)$，

则 $\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{FP}=(x,\ y)\bullet(x+1,\ y)=x^2+x+y^2$，

又点 P 在椭圆上，所以 $x^2+x+y^2=x^2+x+(3-\dfrac{3}{4}x^2)=\dfrac{1}{4}x^2+x+3=\dfrac{1}{4}(x+2)^2+2$，

又 $-2\leqslant x\leqslant 2$，

所以当 $x=2$ 时，$\dfrac{1}{4}(x+2)^2+2$ 取得最大值为 6，即 $\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{FP}$ 的最大值为 6，

故答案为：6．

【点评】本题考查平面向量的数量积运算、椭圆的简单性质，属中档题．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步聚或证明过程．）

16．【分析】（I）利用两点式方程能求出直线 l 的方程．

（II）与直线 $2x+y+5=0$ 垂直的直线的方程的斜率 $k=\frac{1}{2}$，利用点斜式方程能求出经过点 $M(-1,2)$ 与直线 $2x+y+5=0$ 垂直的直线方程.

【解答】解：（I）直线 l 经过点 $M(-1,2)$，$(0,1)$ 点，

则直线 l 的方程为 $\frac{y-1}{x}=\frac{2-1}{-1-0}$，

整理得：$x+y-1=0$．

（II）与直线 $2x+y+5=0$ 垂直的直线的方程的斜率 $k=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 经过点 $M(-1,2)$ 与直线 $2x+y+5=0$ 垂直的直线方程为：

$y-2=\frac{1}{2}(x+1)$，

整理得 $x-2y+5=0$．

【点评】本题考查直线方程的求法，考查两点式方程、点斜式方程等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

17.【分析】（I）推导出 $MN//AB$，由此能证明 $AB//$ 平面 CMN．

（II）推导出 $AB\perp BC$，$VC\perp AC$，从而 $VC\perp$ 平面 ABC，由此能证明 $AB\perp VC$，进而根据线面垂直的判定即可证明.

【解答】证明：（I）$\because M$，N 分别为 VA，VB 的中点，

$\therefore MN//AB$，

$\because AB\not\subset$ 平面 CMN，$MN\subset$ 平面 CMN，

$\therefore AB//$ 平面 CMN．

（II）$\because \Delta ABC$ 和 ΔVAC 均是等腰直角三角形，

$AB=BC$，$AC=CV=2$，M，N 分别为 VA，VB 的中点.

$\therefore AB\perp BC$，$VC\perp AC$，

$\because$ 平面 $VAC\perp$ 平面 ABC，平面 $VAC\cap$ 平面 $ABC=AC$，

$\therefore VC\perp$ 平面 ABC，

$\because AB\subset$ 平面 ABC，

$\therefore AB\perp VC$．

$\because BC\cap VC=C$，

$\therefore AB\perp$ 平面 VBC．

【点评】本题考查线面平行、线面垂直的证明，考查空间中线线、线面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，是中档题.

18.【分析】（1）由题意将过的点的坐标代入双曲线的方程可得 b^2 的值，进而求出双曲线的方程，再求出双曲线的渐近线的方程；

（2）由（1）可得双曲线的焦点坐标，再由题意可得抛物线的焦点坐标，进而求出 p 的值，可得抛物线的标准方程.

【解答】解：（1）由题意双曲线$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$过$(\sqrt{6}$，$1)$，所以$\frac{6}{3}-\frac{1}{b^2}=1$，可得：$b^2=1$，

所以双曲线的方程为：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，

所以渐近线的方程为：$\frac{x}{\sqrt{3}}=\pm y$，即$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$；

（2）由（1）可得双曲线的焦点坐标为：$(\pm 2,0)$，

由题意可得抛物线的焦点为：$(2,0)$所以可得$\frac{p}{2}=2$，解得$p=4$，

所以抛物线的标准方程为：$y^2=8x$.

【点评】本题考查求双曲线和抛物线的方程，属于基础题.

19.【分析】(I）利用$A(-3,0)$，$B(1,0)$，线段AB是圆M的直径，则圆心M的坐标为$(-1,0)$，又因为$|AM|=2$，即可求圆M的方程；

（II）过点$(0,2)$的直线l与圆M相交于D，E两点，且$|DE|=2\sqrt{3}$，分类讨论，即可求直线l的方程.

【解答】解：(I）已知点$A(-3,0)$，$B(1,0)$，线段AB是圆M的直径，

则圆心M的坐标为$(-1,0)$．－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（2 分）

又因为$|AM|=2$，－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（3 分）

所以圆M的方程为$(x+1)^2+y^2=4$．－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（4 分）

（II）由（I）可知圆M的圆心$M(-1,0)$，半径为 2.

设N为DE中点，则$MN\perp l$，$|DN|=|EN|=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$，－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（5 分）

则$|MN|=\sqrt{4-(\sqrt{3})^2}=1$．－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（6 分）

当l的斜率不存在时，l的方程为$x=0$，此时$|MN|=1$，符合题意；－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（7 分）

当l的斜率存在时，设l的方程为$y=kx+2$，由题意得$\frac{|k(-1)+2|}{\sqrt{k^2+1}}=1$－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（8 分）

解得$k=\frac{3}{4}$，－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（9 分）

故直线l的方程为$y=\frac{3}{4}x+2$，即$3x-4y+8=0$．－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（10 分）

综上，直线l的方程为$x=0$或$3x-4y+8=0$.

【点评】本题考查圆的方程，考查直线与圆的位置关系，考查分类讨论的数学思想，属于中档题.

20.【分析】(I) 以A为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，设正方体的棱长为 2，可求$\overrightarrow{BE}=(-2$，2，1)，$\overrightarrow{AD}=(0$，2，0)为平面ABB_1A_1的法向量，用向量法可求直线BE与平面ABB_1A_1所成角的正弦值

(II) 存在这样的点F，使$B_1F//$平面A_1BE，$F(m$，2，$2)(0\leqslant m\leqslant 2)$，平面$A_1BE$的一个法向量为$\vec{n}=(1$，$\frac{1}{2}$，1)，

利用$\vec{n}\cdot\overrightarrow{B_1F}=(1,\ \frac{1}{2},\ 1)\cdot(m-2,\ 2,\ 0)=0$，可求$m$．

【解答】解：(I)以A为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，

设正方体的棱长为2，则$B(2,\ 0,\ 0)$，$E(0,\ 2,\ 1)$，所以$\overrightarrow{BE}=(-2,\ 2,\ 1)$，

由正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$可知$AD\perp$平面ABB_1A_1，所以可取$\overrightarrow{AD}=(0,\ 2,\ 0)$为平面$ABB_1A_1$的法向量，

设直线BE与平面ABB_1A_1所成角为θ，

则$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{BE},\ \overrightarrow{AD}>|=\frac{4}{\sqrt{4+4+1}\times 2}=\frac{2}{3}$，

所以直线BE与平面ABB_1A_1所成角的正弦值为$\frac{2}{3}$；

(II)存在这样的点F，使$B_1F//$平面A_1BE．

假设棱C_1D_1上是存在一点$F(m,\ 2,\ 2)(0\leqslant m\leqslant 2)$，使$B_1F//$平面$A_1BE$．

由(I)知$B(2,\ 0,\ 0)$，$A_1(0,\ 0,\ 2)$，$B_1(2,\ 0,\ 2)$，

$\therefore\overrightarrow{BE}=(-2,\ 2,\ 1)$，$\overrightarrow{BA_1}=(-2,\ 0,\ 2)$，

设平面A_1BE的一个法向量为$\vec{n}=(x,\ y,\ z)$，

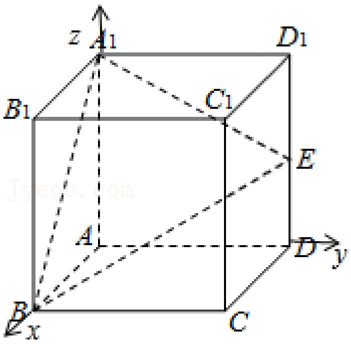
则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BE}=-2x+2y+z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BA_1}=-2x+2z=0\end{cases}$，令$x=1$，则$z=1$，$y=\frac{1}{2}$，

$\therefore$平面A_1BE的一个法向量为$\vec{n}=(1,\ \frac{1}{2},\ 1)$，

又$\overrightarrow{B_1F}=(m-2,\ 2,\ 0)$，由$\vec{n}\cdot\overrightarrow{B_1F}=(1,\ \frac{1}{2},\ 1)\cdot(m-2,\ 2,\ 0)=0$，

$\therefore m-2+1+0=0$，$\therefore m=1$，

$\therefore$棱C_1D_1上是存在一点F，使$B_1F//$平面A_1BE．



【点评】本题主要考查线面平行，线面角的求法，熟练掌握空间线线位置关系是解题的关键，属于中档题．

21．【分析】（I）由离心率的值可得a，b的关系，再由过的点的坐标可得a的值，进而求出b的值，求出椭圆的方程；

（II）分直线AB的斜率存在和不存在时，设直线AB的方程，与椭圆的方程联立，求出两根之积，求出直线AC，BD的斜率之积，由题意可得参数的关系，求出向量的数量积，将两根之积代入，可得其值的取值范围．

【解答】解：（I）由离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$，可得$a^2=2b^2$，又过$(2\sqrt{2},\ 0)$，

即 $a=2\sqrt{2}$，所以 $b^2=4$，

所以椭圆的方程为：$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$；

（II）设 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，由题意可得 $C(-x_1,\ -y_1)$，$D(-x_2,\ -y_2)$，

则 $k_{AC}\cdot k_{BD}=\dfrac{y_1}{x_1}\cdot\dfrac{y_2}{x_2}=\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=\dfrac{1}{2}$，

当直线 AB 的斜率存在时，设直线 AB 的方程为 $y=kx+t$，

联立 $\begin{cases}y=kx+t\\x^2+2y^2=8\end{cases}$，整理可得：$(1+2k^2)x^2+4ktx+2t^2-8=0$，

$\triangle=16k^2t^2-4(1+2k^2)(2t^2-8)>0$，可得 $t^2<4+8k^2$，

则且 $x_1+x_2=\dfrac{-4kt}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{2t^2-8}{1+2k^2}$，

$y_1y_2=k^2x_1x_2+kt(x_1+x_2)+t^2=\dfrac{k^2(2t^2-8)}{1+2k^2}+\dfrac{-4k^2t^2}{1+2k^2}+t^2=\dfrac{t^2-8k^2}{1+2k^2}$，

可得 $\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=\dfrac{t^2-8k^2}{2t^2-8}=\dfrac{1}{2}$，可得 $k^2=\dfrac{1}{2}$，

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{2t^2-8}{2}+\dfrac{t^2-4}{2}=\dfrac{3t^2}{2}-6\in[-6,\ 6)$，

这时 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 的取值范围为 $(-6,6)$；

当直线 AB 的斜率不存在时，设 $x=t$，$t\in(-2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2})$，与椭圆的方程联立可得 $y^2=4(1-\dfrac{t^2}{8})$，

可得 $y=\pm2\sqrt{1-\dfrac{t^2}{8}}$，

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=t^2-4(1-\dfrac{t^2}{8})=\dfrac{3}{2}t^2-4\in[-4,\ 8)$，

综上所述：$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 的取值范围为 $(-6,8)$．

【点评】本题考查求椭圆的方程及直线与椭圆的综合应用，属于中档题．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。