

注意  
事项

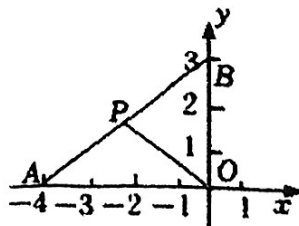
1. 本试卷共 6 页，共三道大题，27 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写数学教学班号、姓名和学号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔绘图，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将答题纸收回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 20 分，每题 2 分）

第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项均只有一个。

1. 抛物线  $y=(x-3)^2+1$  的顶点是 ( )  
 (A) (3,1)                      (B) (-3,1)                      (C) (-3,-1)                      (D) (3,-1)
2. 用配方法解一元二次方程  $x^2-6x+4=0$ ，配方正确的是 ( )  
 (A)  $(x+3)^2=13$               (B)  $(x+3)^2=5$               (C)  $(x-3)^2=13$               (D)  $(x-3)^2=5$
3. 把抛物线  $y=3x^2$  的图象向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位，所得的抛物线的函数关系式是 ( )  
 (A)  $y=3(x-1)^2+2$     (B)  $y=3(x-1)^2-2$   
 (C)  $y=3(x+1)^2+2$     (D)  $y=3(x+1)^2-2$
4. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $A(-4,0)$ ， $B(0,3)$ ，点  $P$  为线段  $AB$  的中点，则线段  $OP$  的长为 ( )  
 (A)  $\frac{3}{2}$     (B) 2  
 (C)  $\frac{5}{2}$     (D) 5



6. 关于  $x$  的一元二次方程  $(a-5)x^2 - 4x - 1 = 0$  有实数根, 则  $a$  满足 ( )

- (A)  $a \geq 1$       (B)  $a \geq 1$  且  $a \neq 5$       (C)  $a > 1$  且  $a \neq 5$       (D)  $a \neq 5$

7. 已知点  $A(-3, y_1), B(1, y_2), C(4, y_3)$  在抛物线  $y = -(x-2)^2 + 5$  上, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )

- (A)  $y_1 < y_2 < y_3$       (B)  $y_1 < y_3 < y_2$       (C)  $y_3 < y_2 < y_1$       (D)  $y_3 < y_1 < y_2$

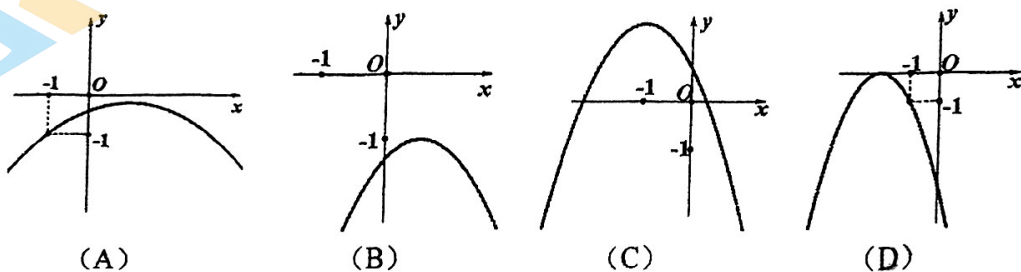
8. 函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  中  $y$  与自变量  $x$  的部分对应值如下表:

$x$	...	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	8	3	0	-1	0	...

则当  $y > 8$  时,  $x$  的取值范围是 ( )

- (A)  $-1 < x < 5$       (B)  $0 < x < 3$       (C)  $x < -1$  或  $x > 5$       (D)  $x < 0$  或  $x > 3$

9. 二次函数  $y = -x^2 + bx + b$  的图象可能是 ( )



10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = m(x-3)^2 + k$  与  $x$  轴交于  $(a, 0), (b, 0)$  两点, 其中  $a < b$ . 将此抛物线向上平移, 与  $x$  轴交于  $(c, 0), (d, 0)$  两点, 其中  $c < d$ . 下面结论正确的是

- (A) 当  $m > 0$  时,  $a+b=c+d, b-a > d-c$   
(B) 当  $m > 0$  时,  $a+b > c+d, b-a = d-c$   
(C) 当  $m < 0$  时,  $a+b=c+d, b-a > d-c$   
(D) 当  $m < 0$  时,  $a+b > c+d, b-a < d-c$

## 第二部分 非选择题

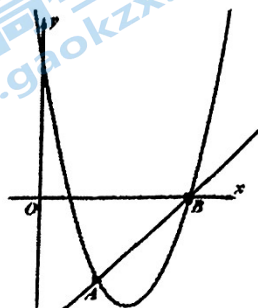
二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

11. 若关于  $x$  的函数  $y = (a+1)x^2 - 2x + 3$  是二次函数, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

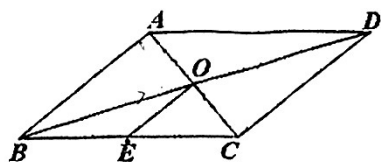
12. 已知  $x=2$  是一元二次方程  $x^2 + 3x - k = 0$  的一个根, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

13. 请你写出一个二次函数\_\_\_\_\_满足以下条件：①开口向下②与  $y$  轴交于点  $(0, -3)$ .

14. 如图，已知直线  $y = mx + n$  与抛物线  $y = x^2 + bx + c$  交于  $A, B$  两点，其中点  $A(2, -3)$ ，点  $B(5, 0)$ ，那么关于  $x$  的不等式  $x^2 + bx + c < mx + n$  的解集为\_\_\_\_\_.



15. 如图，平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ，且  $\angle OCD = 90^\circ$ 。若  $E$  是  $BC$  边的中点， $AC = 10$ ， $BD = 26$ ，则  $OE$  的长为\_\_\_\_\_.



16. 为响应国家号召打赢脱贫攻坚战，小明利用信息技术开了一家网络商店，将家乡的土特产销往全国。今年6月份盈利12000元，8月份盈利27000元，求6月份到8月份盈利的月平均增长率。设6月份到8月份盈利的月平均增长率为  $x$ ，根据题意，可列方程为\_\_\_\_\_.

17. 已知抛物线  $y = kx^2 - 2(k-1)x + k + 1$ ，若抛物线关于  $y$  轴对称，则  $k =$  \_\_\_\_\_，此时抛物线关于  $x$  轴对称的图像解析式为\_\_\_\_\_.

18. 已知某函数的图象过  $A(2, -1)$ ， $B(4, 1)$  两点，下面有四个推断：

①若此函数的图象为直线，则此函数的图象经过  $(0, -3)$ ；

②若此函数的图象为抛物线，且经过  $(1, -0.5)$ ，则该抛物线开口向下；

③若此函数的解析式为  $y = a(x-h)^2 + k$  ( $a \neq 0$ )，且经过原点，则  $0 < h < 1$ ；

④若此函数的解析式为  $y = a(x-h)^2 + k$  ( $a \neq 0$ )，开口向下，且  $2 < h < 4$ ，则  $a$  的范围是  $a < -\frac{1}{2}$ .

所有合理推断的序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题（共64分，第19题8分，第20题—22题每题6分，第23题8分，第24—25题每题7分，第26—27题每题8分）

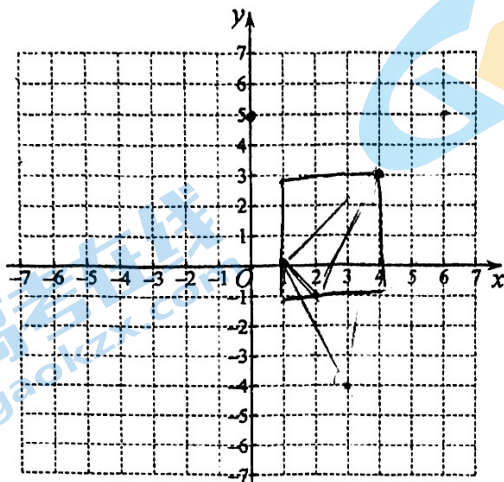
19. 选择合适的方法解方程：

(1)  $x^2 - 4 = 0$

(2)  $x^2 - 6x + 8 = 0$ .

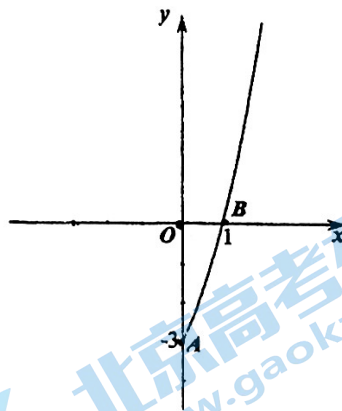
20. 已知二次函数  $y = x^2 - 6x + 5$ .

- (1) 求二次函数图象的顶点坐标;
- (2) 在平面直角坐标系中, 画出二次函数的图象;
- (3) 当  $1 < x < 4$  时, 结合函数图象, 直接写出  $y$  的取值范围.



21. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + 2x + c$  的部分图象经过点  $A(0, -3)$ ,  $B(1, 0)$ .

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 结合函数图象, 直接写出  $y < 0$  时,  $x$  的取值范围;
- (3) 将该抛物线向上平移 \_\_\_\_\_ 个单位后, 所得抛物线与  $x$  轴只有一个公共点.



22. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 3x + m = 0$ .

- (1) 若该方程无实数根, 求  $m$  的取值范围;
- (2) 给  $m$  取一个适当的值, 使该方程有两个不同的实数根, 并求出方程的两个根.

23. 已知抛物线  $y = x^2 + bx + c$  与  $y$  轴交于点  $C(0, 3)$ , 顶点为  $T$ , 与直线  $y = kx - 1$  交于  $A, B$  两点, 其中点  $A$  坐标为  $(1, 0)$ .

- (1) 求抛物线和直线解析式;
- (2) 直接写出抛物线  $y = x^2 + bx + c$  关于  $x = -1$  对称的抛物线的解析式;
- (3) 求  $\triangle ABT$  的面积.

24. 如图，一个圆形喷水池的中央竖直安装了一个柱形喷水装置  $OA$ ， $OA = \frac{1}{2} \text{m}$ ，从  $A$  处向外喷出的水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下。王丽同学根据题意在图中建立如图所示的坐标系，水流喷出的高度  $y$  (m) 与水平距离  $x$  (m) 之间的关系式是  $y = ax^2 + bx + c$  ( $x > 0$ )，其最高点到  $OA$  的水平距离是  $\frac{1}{4} \text{m}$ ，到水面的距离是  $\frac{9}{16} \text{m}$ 。

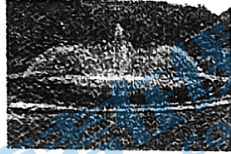


图 1

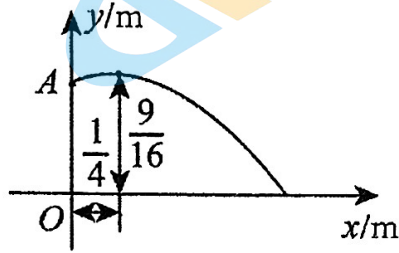


图 2

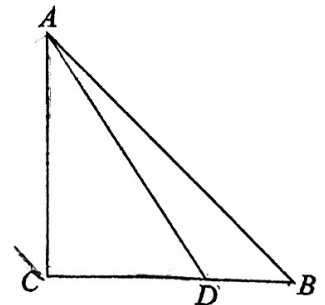
- (1) 求二次函数表达式；
- (2) 若不计其他因素，水池的半径至少为多少米，才能使喷出的水流不落在池外？

25. 已知二次函数  $y = ax^2 - 2ax - 2$  ( $a > 0$ )。

- (1) 求该二次函数图象的对称轴；
- (2) 当  $-1 \leq x \leq 5$  时，函数图象的最高点为  $M$ ，最低点为  $N$ ，点  $M$  的纵坐标为  $\frac{11}{2}$ ，求点  $M$  和点  $N$  的坐标；
- (3) 对于该二次函数图象上的两点  $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，当  $t+1 < x_1 < t+2$ ， $t+3 < x_2 < t+4$  时，均有  $y_1 \neq y_2$ ，请结合图象，直接写出  $t$  的取值范围。

26. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，点  $D$  在  $BC$  边上（不与点  $B$ ， $C$  重合），将线段  $AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$ ，得到线段  $AE$ ，连接  $DE$ 。

- (1) 根据题意补全图形，并证明： $\angle EAC = \angle ADC$ ；
- (2) 取  $DE$  的中点  $F$ ，连接  $CF$ ，用等式表示线段  $CF$  与  $BD$  之间的数量关系，并证明。



27. 对于平面图形  $G_1, G_2$  和直线  $y = kx + b$  (这里  $k, b$  均为常数), 若它们同时满足以下两个条件:

a. 对  $G_1$  上任意一点  $(p, m)$ , 均有  $m \leq kp + b$ ;

b. 对  $G_2$  上任意一点  $(q, n)$ , 均有  $n \geq kq + b$ .

则称直线  $y = kx + b$  是图形  $G_1, G_2$  的“分界线”.

回答以下问题.

(1) 如图 1 所示, 在平面直角坐标系中有正方形  $ABCD$  和三角形  $EFG$ .

例如: 直线  $y = -x$  是正方形  $ABCD$  和三角形  $EFG$  的一条“分界线”.

(i) 在下列直线中, 可以作为正方形  $ABCD$  和三角形  $EFG$  的“分界线”的是 \_\_\_\_\_ (填选项的标号);

①  $y = 0$       ②  $y = x$       ③  $y = 3x$       ④  $y = -x - 1$

(ii) 若直线  $y = kx + 1$  是正方形  $ABCD$  和三角形  $EFG$  的“分界线”, 结合图形, 求  $k$  的取值范围.

(2) 如图 2 所示, 在平面直角坐标系中有抛物线  $M: y = -(x - t)^2 + 2$  和正方形

$HJK$ , 正方形  $HJK$  的顶点  $H$  的坐标为  $(t + 2, 0)$ . 若直线  $y = -2x - 2$  是抛物线  $M$  和正方形  $HJK$  的“分界线”, 直接写出  $t$  的取值范围.

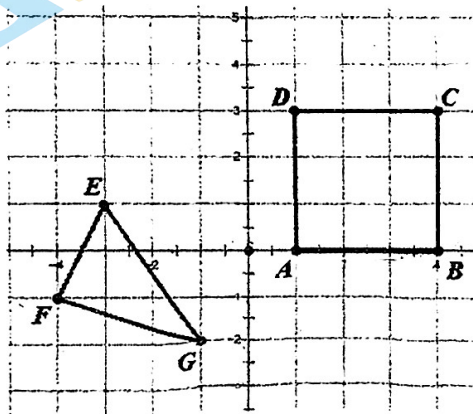


图 1

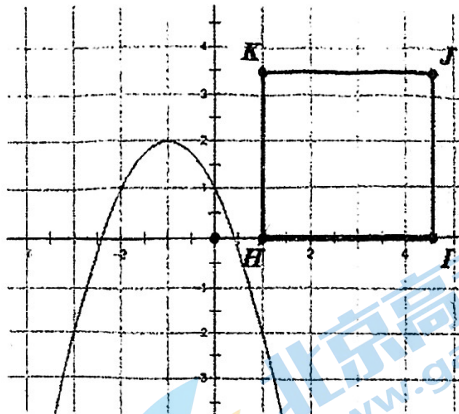


图 2

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

