绝密★启用前

试卷类型：老教材版

2024届高中毕业班第二次考试

理科数学

考生注意：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知复数z满足$z(1-\mathrm{i})=3+5\mathrm{i}$，则$z$的共轭复数$\overline{z}=$（　　）

A．$4+4\mathrm{i}$　　B．$4-4\mathrm{i}$　　C．$-1+4\mathrm{i}$　　D．$-1-4\mathrm{i}$

2．已知集合$A=\left\{x\in\mathbf{N}^*\middle|1\le\log_2x<3\right\},B=\left\{x\middle|x<2\text{或}x\ge5\right\}$，则$A\cap\left(\complement_{\mathbf{R}}B\right)=$（　　）

A．$\{1,2,3\}$　　B．$\{2,3\}$　　C．$\{2,3,4\}$　　D．$\{2,3,4,5\}$

3．已知向量$\vec{a}=(3,-4),\vec{b}=(-2,m),\vec{c}=(2,1)$，若$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\vec{c}$，则$m=$（　　）

A．-2　　B．2　　C．-6　　D．6

4．设函数$f(x)=2x+1$，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足$a_n=f(n),f(b_n)=n$，则$a_2=$（　　）

A．b_7　　B．b_9　　C．b_{11}　　D．b_{13}

5．记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，分别以a,b,c为边长的正三角形的面积依次为S_1,S_2,S_3，且$S_1-S_2-S_3=\dfrac{\sqrt{3}}{4}bc$，则$A=$（　　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

6．通过验血诊断某疾病的误诊率（将未患病者判定为阳性的概率）为$p(0<p<1)$，漏诊率（将患病者判定为阴性的概率）为$q(0<q<1)$，现对2名未患病者和1名患病者进行验血，每人的诊断结果互不影响，则诊断结果均为阴性的概率为（　　）

A. $(1-p)^2 q$　　B. $(1-p)q^2$　　C. $p^2(1-q)$　　D. $p(1-q)^2$

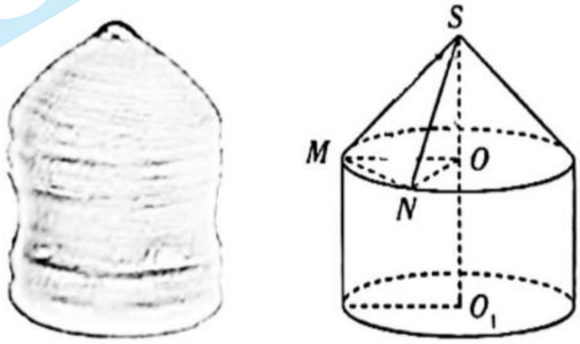
7．斐波那契数列，又称黄金分割数列，指的是这样一个数列：1，1，2，3，5，8，…，这个数列从第 3 项开始，每一项都等于前两项之和，小李以前 6 项数字的某种排列作为他的银行卡密码，如果数字 1 与 2 不相邻，则小李可以设置的不同的密码个数为（　　）

A．144　　B．120　　C．108　　D．96

8．函数 $f(x)=\left|\log_2 \dfrac{1-x}{x}\right|$ 的单调递增区间为（　　）

A．$(0,1)$　　B．$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$　　c．$\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　D．$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

9. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具之一，如图所示，某陀螺可以视为由圆锥 SO 和圆柱 OO_1 组合而成，点 M,N 在圆锥 SO 的底面圆周上，且△SMN 的面积为 $\sqrt{7}$，$\sin\angle MSN=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，圆锥 SO 的侧面积为 $4\sqrt{2}\pi$，圆柱 OO_1 的母线长为 3，则该几何体的体积为（　　）



A．$\dfrac{40\pi}{3}$　　B．$\dfrac{44\pi}{3}$　　C．$\dfrac{52\pi}{3}$　　D．$\dfrac{56\pi}{3}$

10．已知函数 $f(x)=\left|\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|-\left|\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$，则 $f(x)$ 在区间 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内的零点个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

11．已知 F_1,F_2 是双曲线 C 的两个焦点，P 为 C 上除顶点外的一点，$|PF_1|=3|PF_2|$，且 $\angle F_1PF_2>60°$，则 C 的离心率的取值范围是（　　）

A．$\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2},2\right)$　　B．$\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2},3\right)$　　C．$(1,2)$　　D．$(\sqrt{3},3)$

12．已知 $0<a<1$，若函数 $f(x)=a^x\ln a-\mathrm{e}x$ 有两个不同的零点，则 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ B. $\left(\frac{1}{\mathrm{e}},1\right)$ C. $\left(0,\frac{1}{2\mathrm{e}}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2\mathrm{e}},\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{m^2}=1(m>3)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，则 $m=$______.

14．已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+3\le 0,\\3x+y+5\le 0,\\x+3\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最小值是______.

15．在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2,AA_1=4$，平面 α 与棱 AA_1,BB_1,CC_1,DD_1 分别交于点 M,E,N,F，其中 E,F 分别是 BB_1,DD_1 的中点，且 $A_1C\perp ME$，则 $A_1M=$______.

16．已知 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，若 $\tan(x+y)+\tan(x-y)=4\sin 2x$，则 $\cos x\cos y$ 的最小值为______.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

随着寒冷冬季的到来，羽绒服进入了销售旺季，某调查机构随机调查了 400 人，询问他们选购羽绒服时更关注保暖性能还是更关注款式设计，得到以下的 2×2 列联表：

	更关注保暖性能	更关注款式设计	合计
女性	160	80	240
男性	120	40	160
合计	280	120	400

（Ⅰ）是否有 95% 的把握认为男性和女性在选购羽线服时的关注点有差异？

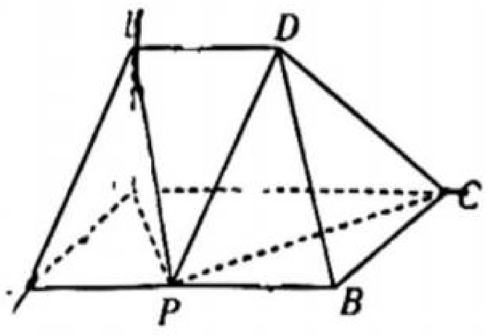
（Ⅱ）若从这 400 人中按男女比例用分层抽样的方法抽取 5 人进行采访，再从这 5 人中任选 2 人赠送羽线服，记 X 为抽取的 2 人中女生的人数，求 X 的分布列和数学期望.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\ge k_0)$	0.10	0.05	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

18.（12 分）

如图，矩形 $ABCF$ 与梯形 $FCDE$ 所在的平面垂直，$DE/\!/CF,EF\perp FC,AF=EF=DE=1$，$AB=2,P$ 为 AB 的中点.



（Ⅰ）求证：平面 $EPF\perp$ 平面 DPC；

（Ⅱ）求二面角 $B-CD-P$ 的余弦值．

19．（12 分）

在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_n=2a_{n-1}-2n+4\left(n\ge 2\right),a_1=4$．

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求数列 $\left\{2^n\cdot a_n-4^n\right\}$ 的前 n 项和．

20．（12 分）

已知 $M\left(4,4\right)$ 为抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上的一点，F 为 C 的焦点，O 为坐标原点．

（Ⅰ）求 $\triangle MOF$ 的面积；

（Ⅱ）若 A,B 为 C 上的两个动点，直线 MA 与 MB 的斜率之积恒等于 -2，作 $MN\perp AB,N$ 为垂足，证明：存在定点 Q，使得 $\left|NQ\right|$ 为定值．

21．（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=x\mathrm{e}^x$．

（Ⅰ）若存在唯一的负整数 x_0，使得 $f\left(x_0\right)<m\left(x_0-1\right)$，求 m 的取值范围；

（Ⅱ）若 $a>0$，当 $x\in\left(-1,+\infty\right)$ 时，$af\left(x\right)+3\ge\ln\dfrac{a^2\left(x+1\right)}{8}$，求 a 的取值范围．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，已知直线 $l:\begin{cases}x=-2+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），α 为 l 的倾斜角，l 与 x 轴交于点 P，与 y 轴正半轴交于点 Q，且 $\triangle OPQ$ 的面积为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$．

（Ⅰ）求 α；

（Ⅱ）若 l 与曲线 $C: x^2-y^2=1$ 交于 A,B 两点，求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值.

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-b|$.

（Ⅰ）当 $a=2,b=3$ 时，求不等式 $f(x)\geq 6$ 的解集；

（Ⅱ）设 $a>0,b>1$，若 $f(x)$ 的最小值为 2，求 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b-1}$ 的最小值.