海淀高三第一学期期末考试模拟试题

高 三 数 学　　　　2021.1

命题人：郑瑞格，杨天辉，张波，张辉，贾辉彩，边英杰　　审核：E派数学教研组

本试卷满分共150分，考试时长120分钟

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1.已知集合 $A=\{x\in N|x>-1\}$，$B=\{x||x|<2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1\}$　　B. $\{1\}$　　C. $A=\{x|x>-2\}$　　D. $\{x|-1<x<2\}$

2.直线 $y=x-2$ 与圆 $O:x^2+y^2=4$ 相交于A,B两点，则 $|AB|=$（　　）

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

3.下列函数中，在其定义域上既是减函数又是奇函数的是（　　）

A. $f(x)=\dfrac{1}{x}$　　B. $f(x)=1-x$　　C. $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-1$　　D. $f(x)=-\dfrac{x^2}{x}$

4.对 $\forall x\in(0,+\infty)$，若不等式 $\dfrac{a}{x}>4-x$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(2,+\infty)$　　B. $[2,+\infty)$　　C. $(4,+\infty)$　　D. $[4,+\infty)$

5.冠状病毒是一个大型病毒家族，已知可引起感冒以及中东呼吸综合征 *(MERS)* 和严重急性呼吸综合征 *(SARS)* 等较严重疾病。2019年在武汉发现的新型冠状病毒，于2020年1月12日被世界卫生组织正式命名为2019-nCoV 。现在我们已经在武汉取得了抗击新冠病毒的伟大胜利。已知在抗击新冠病毒的过程中，武汉某小区有5个志愿者，负责分配来自全国各地支援的抗疫物资。已知每天安排1个志愿者，5天一个轮回。在每个轮回中，甲志愿者只能在第一天或者第二天服务，乙不能在第一天也不能在最后一天服务，丙志愿者只能在第三天服务。则可以安排的方法种数是（　　）

A. 24　　B. 12　　C. 8　　D. 6

6.已知角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴的正半轴重合，终边经过点 $P\left(-2\sqrt{2},1\right)$，则 $\cos(\alpha-\dfrac{\pi}{2})$ 的值是（　　）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

7.已知α，β表示不同的平面，l,m,n表示不同的直线，则下列结论中正确的个数是（　　）

① 若l与m是异面直线，m与n是异面直线，则l与n也是异面直线；

② $l\perp m,l\perp n\Rightarrow m\parallel n$；

③ $m\perp\alpha,n\perp\alpha\Rightarrow m\parallel n$；

④ $l\parallel\alpha,l\parallel\beta\Rightarrow\alpha\parallel\beta$。

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. $x,x+1,x+3$成等比数列是$\ln x,\ln(x+1),\ln(x+3)$成等差数列的（　　）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件　C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

9.已知函数$f(x)=e^{|x-1|}+x^2-2x-4$，$a=f(0)$，$b=f(1)$，$c=f(3)$，则实数a,b,c的大小关系是（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a>b>c$　　C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

10.已知点P在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱及表面上运动，且满足$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BD_1}=1$，则$\left|\overrightarrow{AP}\right|$的取值范围是（　　）

A. $\left[1,\sqrt{3}\right]$　　B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}\right]$　　C. $\left[1,\sqrt{2}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{2},\sqrt{2}\right]$

二、填空题（共6小题，每小题5分，共25分）.

11.已知复数z满足$z=\frac{2-4i}{1+3i}$，则$|z|$=________

12.已知双曲线的中心在原点，其中一个焦点跟抛物线$y=\frac{1}{8}x^2$的焦点重合，离心率为2，则该双曲线的标准方程为____________。

13.已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．若$a_1=\sqrt{5}-1$，$S_2=a_3$，则a_2=_____，$S_4=$_____.

14.已知函数$f(x)=\begin{cases}ax^2-\frac{3}{2}x+1, & x\le 1\\ \log_a x, & x>1\end{cases}$在$\left(-\infty,+\infty\right)$上是单调函数，则实数$a$的取值范围是________。

15.有一个矩形纸片ABCD，|AB|=2，|BC|=8，E，F满足$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=4\overrightarrow{\mathrm{AE}},\overrightarrow{FC}=3\overrightarrow{BF}$，P，Q分别为线段ED，FC上的动点，且始终满足$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{EF}$，若沿EF，PQ将长方形纸片折起，能使AB与DC重合，折成一个三棱柱，则|FQ|的取值范围是__________;三棱柱体积最大值是______。

三、解答题（共6小题，85分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程）．

16.（本小题满分13分）在锐角三角形ABC中，$\cos 2A-5\cos\left(B+C\right)=2$.

（Ⅰ）从条件①、②中选择一个作为已知，求边a的值；

①$c=3,\sin B=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$;　　　　②$b=2,\cos C=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$;

（Ⅱ）求函数$f\left(x\right)=\sin\left(x+A\right)+\cos\left(x+B+C\right)$的最大值.

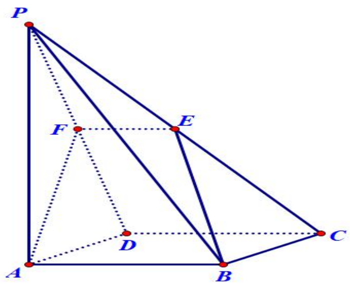
注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分．

17.（本小题满分14分）在四棱锥P-ABCD中，底面ABCD是边长为2的正方形，PA⊥底面ABCD，且PA=2，点E是PC的中点，平面ABE与棱PD交于点F。

（1）求证：AB//FE;

（2）求直线PB与平面ABE所成角的大小；

（3）在线段PB上是否存在一点G，使得直线EG与直线AF所夹的角为$\dfrac{\pi}{4}$，若存在，试求出$\dfrac{PG}{PB}$的值，如果不存在，请说明理由。



18.（本小题满分14分）据有关权威发布某种传染病的传播途径是通过呼吸传播，若病人(患了某种传染病的人)和正常人(没患某种传染病的人)都不戴口罩而且交流时距离小于一米90%的机率被传染，若病人不戴口罩正常人戴口罩且交流时距离小于一米时60%的机率被传染，若病人戴口罩而正常人不戴口罩且交流距离小于一米时30%的机率被传染上，若病人和正常人都带口罩且交流距离大于一米时不会被传染。为此对某地经常出入某场所的人员通过抽样调查的方式对戴口罩情况做了记录如下表

	男士		女士	
	戴口罩	不戴口罩	戴口罩	不戴口罩
甲地	40	20	30	10
乙地	10	30	45	15

假设某人是否戴口罩互相独立

⑴ 求去甲地的男士带口罩的概率，用上表估计所有去甲地的人戴口罩的概率.

⑵ 若从所有男士中选1人，从所有女士中选2人，用上表的频率估计概率，求戴口罩人数 X 的分布列和期望.

⑶ 上表中男士不戴口罩记为“$\xi=0$”，戴口罩记为“$\xi=1$”，确定男士戴口罩的方差为$D\xi$，和女士不戴口罩记为“$\eta=0$”，戴口罩记为“$\eta=1$”确定女士戴口罩的方差为$D\eta$。比较$D\xi$和$D\eta$的大小，并说明理由

19.（本小题满分 15 分）已知函数 $f(x)=ax-\frac{1}{x}-\ln x$ 。

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求函数 $f(x)$ 在点 $\left(1，f(1)\right)$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $0<a<\frac{1}{4}$ 时，求证：$f(x)_{极大值}\cdot f(x)_{极小值}>0$ 。

20.（本小题满分15分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，椭圆四个顶点围成四边形的面积为 $4\sqrt{3}$ 。

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）过点A（1,0）的直线与椭圆交于M,N两点，过不在直线MN上的点 $P(4,t)$ 引直线PM,PN分别与直线 $x=1$ 交于B,C两点，试求 ΔPAB 与 ΔPAC 面积的比值。

21.（本小题满分14分）

已知集合$A=\{1,2,\dots,2n\}(n\in N^*)$，集合$A_1,A_2,\dots A_m(m\in N^*,m\geq 2)$都是集合$A$的子集. 如图，作$m$行$2n$列数表，其中第$k$行第$l$列的数为$a_{k,l}=\begin{cases}1,\ l\in A_k\\0,\ l\notin A_k\end{cases}$.

记$R(i)=a_{i,1}+a_{i,2}+\cdots+a_{i,2n},1\leq i\leq m$;

$C(j)=a_{1,j}+a_{2,j}+\cdots+a_{m,j},1\leq j\leq 2n$;

	1	2	…	$2n$
A_1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	…	$a_{1,2n}$
A_2	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	…	$a_{2,2n}$
…	…	…	…	…
A_m	$a_{m,1}$	$a_{m,2}$	…	$a_{m,2n}$

对于m,n和$t(t\in N)$，若存在集合$A_1,A_2,\dots,A_m$满足下列条件：

①$R(1)=R(2)=\cdots=R(m)=n$;

②$C(1)=C(2)=\cdots=C(2n)$;

③对任意的$1\leq i<j\leq m$，$A_i\cap A_j$的元素个数均为t.

则称有序数组(n,m,t)是相容的.

(1) 求出所有相容的有序数组$(n,m,0)$;

(2) 若$(3,4,t)$是相容的，请直接给出t的值，并给出一个满足条件的数表.

(3) 求出所有相容的有序数组$(n,m,2)$;

北京市海淀区2020 — 2021学年度第一学期期末模拟试卷

高三数学　　2021.1

命题人：郑瑞格，杨天辉，张波，张辉，贾辉彩，边英杰　　审核：海淀数学教研

本试卷满分共150分，考试时长120分钟

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	C	D	A	B	C	D	B

二、填空题（共6小题，每小题5分，共25分）．

11. $\sqrt{2}$　　12. $y^2-\frac{x^2}{3}=1$　　13. 2；$3\sqrt{5}+5$　　14. $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]$　　15. （2，4）；$4\sqrt{2}$

三、解答题（共6小题，85分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程）．

16. 参考答案：

（Ⅰ）由$\cos 2A-5\cos(B+C)=2$及$\cos 2A=2\cos^2 A-1,\cos(B+C)=-\cos A$

得$2\cos^2 A+5\cos A-3=0$

$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$或$\cos A=-3$(舍)

又$\because A$为锐角，$\therefore A=\frac{\pi}{3}$;

若选择①作为已知，由$\sin B=\frac{\sqrt{21}}{7}$及锐角三角形，得$\cos B=\frac{2\sqrt{7}}{7}$，

$$\therefore \sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{3\sqrt{21}}{14}$$

$$由\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow a=\frac{c\sin A}{\sin C}=\frac{3\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3\sqrt{21}}{14}}=\sqrt{7}$$

若选择②作为已知，$\cos C=\frac{\sqrt{7}}{14}$，在锐角三角形中得$\sin C=\frac{3\sqrt{21}}{14}$

$$\therefore \sin B=\sin(A+C)=\frac{\sqrt{21}}{7}$$

由 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}\Rightarrow a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}=\sqrt{7}$

（Ⅱ）由已知得：

$$f(x)=\sin(x+A)+\cos(\pi+x-A)$$

$$=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$=\sin x\cos\frac{\pi}{3}+\cos x\sin\frac{\pi}{3}-\cos x\cos\frac{\pi}{3}-\sin x\sin\frac{\pi}{3}$$

$$=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1-\sqrt{3}}{2}\cos x$$

$$=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

$\therefore$ 当$x=2k\pi-\dfrac{\pi}{4},k\in Z$时

$$f(x)_{MAX}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}.$$

17. 解析：

（1）证明：因为底面ABCD是正方形，所以AB//CD

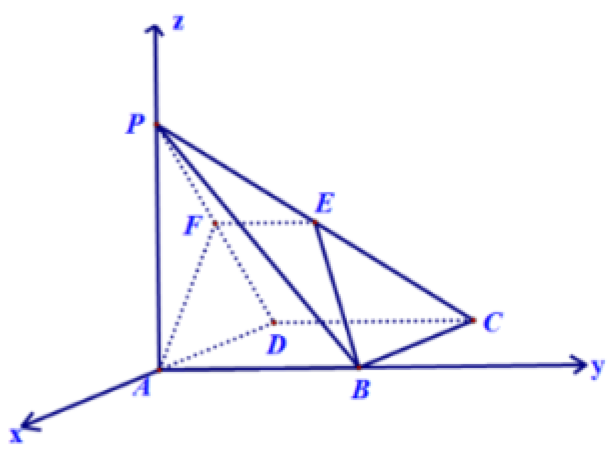
又因为AB$\not\subset$平面PCD，CD$\subset$平面PCD，

所以AB//平面PCD，

又因为A，B，E，F四点共面，且平面ABEF$\cap$平面PCD=EF，

所以AB//EF。

(2)由 $PA\perp$ 平面 $ABCD$， $AB\perp AD$，如图建立空间直角坐标系，则



A(0, 0, 0)，B(0, 2, 0)， C(−2, 2, 0)，P(0, 0, 2)，E(−1, 1, 1)，F(−1, 0, 1)，

$\overrightarrow{AB}=(0,2,0),\overrightarrow{PB}=(0,2,-2),\overrightarrow{AE}=(-1,1,1)$

设平面 ABE 的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$ 得：$\begin{cases}2y=0\\ -x+y+z=0\end{cases}$

令 $x=1$，得 $z=1$， $y=0$，即 $\vec{n}=(1,0,1)$

设直线 PB 和平面 ABE 所成的角为 θ ，

则 $\sin\theta=|\cos\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{PB}\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}|}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{PB}|}=\dfrac{1}{2}$. 因为 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$

所以直线PB与平面ABE所成角的大小为 $\dfrac{\pi}{6}$.

（Ⅲ）线段 PB 上存在点 G 适合题意.

设 $\overrightarrow{PG}=\lambda\overrightarrow{PB}$，其中 $\lambda\in[0,1]$.

设 $G(x_1, y_1, z_1)$，则有 $(x_1, y_1, z_1-2)=(0,2\lambda,-2\lambda)$，

所以 $x_1=0, y_1=2\lambda, z_1=2-2\lambda$，从而 $G(0, 2\lambda, 2-2\lambda)$，

所以 $\overrightarrow{EG}=(1,2\lambda-1,1-2\lambda)$，又 $\overrightarrow{AF}=(-1,0,1)$，

所以 $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{EG},\overrightarrow{AF}\right\rangle\right|=\left|\dfrac{\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{AF}}{\left|\overrightarrow{EG}\right|\left|\overrightarrow{AF}\right|}\right|=\left|\dfrac{-2\lambda}{\sqrt{2}\sqrt{1^2+(2\lambda-1)^2+(1-2\lambda)^2}}\right|$.

令 $\dfrac{|-2\lambda|}{\sqrt{2}\sqrt{(1)^2+(2\lambda-1)^2+(1-2\lambda)^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

整理得 $4\lambda^2-8\lambda+3=0$.

解得 $\lambda=\dfrac{1}{2}$，舍去 $\lambda=\dfrac{3}{2}$.

所以 线段 PB 上存在点 G 适合题意，且 $\dfrac{PG}{PB}=\dfrac{1}{2}$.

18. 解

(1).从表格中可以看出去甲地男士共60人，其中戴口罩的有40人，所以设戴口罩为事件A

$$P(A)=\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$$

从表格中可以看出去甲地的总人数是 100 人，其中去甲地的有 40+30=70 人

设去甲地的戴口罩是事件 B

$$P(B)=\frac{70}{100}=\frac{7}{10}$$

(2).男士戴口罩的概率 $\dfrac{1}{2}$；女士戴口罩的概率 $\dfrac{3}{4}$

X 的可取值为：0，1，2，3

$$P(X=0)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{32};P(X=1)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}C_2^1\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{7}{32};$$

$P(X=2)=\frac{1}{2}C_2^1\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{15}{32}$; $P(X=3)=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{32}$

分布列如下表

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{32}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{9}{32}$

数学期望为$E(X)=0\times\frac{1}{32}+1\times\frac{7}{32}+2\times\frac{15}{32}+3\times\frac{9}{32}=2$

（3）$D\xi>D\eta$

ξ	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$D\xi=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

η	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

$D\eta=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$

所以$D\xi>D\eta$

19. 参考答案：

（Ⅰ）当$a=0$时，$f'(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=\frac{1-x}{x^2}$

则切线斜率$k=f'(1)=0$，　又因为$f(1)=-1$

所以切线方程为$y=-1$

（Ⅱ）定义域为$(0,+\infty)$

$$f'(x)=a+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=\frac{ax^2-x+1}{x^2}(x>0)$$

因为$0<a<\frac{1}{4}$，所以 $\Delta=1-4a>0$，

所以 $f'(x)=0$ 有两个不同的零点，设为 x_1，x_2，

且 $x_1+x_2=\frac{1}{a}>4$， $x_1\cdot x_2=\frac{1}{a}>4$，不妨设 $0<x_1<x_2$

x	$(0,x_1)$	x_1	$(x_1,\ x_2)$	x_2	$(x_2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

由表知，$f(x)_{极大值}=ax_1-\frac{1}{x_1}-\ln x_1=\frac{ax_1^2-1}{x_1}-\ln x_1=\frac{x_1-2}{x_1}-\ln x_1=1-\frac{2}{x_1}-\ln x_1$

令 $g(x)=1-\frac{2}{x}-\ln x,(x>0)$，则 $g'(x)=\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x}=\frac{2-x}{x^2}$

令 $g'(x)=0$，得 $x=2$

x	$(0,2)$	2	$(2,+\infty)$
$g'(x)$	+	0	−
$g(x)$	↗		↘

所以 $g(x)$ 为 $(0,2)$ 上的增函数，所以 $g(x)_{\max}=g(2)=1-\frac{2}{2}-\ln 2=-\ln 2<0$

即 $f(x)_{极大值}<0$

所以 $f(x)_{极小值}<0$

所以 $f(x)_{极大值}\cdot f(x)_{极小值}>0$

20. 参考答案：

（Ⅰ）由已知得：$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ 2ab=4\sqrt{3}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=\sqrt{3}\\ c=1\end{cases}$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）解法一：当直线 $MAN\perp x$ 轴时，B,C 分别与M，N重合，此时显然有 $y_B+y_C=0$

故 $\frac{S_{\Delta PAB}}{S_{\Delta PAC}}=1$；

当直线 MAN 与 x 轴不垂直时，设直线 MAN 方程为：$y=k(x-1)$，

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases} y=k(x-1) \\ 3x^2+4y^2-12=0 \end{cases} \Rightarrow (3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，

显然 $\Delta>0$，且 $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2} \\ x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2} \end{cases}$，

直线 PM 方程为：$y-t=\dfrac{y_1-t}{x_1-4}(x-4)$，令 $x=1$ 得 $y_B=t-\dfrac{3(y_1-t)}{x_1-4}$

同理可得：$y_C=t-\dfrac{3(y_2-t)}{x_2-4}$，

$\therefore y_B+y_C=2t-\dfrac{3(y_1-t)}{x_1-4}-\dfrac{3(y_2-t)}{x_2-4}$

$=\dfrac{2t(x_1-4)(x_2-4)-3(y_1-t)(x_2-4)-3(y_2-t)(x_1-4)}{(x_1-4)(x_2-4)}$

而 $2t(x_1-4)(x_2-4)-3(y_1-t)(x_2-4)-3(y_2-t)(x_1-4)$

$=2t(x_1-4)(x_2-4)-3[k(x_1-1)-t](x_2-4)-3[k(x_2-1)-t](x_1-4)$

$=(2t-6k)x_1x_2+(15k-5t)(x_1+x_2)+8t-24k$

$=(2t-6k)\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}+(15k-5t)\dfrac{8k^2}{3+4k^2}+8t-24k$

$=\dfrac{(2t-6k)(4k^2-12)+8k^2(15k-5t)+(8t-24k)(3+4k^2)}{3+4k^2}=0$

即 $\therefore y_B+y_C=0$，$\therefore |AB|=|AC|$，

$\therefore \dfrac{S_{\Delta PAB}}{S_{\Delta PAC}}=1$

解法二：可设直线 MAN 方程为：$x=mx+1$，以下解法类似。

21. 参考答案

[解析] (1) 显然$C(k)=\frac{mn}{2n}=\frac{m}{2}\geq 1$, 又因为对任意的$1\leq i<j\leq m$, $A_i\cap A_j$的元素个数均为 0, 所以$C(k)\leq 1$, 因此$m=2$. 即$(n,2,0)$, $n\in N^*$均为相容的.

	1	2	⋯	n	n+1	n+2	⋯	2n
A_1	1	1	⋯	1	0	0	⋯	0
A_2	0	0	⋯	0	1	1	⋯	1

(2) $t=1$, 满足条件的数表如右图所示.

	1	2	3	4	5	6
A_1	1	1	1			
A_2	1			1	1	
A_3		1		1		1
A_4			1		1	1

(3) 设$C(1)=C(2)=\cdots=C(2n)=x$, 则$2n\cdot x=mn$, 即m为偶数且$x=\frac{m}{2}$.

下面用两种方法计算满足$a_{i,k}=a_{j,k}=1$的有序数组(i,j,k)的个数S.

一方面, 由性质③, 可知$S=C_m^2\cdot t=2C_m^2=m(m-1)$

另一方面, 每列中有x个 1, 因此$S=2n\cdot C_x^2=2n\cdot\frac{x(x-1)}{2}=\frac{nm(m-2)}{4}$

因此, $n=\frac{4(m-1)}{m-2}=4+\frac{4}{m-2}$, 因此$\begin{cases}m=4\\n=6\end{cases}$ 或$\begin{cases}m=6\\n=5\end{cases}$

相容有序数组为 (6, 4, 2) 时, 可由第 (2) 问中的数表“倍增”得到:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A_1	1	1	1				1	1	1			
A_2	1			1	1		1			1	1	
A_3		1		1		1		1		1		1
A_4			1		1	1			1		1	1

相容有序数组为 (5, 6, 2) 时, 构造如下数表:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_1	1	1	1	1	1					
A_2	1	1				1	1	1		
A_3	1		1			1			1	1
A_4		1		1			1		1	1
A_5			1		1		1	1		1
A_6				1	1	1		1	1	