2023 北京铁二中高一（上）期中

数　　学

（试卷满分 150 分　考试时长 120 分钟）

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|-3<x<3\}$，那么 $A\cap B=$（　）

A. $\{-1,1\}$　　B. $\{-2,0\}$

C. $-2,0,2$　　D. $\{-2,-1,0,1\}$

2. 方程组 $\begin{cases}x+y=0\\x^2+y^2=2\end{cases}$ 的解集是（　　）

A. {(1，－1),(－1，1)}　　B. {(1，1),(－1，－1)}

C. {(2，－2),（－2，2)}　　D. {(2，2),(－2，－2)}

3. 若 $a>b>0$，$c<d<0$，则一定有（　）.

A. $ac<bd$　　B. $ad<bc$　　C. $ac>bd$　　D. $ad>bc$

4. 函数 $y=\sqrt{x}+\dfrac{1}{x-1}$ 的定义域为（　）

A. $[0,1)$　　B. $1,+\infty$

C. $(0,1)\cup(1,+\infty)$　　D. $[0,1)\cup(1,+\infty)$

5. 下列函数中，既是奇函数又是增函数的是（　）

A. $y=x+1$　　B. $y=-x^3$　　C. $y=\dfrac{1}{x}$　　D. $y=x|x|$

6. 设 $f(x)=3^x+3x-8$，用二分法求方程 $3^x+3x-8=0$ 在 $x\in(1,2)$ 内近似解的过程中得 $f(1)<0, f(1.5)>0, f(1.25)<0$，则下列必有方程的根的区间为（　）

A. $(1.5,2)$　　B. $(1,1.25)$　　C. $(1.25,1.5)$　　D. 不能确定

7. 设 $f(x)$ 是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 内是减函数，又 $f(-3)=0$，则 $x\cdot f(x)<0$ 的解集是（　）

A. $\{x|-3<x<0$ 或 $x>3\}$　　B. $\{x|\ x<-3$ 或 $0<x<3\}$

C. $\{x|-3<x<0$ 或 $0<x<3\}$　　D. $\{x|\ x<-3$ 或 $x>3\}$

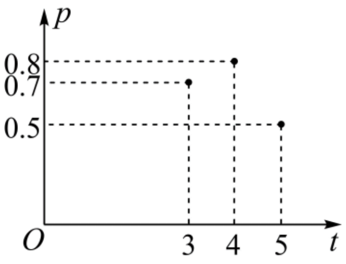
8. $a<0$ 是函数 $f(x)=ax^2+2x+1$ 至少有一个负零点的（　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

C. 充分必要条件　　　　　　　　　　　　D. 既不充分也不必要条件

9. 加工爆米花时，爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”，在特定条件下，可食用率 p 与加工时间 t（单位：分钟）满足函数关系 $p=at^2+bt+c$（a，b，c 是常数），如图记录了三次实验的数据，根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为



A. 3.50 分钟　　　　B. 3.75 分钟　　　　C. 4.00 分钟　　　　D. 4.25 分钟

10. 设 $f\left(x\right)$ 为定义在 R 上的函数，函数 $f\left(x+1\right)$ 是奇函数.对于下列四个结论：

① $f\left(1\right)=0$；

② $f\left(1-x\right)=-f\left(1+x\right)$；

③函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于原点对称；

④函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(1,0\right)$ 对称；

其中，正确结论的个数为（　）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 命题“ $\forall x>0$， $2^x>0$ ”的否定是______.

12. 已知方程 $x^2-4x+1=0$ 的两根为 x_1 和 x_2，则 $x_1^2+x_2^2=$_________

13. 若函数 $f\left(x\right)=x^2+\left(b-1\right)x-2$ 是偶函数，则 $f\ \ b$ 与 $f\left(-2\right)$ 的大小关系为______.

14. 已知函数 $f\left(x\right)=x^2-2x+3$，当 $x\in\left[0,3\right]$ 时， $f\left(x\right)$ 的值域是______；若 $f\left(x\right)$ 的值域是 $\left[2,11\right]$，则 $f\left(x\right)$ 的定义域为______.（写出满足条件的一个结论）

15. 已知 $f\left(x\right)=x^2-2ax+2$，当 $x\in\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 时， $f\left(x\right)\geq a$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是______.

16. 已知 $\lambda\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x-4, x\geq\lambda\\ x^2-4x+3, x<\lambda\end{cases}$，当 $\lambda=2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集是___________. 若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则 λ 的取值范围是___________.

三、解答题共 6 小题，共 86 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

17. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\left\{x|\dfrac{x-3}{x+2}>0\right\},B=\{x||2x+3|\le 5\}$.

（1）求$A\cap B$；

（2）求$\left(\complement_U A\right)\cup B$.

18. 设函数$f(x)=x+\dfrac{4}{x}$.

（1）判断函数$f(x)$奇偶性并证明；

（2）用单调性定义证明：函数$f(x)$在$(2,+\infty)$上单调递增.

19. 某工厂新建员工宿舍，若建造宿舍的所有费用P（万元）和宿舍与工厂的距离$x\,km$的关系为$P=\dfrac{k}{3x+2}(0\le x\le 5)$，若距离为$1km$时，测算宿舍建造费用为40万元.为了交通方便，工厂和宿舍之间还要修一条道路，已知铺设路面成本为6万元/km，设y为建造宿舍与修路费用之和，

（1）求k的值.

（2）求y关于x的表达式.

（3）宿舍应建在离工厂多远处，可使总费用y最小，并求最小值.

20. 设$a\in\mathbf{R}$，解关于x的不等式$ax^2-(2a+1)x+2>0$.

21. 设$f(x)=x^2-ax+3$，其中$a\in\mathrm{R}$.

（1）当$a=1$时，求函数$f(x)$的图象与直线$y=3x$交点的坐标；

（2）若函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上不具有单调性，求a的取值范围：

（3）当$x\in[-2,2]$时，求函数$f(x)$的最小值.

22. 设A是实数集的非空子集，称集合$B=\{uv\,|\,u,v\in A\text{ 且 }u\ne v\}$为集合$A$的生成集.

（1）当$A=\{2,3,5\}$时，写出集合A的生成集B；

（2）若A是由5个正实数构成的集合，求其生成集B中元素个数的最小值；

（3）判断是否存在4个正实数构成的集合A，使其生成集$B=\{2,3,5,6,10,16\}$，并说明理由.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

参考答案

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【答案】C

【分析】

解不等式 $-3<2k<3\left(k\in Z\right)$，求得整数 k 的取值，由此可求得 $A\cap B$．

【详解】解不等式 $-3<2k<3$，得 $-\dfrac{3}{2}<k<\dfrac{3}{2}$，$\because k\in Z$，所以，整数 k 的可能取值有 -1、0、1，

因此，$A\bigcap B=\left\{-2,0,2\right\}$．

故选：C.

【点睛】本题考查交集的计算，考查计算能力，属于基础题.

2.【答案】A

【分析】

求出方程组的解，注意方程组的解是一对有序实数.

【详解】方程组 $\begin{cases}x+y=0\\x^2+y^2=2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$，

其解集为 $\{(1,-1),(-1,1)\}$．

故选：A.

【点睛】本题考查集合的表示，二元二次方程组的解是一对有序实数，表示时用小括号括起来，表示有序，即代表元可表示为 (x,y)，一个解可表示为 $(1,-1)$．

3.【答案】A

【分析】根据不等式的性质可判断.

【详解】解：根据 $c<d<0$，有 $-c>-d>0$，由于 $a>b>0$，两式相乘有 $-ac>-bd,ac<bd$，

故选：A.

4.【答案】D

【分析】

根据偶次方根被开方数非负、分母不为 0，可建立等式关系，进而可求出函数的定义域.

【详解】由题意，可得 $\begin{cases}x\geq 0\\x-1\neq 0\end{cases}$，解得 $0\leq x<1$ 或 $x>1$．

所以函数 $y=\sqrt{x}+\dfrac{1}{x-1}$ 的定义域为 $\left[0,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$.

故选：D.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

5.【答案】D

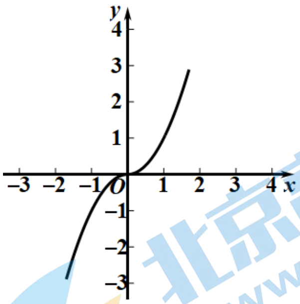
【分析】根据函数解析式直接判断函数的奇偶性和单调性可得解.

【详解】函数 $y=x+1$ 不是奇函数，故 A 不正确；

函数 $y=-x^3$ 是奇函数，但不是增函数，故 B 不正确；

函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 是奇函数，但不是增函数，故 C 不正确；

$y=x|x|=\begin{cases}x^2, x\geq 0\\ -x^2, x<0\end{cases}$ 的图象如图：



所以函数 $y=x|x|=\begin{cases}x^2, x\geq 0\\ -x^2, x<0\end{cases}$ 是奇函数且是增函数.

故选：D

6.【答案】C

【分析】根据零点存在定理判断.

【详解】由题可知函数 $f\left(x\right)$ 为增函数，结合零点存在定理知在区间 $\left(1.25,1.5\right)$ 上必有根.

故选：C.

7.【答案】D

【分析】根据题意，得到函数 $f\left(x\right)$ 在 $(0,+\infty)$ 为减函数，且 $f\left(3\right)=0$，结合不等式 $x\cdot f\left(x\right)<0$，分类讨论，即可求解.

【详解】由函数 $f\left(x\right)$ 是奇函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 内是减函数，可得函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,0\right)$ 为减函数，

又由 $f\left(-3\right)=0$，可得 $f\left(3\right)=-f\left(-3\right)=0$，

因为不等式 $x\cdot f\left(x\right)<0$，

当 $x>0$ 时，则 $f\left(x\right)<0$，解得 $x>3$；

当 $x<0$ 时，则 $f\left(x\right)>0$，解得 $x<-3$，

所以不等式 $x\cdot f\left(x\right)<0$ 的解集为 $\{x|\ x<-3$ 或 $x>3\}$.

故选：D.

8.【答案】A

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

【分析】根据充分必要条件的定义判断.

【详解】$a<0$时，$x_1x_2=\frac{1}{a}<0$，x_1,x_2中一正一负，充分性满足，

但当$a=1$时，$f(x)=x^2+2x+1$的零点是$x=-1$，因此不必要，

所以应为充分而不必要条件，

故选：A.

9.【答案】B

【详解】由图形可知，三点$(3,0.7),(4,0.8),(5,0.5)$都在函数$p=at^2+bt+c$的图象上，

所以$\begin{cases}9a+3b+c=0.7\\16a+4b+c=0.8\\25a+5b+c=0.5\end{cases}$，解得$a=-0.2,b=1.5,c=-2$，

所以$p=-0.2t^2+1.5t-2=-0.2(t-\frac{15}{4})^2+\frac{13}{16}$，因为$t>0$，所以当$t=\frac{15}{4}=3.75$时，$p$取最大值，

故此时的 t=3.75 分钟为最佳加工时间，故选 B.

考点：本小题以实际应用为背景，主要考查二次函数的解析式的求解、二次函数的最值等基础知识，考查同学们分析问题与解决问题的能力.

10.【答案】C

【分析】

令$g(x)=f(x+1)$，①：根据$g(0)=0$求解出$f(1)$的值并判断；②：根据$g(x)$为奇函数可知$g(-x)=-g(x)$，化简此式并进行判断；根据$y=f(x+1)$与$y=f(x)$的图象关系确定出$f(x)$关于点对称的情况，由此判断出③④是否正确.

【详解】令$g(x)=f(x+1)$，

①因为$g(x)$为R上的奇函数，所以$g(0)=f(0+1)=0$，所以$f(1)=0$，故正确；

②因为$g(x)$为R上的奇函数，所以$g(-x)=-g(x)$，所以$f(-x+1)=-f(x+1)$，即$f(1-x)=-f(1+x)$，故正确；

因为$y=f(x+1)$的图象由$y=f(x)$的图象向左平移一个单位得到的，

又$y=f(x+1)$的图象关于原点对称，所以$y=f(x)$的图象关于点$(1,0)$对称，故③错误④正确，

所以正确的有：①②④，

故选：C.

【点睛】结论点睛：通过奇偶性判断函数对称性的常见情况：

（1）若$f(x+a)$为偶函数，则函数$y=f(x)$的图象关于直线$x=a$对称；

（2）若$f(x+a)$为奇函数，则函数$y=f(x)$的图象关于点$(a,0)$成中心对称.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11.【答案】$\exists x_0>0,2^{x_0}\le 0$

【分析】直接根据全称命题的否定为特称命题解答即可；

【详解】命题“$\forall x>0$，$2^x>0$”为全称命题，又全称命题的否定为特称命题，

故其否定为“$\exists x_0>0,2^{x_0}\le 0$”

故答案为：$\exists x_0>0,2^{x_0}\le 0$

12.【答案】14

【分析】

由韦达定理可得答案.

【详解】方程 $x^2-4x+1=0$ 的两根为 x_1 和 x_2，则

$x_1+x_2=4$，$x_1x_2=1$，则 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=16-2=14$.

故答案为：14.

13.【答案】$f(b)<f(-2)$

【分析】根据函数奇偶性求出函数 $f(x)$，在计算出 $f(b)$ 与 $f(-2)$ 的值即可比较二者之间的大小关系.

【详解】因为函数 $f(x)$ 是偶函数，所以 $f(-x)=f(x)$,

所以 $x^2-(b-1)x-2=x^2+(b-1)x-2$，得 $b=1$，即 $f(x)=x^2-2$，

因为 $f(b)=f(1)=-1$，$f(-2)=2$，

所以 $f(b)<f(-2)$，

故答案为：$f(b)<f(-2)$.

14.【答案】 ①. $[2,6]$ ②. $[-2,4]$(答案不唯一)

【分析】利用二次函数的单调性与对称性计算即可. 根据题意令 $f(x)=2$，$f(x)=11$，求出对应的 x 值，结合二次函数的性质即可求解.

【详解】由 $f(x)=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$，

可知 $x\in[0,1]$，函数单调递减，当 $x\in[1,3]$ 时，函数单调递增，

故 $x=1$ 时，$f(x)_{\min}=2$，$x=3$ 时，$f(x)_{\max}=6$，即 $f(x)\in[2,6]$. $f(x)$ 的值域是 $[2,6]$.

令 $f(x)=x^2-2x+3=2$，解得 $x=1$；

令 $f(x)=x^2-2x+3=11, x^2-2x-8=0$，解得 $x=-2$ 或 $x=4$；

由二次函数的图象与性质可得，若要使函数 $f(x)=x^2-2x+3$ 的值域是 $[2,11]$，

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通（微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

则它的定义域是可能是$[1,4]$，$[-2,1]$，$[-2,4]$.

故答案为：$[2,6]$;$[-2,4]$(答案不唯一)

15.【答案】$(-\infty,1]$

【分析】求出函数的对称轴，分类讨论区间端点与对称轴的大小，将恒成立问题转化为最值问题解决.

【详解】由 $f(x)=x^2-2ax+2$ 可知，函数对称轴为 $x=a$，

当 $a\in(-\infty,\frac{1}{2})$ 时，$f(x)$ 在 $[\frac{1}{2},+\infty)$ 上单调递增，$f(x)_{\min}=f(\frac{1}{2})=\frac{9}{4}-a$，

所以要使 $f(x)\geq a$ 恒成立，即 $f(x)_{\min}\geq a$，即 $\frac{9}{4}-a\geq a, a<\frac{1}{2}$，解得 $a<\frac{1}{2}$；

当 $a\in[\frac{1}{2},+\infty)$ 时，$f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(x)_{\min}=f(a)=2-a^2$，

则 $2-a^2\geq a, a\geq\frac{1}{2}$，解得 $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$；

综上所述，a 的取值范围是 $(-\infty,1]$.

故答案为：$(-\infty,1]$

16.【答案】 ①. (1, 4) ②. $[1,3]\cup(4,+\infty)$

【详解】分析:根据分段函数，转化为两个不等式组，分别求解，最后求并集.先讨论一次函数零点的取法，再对应确定二次函数零点的取法，即得参数 λ 的取值范围.

详解：由题意得 $\begin{cases} x\geq 2 \\ x-4<0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x<2 \\ x^2-4x+3<0 \end{cases}$，所以 $2\leq x<4$ 或 $1<x<2$，即 $1<x<4$，不等式 $f(x)<0$ 的解集是 $(1,4)$,

当 $\lambda>4$ 时，$f(x)=x-4>0$，此时 $f(x)=x^2-4x+3=0, x=1,3$，即在 $(-\infty,\lambda)$ 上有两个零点；当 $\lambda\leq 4$ 时，$f(x)=x-4=0, x=4$，由 $f(x)=x^2-4x+3$ 在 $(-\infty,\lambda)$ 上只能有一个零点得 $1<\lambda\leq 3$.综上，λ 的取值范围为 $[1,3]\cup(4,+\infty)$.

点睛：已知函数有零点求参数取值范围常用的方法和思路：

(1)直接法：直接根据题设条件构建关于参数的不等式，再通过解不等式确定参数范围；

(2)分离参数法：先将参数分离，转化成求函数值域问题加以解决；

(3)数形结合法：先对解析式变形，在同一平面直角坐标系中，画出函数的图象，然后数形结合求解.

三、解答题共 6 小题，共 86 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17.【答案】(1) $A\cap B=\{x|-4\leq x<-2\}$；

(2) $(\complement_U A)\cup B=\{x|-4\leq x\leq 3\}$.

【分析】通过解分式不等式和绝对值不等式求出集合 A,B，结合集合的运算即可求解.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

【小问 1 详解】

根据题意：$\because \dfrac{x-3}{x+2}>0 \therefore (x-3)(x+2)>0$，

解得：$x<-2$ 或 $x>3$，即 $A=\{x|x<-2 \text{ 或 } x>3\}$，

$\because |2x+3|\le 5, \therefore -5\le 2x+3\le 5$，解得：$-4\le x\le 1$，即 $B=\{x|-4\le x\le 1\}$；

$\therefore A\cap B=\{x|-4\le x<-2\}$；

【小问 2 详解】

$\because A=\{x|x<-2 \text{ 或 } x>3\}$，$\therefore \complement_U A=\{x|-2\le x\le 3\}$，

$\because B=\{x|-4\le x\le 1\}$，$\therefore (\complement_U A)\cup B=\{x|-4\le x\le 3\}$.

18. 【答案】（1）$f(x)$ 为奇函数，证明如下.

（2）证明如下.

【分析】(1)用奇函数的性质证明即可.

(2)用定义证明单调性即可.

【小问 1 详解】

$f(x)$ 为奇函数；

证明：由题意知 $f(x)$ 的定义域 $\{x|x\ne 0\}$ 关于原点对称，

且 $f(-x)=-x+\dfrac{4}{-x}=-\left(x+\dfrac{4}{x}\right)=-f(x)$，故得证；

【小问 2 详解】

证明：设任意的 $2<x_1<x_2$，

则

$$f(x_1)-f(x_2)=x_1+\frac{4}{x_1}-\left(x_2+\frac{4}{x_2}\right)=(x_1-x_2)+\left(\frac{4}{x_1}-\frac{4}{x_2}\right)=(x_1-x_2)+\frac{4(x_2-x_1)}{x_1x_2}=(x_1-x_2)\left(\frac{x_1x_2-4}{x_1x_2}\right)$$

因为 $x_1-x_2<0, x_1x_2>4$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，

故函数 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增

19. 【答案】（1）200 （2）$y=\dfrac{200}{3x+2}+6x(0\le x\le 5)$

（3）宿舍应建在离工厂 $\dfrac{8}{3}km$ 处，总费用最小为 36 万元.

【分析】（1）根据条件代入，即可求得；

（2）费用之和包括函数 P、道路费用两部分，加起来即可；

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

（3）用基本不等式求第（2）问函数的最值即可.

【小问 1 详解】

由题意，得 $40=\dfrac{k}{3\times1+2}$， $k=200$

【小问 2 详解】

$y=P+6x=\dfrac{200}{3x+2}+6x\ (0\le x\le5)$

【小问 3 详解】

$y=\dfrac{200}{3x+2}+6x=\dfrac{200}{3x+2}+2(3x+2)-4\ge2\sqrt{\dfrac{200}{3x+2}\times2(3x+2)}-4=36$ ，

当且仅当 $\dfrac{200}{3x+2}=2(3x+2)$，且 $0\le x\le5$，即 $x=\dfrac{8}{3}$ 时取等号

所以，宿舍应建在离工厂 $\dfrac{8}{3}$ km 处，总费用最小为 36 万元.

20. 【答案】答案不唯一，具体见解析

【分析】讨论 $a=0$ 、 $a\ne0$ 时，不等式的解集情况，再分 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 、 $a=\dfrac{1}{2}$ 、 $a>\dfrac{1}{2}$ 、 $a<0$，求出不等式的解集即可.

【详解】解：①当 $a=0$ 时，原不等式为 $-x+2>0$，解得 $x<2$；

②当 $a\ne0$ 时，原不等式为 $(ax-1)(x-2)>0$，

（i）当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时， $\dfrac{1}{a}>2$，解不等式 $(ax-1)(x-2)>0$ 可得 $x<2$ 或 $x>\dfrac{1}{a}$；

（ii）当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，原不等式即为 $\dfrac{1}{2}(x-2)^2>0$，解得 $x\ne2$；

（iii）当 $a>\dfrac{1}{2}$ 时， $0<\dfrac{1}{a}<2$，解不等式 $(ax-1)(x-2)>0$ 可得 $x<\dfrac{1}{a}$ 或 $x>2$；

（iv）当 $a<0$ 时， $\dfrac{1}{a}<0<2$，解不等式 $(ax-1)(x-2)>0$ 可得 $\dfrac{1}{a}<x<2$.

综上所述，当 $a<0$ 时，原不等式的解集为 $\left\{x\middle|\dfrac{1}{a}<x<2\right\}$；

当 $a=0$ 时，原不等式的解集为 $\{x|x<2\}$；

当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\left\{x\middle|x\langle2或x\rangle\dfrac{1}{a}\right\}$；

当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\{x|x\ne2\}$；

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

当 $a>\frac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\left\{x\middle|x<\frac{1}{a}\text{或}x>2\right\}$.

21.【答案】(1) $(1,3)$，$(3,9)$

(2) $a<0$　(3) 答案见解析

【分析】(1) 联立方程直接计算;

(2) 根据二次函数单调性可得参数范围;

(3) 分类讨论结合函数的单调性求解即可.

【小问 1 详解】

当 $a=1$ 时，$f(x)=x^2-x+3$，

联立方程 $\begin{cases}y=x^2-x+3\\y=3x\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3\\y=9\end{cases}$，

即交点坐标为 $(1,3)$ 和 $(3,9)$.

【小问 2 详解】

函数 $f(x)=x^2-ax+3$ 在 $\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)$ 上单调递减;

又函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上不具有单调性，

所以 $\frac{a}{2}<0$，即 $a<0$.

【小问 3 详解】

函数 $f(x)=x^2-ax+3$ 在 $\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)$ 上单调递减;

当 $\frac{a}{2}\le-2$ 时，$f(x)=x^2-ax+3$ 在 $x\in[-2,2]$ 上单调递增，$f(x)$ 的最小值

$f(-2)=4+2a+3=7+2a$.

当 $\frac{a}{2}\ge2$ 时，$f(x)=x^2-ax+3$ 在 $x\in[-2,2]$ 上单调递减，$f(x)$ 的最小值 $f(2)=4-2a+3=7-2a$.

当 $-2<\frac{a}{2}<2$ 时，$f(x)=x^2-ax+3$ 在 $\left(\frac{a}{2},2\right)$ 上单调递增，在 $\left(-2,\frac{a}{2}\right)$ 上单调递减，$f(x)$ 的最小值

$f\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{a^2}{4}-\frac{a}{2}\times a+3=3-\frac{a^2}{4}$.

当 $a\le-4$，$f(x)$ 的最小值 $f(-2)=7+2a$.

当 $a\ge4$，$f(x)$ 的最小值 $f(2)=7-2a$.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

当 $-4<a<4$, $f(x)$ 的最小值 $f\left(\frac{a}{2}\right)=3-\frac{a^2}{4}$.

22.【答案】(1) $B=\{6,10,15\}$

(2) 7　(3) 不存在，理由见解析

【分析】(1) 利用集合的生成集定义直接求解.

(2) 设 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，且 $0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$，利用生成集的定义即可求解；

(3) 不存在，理由反证法说明.

【小问 1 详解】

$\because A=\{2,3,5\}$，$\therefore B=\{6,10,15\}$

【小问 2 详解】

设 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，不妨设 $0<a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$，

因为 $a_1a_2<a_1a_3<a_1a_4<a_1a_5<a_2a_5<a_3a_5<a_4a_5$，所以 B 中元素个数大于等于 7 个，

又 $A=\{2^1,2^2,2^3,2^4,2^5\}$，$B=\{2^3,2^4,2^5,2^6,2^7,2^8,2^9\}$，此时 B 中元素个数等于 7 个，

所以生成集 B 中元素个数的最小值为 7.

【小问 3 详解】

不存在，理由如下：

假设存在 4 个正实数构成的集合 $A=\{a,b,c,d\}$，使其生成集 $B=\{2,3,5,6,10,16\}$，

不妨设 $0<a<b<c<d$，则集合 A 的生成集 $B=\{ab,ac,ad,bc,bd,cd\}$

则必有 $ab=2,cd=16$，其 4 个正实数的乘积 $abcd=32$；

也有 $ac=3,bd=10$，其 4 个正实数的乘积 $abcd=30$，矛盾；

所以假设不成立，故不存在 4 个正实数构成的集合 A，使其生成集 $B=\{2,3,5,6,10,16\}$

【点睛】关键点点睛：本题考查集合的新定义，解题的关键是理解集合 A 的生成集的定义，考查学生的分析解题能力，属于较难题.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！