

2021 北京十四中高三（上）期中

数 学

2021.11

班级：_____ 姓名：_____

注 意 事 项	1. 本试卷共 6 页，共 21 道小题，满分 150 分。考试时间 120 分钟。 2. 在答题卡上指定位置贴好条形码，或填涂考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 答题不得使用任何涂改工具。	出题人：高三备考组 审核人：高三备考组
------------------	--	------------------------

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 设集合 $A = \{x | -\frac{1}{2} < x < 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 1\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -\frac{1}{2} < x \leq 1\}$ C. $\{x | x < 2\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 2\}$

2. 已知平面向量 $a = (1, 2)$, $b = (-2, m)$, 且 $a \parallel b$, 则 m 的值为

- A. -1 B. -4 C. 1 D. 4

3. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_3 = 5$, 且公比 $q = 2$, 则 $a_3 + a_5 =$

- A. 10 B. 13 C. 20 D. 25

4. 已知 $x, y \in R$, 且 $x > y > 0$, 则

- A. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} > 0$ B. $\sin x - \sin y > 0$ C. $(\frac{1}{2})^x - (\frac{1}{2})^y < 0$ D. $\ln x + \ln y > 0$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 Ox 为始边，终边与单位圆交于点 $(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{3})$, 则 $\cos(\pi + \alpha) =$

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 有四个关于三角函数的命题：

$$p_1: \exists x \in R, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$$

$$p_2: \exists x, y \in R, \sin(x - y) = \sin x - \sin y$$

$$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = \sin x \quad p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$$

其中假命题的是

- A. p_1, p_4 B. p_2, p_4 C. p_1, p_3 D. p_2, p_3

7. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是非零向量, 且 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线. 则“ $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ ”是“ $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = |2\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ ”的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度, 所得图象与曲线 $y = e^{-x}$ 关于 x 轴对称, 则 $f(x) =$

- A. e^{x+1} B. e^{x-1} C. $-e^{-x-1}$ D. $-e^{-x+1}$

9. 渔民出海打鱼, 为了保证运回的鱼的新鲜度 (以鱼肉内的三甲胺量的多少来确定鱼的新鲜度. 三甲胺是一种挥发性碱性氨, 是氨的衍生物, 它是由细菌分解产生的三甲胺量积聚就表明鱼的新鲜度下降, 鱼体开始变质, 进而腐败), 鱼被打上船后, 要在最短的时间内将其分拣、冷藏. 已知某种鱼失去的新鲜度 h 与其出海后时间 t (分) 满足的函数关系式为 $h = m \cdot a^t$. 若出海后 20 分钟, 这种鱼失去的新鲜度为 20%, 出海后 30 分钟, 这种鱼失去的新鲜度为 40%, 那么若不及时处理, 打上船的这种鱼大约在多长时间刚好失去 50% 的新鲜度

(参考数据: $1g2 \approx 0.3$)

- A. 33 分钟 B. 43 分钟 C. 50 分钟 D. 56 分钟

10. 函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的奇函数, 满足 $f(\frac{\pi}{2} - x) = f(\frac{\pi}{2} + x)$,

且当 $x \in [0, \pi)$ 时, $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 - \pi x + \pi}$, 给出下列四个结论:

- ① $f(\pi) = 0$;
② π 是函数 $f(x)$ 的周期;
③ 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增;
④ 函数 $g(x) = f(x) - \sin 1 (x \in [-10, 10])$ 所有零点之和为 3π .

其中, 所有正确结论的序号是_____.

- A. ①③ B. ①④ C. ①③④ D. ①②③④

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 抛物线 $x^2 = 4y$ 的准线方程是_____.

12. 函数 $y = x + \frac{4}{x-1} (x > 1)$ 的最小值为_____.

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_4=-4$, 则公差为_____; $a_1 + a_3 + \dots + a_{2n+3} =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2})$, $x = -\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点, $x = \frac{\pi}{4}$ 为 $y = f(x)$ 图像的对称轴, 且

$f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{36}, \frac{5\pi}{36})$ 单调, 则 ω 的最大值是_____.

15. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = f(x)\}$, 若对于任意 $(x_1, y_1) \in M$, 存在 $(x_2, y_2) \in M$,

使得 $x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$ 成立, 则称集合 M 是“好集合”. 给出下列 4 个集合:

① $M = \{(x, y) | y = \frac{1}{x}\}$; ② $M = \{(x, y) | y = e^x - 2\}$;

③ $M = \{(x, y) | y = \cos x\}$; ④ $M = \{(x, y) | y = \ln x\}$.

其中所有“好集合”的序号是_____.

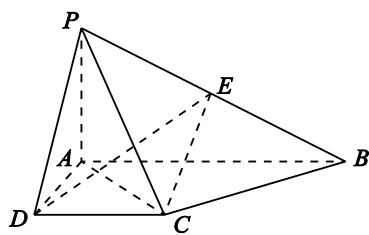
三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 85 分)

16. (本小题 13 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AB=4, PA=AD=CD=2$, 点 E 为 PB 的中点.

(I) 求证: 平面 $PBC \perp$ 平面 PAC ;

(II) 求二面角 $E-CD-A$ 的余弦值.



17. (本小题 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{3}$, $b - a = 1$, 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知,

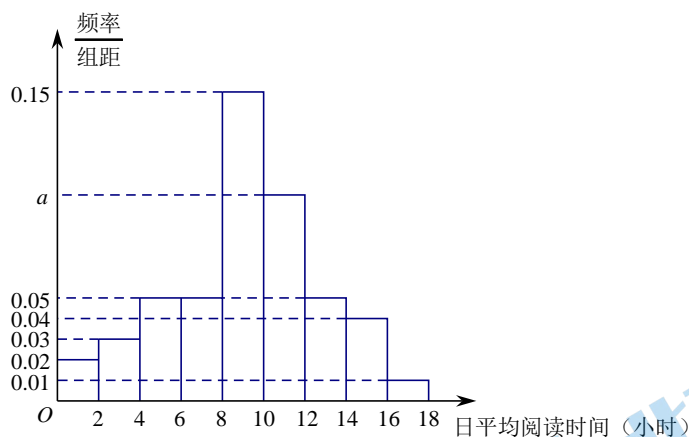
求: (I) $\sin(A + B)$ 的值;

(II) $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $c = 5$; 条件②: $\cos B = -\frac{1}{7}$.

18. (本小题 14 分)

为了解某地区高一学生阅读时间的分配情况, 从该地区随机抽取了 500 名高一学生进行在线调查, 得到了这 500 名学生的日平均阅读时间 (单位: 小时), 并将样本数据分成 $[0, 2]$, $(2, 4]$, $(4, 6]$, $(6, 8]$, $(8, 10]$, $(10, 12]$, $(12, 14]$, $(14, 16]$, $(16, 18]$ 九组, 绘制成如图所示的频率分布直方图.



(I) 求 a 的值;

(II) 为进一步了解这 500 名学生数字媒体阅读时间和纸质图书阅读时间的分配情况, 从日平均阅读时间在 $(12, 14]$, $(14, 16]$, $(16, 18]$ 三组内的学生中, 采用分层抽样的方法抽取了 10 人, 现从这 10 人中随机抽取 3 人, 记日平均阅读时间在 $(14, 16]$ 内的学生人数为 X , 求 X 的分布列;

(III) 以调查结果的频率估计概率, 从该地区所有高一学生中随机抽取 20 名学生, 用“ $P_{20}(k)$ ”表示这 20 名学生中恰有 k 名学生日平均阅读时间在 $(10, 12]$ (单位: 小时) 内的概率, 其中 $k = 0, 1, 2, \dots, 20$. 当 $P_{20}(k)$ 最大时, 写出 k 的值. (只需写出结论)

19. (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = (x+a)e^x$, 其中 e 是自然对数的底数, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $a < 1$ 时, 试确定函数 $g(x) = f(x-a) - x^2$ 的零点个数, 并说明理由.

20. (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 的右焦点为 F , 右顶点为 A , 离心率为 e , 点 $P(m, 0) (m > 4)$ 满足条件 $\frac{|FA|}{|AP|} = e$.

(I) 求 m 的值;

(II) 设过点 F 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点, 记 $\triangle PMF$ 和 $\triangle PNF$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求证:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{|PM|}{|PN|}.$$

21. (本小题 15 分)

对于实数数列 $\{a_n\}$, 记 $m_n = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$.

(I) 若 $m_1=1, m_2=2, m_3=4, m_4=8$, 写出 a_1, a_2, a_3, a_4 的值;

(II) 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 求证: 对任意三元数组 $(i, j, k) (i, j, k$ 两两不相等),

$$\text{总有 } (i-j)m_k + (j-k)m_i + (k-i)m_j = 0;$$

(III) 若对任意三元数组 $(i, j, k) (i, j, k$ 两两不相等), 存在常数 c , 使得 $(i-j)m_k + (j-k)m_i + (k-i)m_j = c$, 求证:

$\{a_n\}$ 是等差数列.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018