

## 高三考试数学试卷

注意事项:

- 1.答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.
- 4.本试卷主要考试内容:高考全部内容.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合  $A = \{x | 2^x > 1\}$ ,  $B = \{x | 2 - x > 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

A.  $(2, +\infty)$     B.  $(1, 2)$     C.  $(-\infty, 0)$     D.  $(0, 2)$

2.若复数  $z = i^3(2 + 3i)$ , 则  $\bar{z} =$  ( )

A.  $3 - 2i$     B.  $3 + 2i$   
C.  $-3 - 2i$     D.  $-3 + 2i$

3.已知抛物线  $C: y = \frac{1}{2}x^2$  的焦点为  $F$ , 则点  $F$  到抛物线  $C$  的准线的距离是 ( )

A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{2}$     C. 1    D. 2

4.在正项等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 2a_1 + a_2$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公比是 ( )

A. 4    B. 2    C. 1    D.  $\frac{1}{2}$

5.已知某圆锥的轴截面是等腰直角三角形, 则该圆锥的侧面积与表面积的比值是 ( )

A.  $2 - \sqrt{2}$     B.  $\sqrt{2} - 1$     C.  $\sqrt{2} + 1$     D.  $2 + \sqrt{2}$

6.甲、乙相约从同一地点同时出发, 同向围着一个周长是 200 米的圆形跑道跑步, 甲每秒跑 2.5 米, 乙每秒跑 3.5 米, 则“甲、乙相遇”是“甲、乙都跑了 400 秒”的 ( )

A. 充要条件    B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件    D. 既不充分也不必要条件

7.已知函数  $y = f(x) - 1$  为奇函数, 则  $f(-10) + f(-9) + f(-8) + \dots + f(0) + f(1) + \dots + f(10) =$  ( )

A. 20    B. 10    C. 21    D. 11

8.已知点  $F$  是双曲线  $C_1: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$  的上焦点,  $M$  是  $C_1$  下支上的一点, 点  $N$  是圆  $C_2: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$  上

一点, 则  $|MF| + |MN|$  的最小值是 ( )

A.7 B.6 C.5 D. $4\sqrt{2}-1$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.已知直线  $l: x + \sqrt{3}y - 4 = 0$  与圆  $C: x^2 + y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 12 = 0$ ，则 ( )

A.直线  $l$  的倾斜角是  $\frac{2\pi}{3}$

B.圆  $C$  的半径是 4

C.直线  $l$  与圆  $C$  相交

D.圆  $C$  上的点到直线  $l$  的距离的最大值是 7

10.已知甲运动员的投篮命中率是 0.8，乙运动员的投篮命中率是 0.9，甲、乙投篮互不影响.若两人各投篮一次，则 ( )

A.都没有命中的概率是 0.02

B.都命中的概率是 0.72

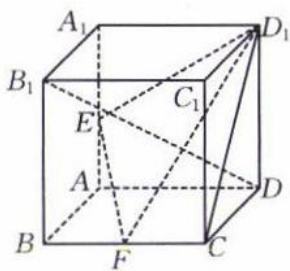
C.至少一人命中的概率是 0.94

D.恰有一人命中的概率是 0.18

11.已知函数  $f(x) = \begin{cases} \cos\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right), -\frac{\pi}{\omega} < x < 0, \\ \sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right), 0 < x < \frac{\pi}{3} \end{cases}$  ( $\omega > 0$ ) 只有 5 个零点，则  $\omega$  的值可能为 ( )

A.4 B.5 C. $\frac{11}{2}$  D. $\frac{25}{4}$

12.如图，在棱长为 6 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E, F$  分别是棱  $AA_1, BC$  的中点，则 ( )



A.  $B_1D \perp$  平面  $D_1EF$

B.异面直线  $CD_1$  与  $EF$  所成的角是  $\frac{\pi}{6}$

C.点  $B_1$  到平面  $D_1EF$  的距离是  $\frac{30\sqrt{29}}{29}$

D.平面  $D_1EF$  截正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  所得图形的周长为  $\sqrt{13} + \frac{9\sqrt{5}}{2} + \frac{25}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 向量  $\vec{a} = (2, -3)$ ,  $\vec{b} = (m, 4)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 5 名学生的期中考试数学成绩分别为 98, 120, 105, 110,  $m$ , 若这 5 名学生成绩的第 60 百分位数为 111, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知点  $A$  是函数  $f(x) = e^x - 3x$  图象上的任意一点, 直线  $l: 2x + y + 9 = 0$ , 则点  $A$  到直线  $l$  的距离的最小值是 \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \log_2(-x^2 + ax + 15)$  在  $\left[\frac{1}{4}, 4\right]$  上为单调函数, 则  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

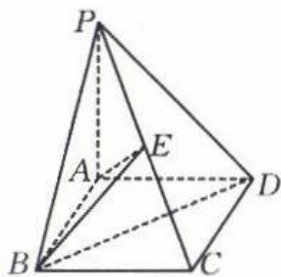
17. (10 分)

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 且  $(a + b - c)(a - b - c) + ac = 0$ .

- (1) 求角  $B$  的大小;
- (2) 若  $b = 2\sqrt{3}, c = 2a$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18. (12 分)

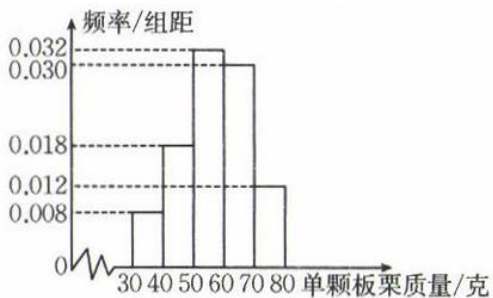
如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 四边形  $ABCD$  是菱形,  $E$  是棱  $PC$  的中点.



- (1) 证明:  $AE \perp BD$ .
- (2) 若  $PA = AB, \angle ABC = 60^\circ$ , 求平面  $ABE$  与平面  $PCD$  夹角的余弦值.

19. (12 分)

镇安大板栗又称中国甘栗、东方珍珠, 以味道甜脆, 甘美可口, 老幼皆宜, 营养丰富而著称于世. 现从某板栗园里随机抽取部分板栗进行称重 (单位: 克), 将得到的数据按  $[30, 40), [40, 50), [50, 60), [60, 70), [70, 80]$  分成五组, 绘制的频率分布直方图如图所示.



(1) 请估计该板栗园的板栗质量的中位数;

(2) 现采用分层抽样的方法从质量在  $[40, 50)$  和  $[70, 80]$  内的板栗中抽取 10 颗, 再从这 10 颗板栗中随机抽取 4 颗, 记抽取到的特等板栗 (质量  $\geq 70$  克) 的个数为  $X$ , 求  $X$  的分布列与数学期望.

20. (12 分)

已知函数  $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2} x^2 - (a+1)x (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 当  $a = -1$  时, 求  $f(x)$  的最小值;

(2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) \geq 0$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

21. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} + a_n = 3n$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

22. (12 分)

动点  $M(x, y)$  与定点  $F(-1, 0)$  的距离和它到直线:  $x = -4$  的距离的比是常数  $\frac{1}{2}$ , 点  $M$  的轨迹为  $C$ .

(1) 求  $C$  的方程, 并说明  $C$  是什么曲线;

(2) 若过  $F$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 点  $P$  是  $C$  上一点,  $|PF|$  的最大值为  $m$ , 最小值为  $n$ , 且

$|AF|, \frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{2}, |BF|$  成等比数列, 求  $l$  的方程.