2018 北京丰台区高一（上）期末

数　　学

2018. 1

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{-1,3\}$，则 $A\cup B=$

(A) $\{3\}$　(B) $\{-1,1,2,3\}$　(C) $\{-1,1\}$　(D) $\{x\,|\,-1\le x\le 3\}$

2．函数 $f(x)=\sqrt{1-x}+\lg x$ 的定义域为

(A) $(0,1)$　(B) $[0,1)$　(C) $(0,1]$　(D) $[0,1]$

3．已知向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2)$，点 B 的坐标为 $(-1,2)$，则点 A 的坐标为

(A) $(-2,0)$　(B) $(-2,4)$　(C) $(0,4)$　(D) $(2,0)$

4．为了得到函数 $y=3\sin(2x-\frac{\pi}{5})$ 的图象，只要把函数 $y=3\sin 2x$ 图象上所有的点

(A) 向左平移 $\frac{\pi}{10}$ 个单位长度 (B) 向左平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度

(C) 向右平移 $\frac{\pi}{10}$ 个单位长度 (D) 向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度

5．下列函数中，既是奇函数又在区间 $(-1,1)$ 上是增函数的是

(A) $y=\frac{1}{x}$　(B) $y=\tan x$　(C) $y=-\sin x$　(D) $y=\cos x$

6. 已知 $a=\frac{1}{2}$, $b=e^{0.5}$, $c=0.5^{\frac{1}{2}}$，其中 $e\approx 2.71828$，则 a,b,c 的大小关系为

(A) $a>b>c$　(B) $c>a>b$　(C) $b>a>c$　(D) $b>c>a$

7．已知 $\sin\alpha=\frac{12}{13}$，$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，则 $\tan(\pi+\alpha)=$

(A) $\frac{12}{5}$　(B) $-\frac{12}{5}$　(C) $\frac{5}{12}$　(D) $-\frac{5}{12}$

8．已知弹簧振子完成一次全振动的过程中位移随时间变化的数据如下表：

时间	0	t_0	$2t_0$	$3t_0$	$4t_0$	$5t_0$	$6t_0$	$7t_0$	$8t_0$	$9t_0$	$10t_0$	$11t_0$	$12t_0$
位移	-20.0	-17.8	-10.1	0.1	10.3	17.7	20.0	17.7	10.3	0.1	-10.1	-17.8	-20.0

则可以近似刻画位移 y 与时间 x 的函数关系是

(A) $y=20\cos\frac{\pi x}{12t_0}, x\in[0,+\infty)$ (B) $y=20\sin(\frac{\pi x}{12t_0}-\frac{\pi}{2}), x\in[0,+\infty)$

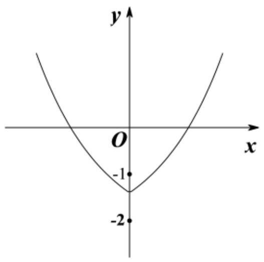
(C) $y=20\cos\frac{\pi x}{6t_0}, x\in[0,+\infty)$ (D) $y=20\sin(\frac{\pi x}{6t_0}-\frac{\pi}{2}), x\in[0,+\infty)$

9．已知△ABC 中，点 D 满足 $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，则

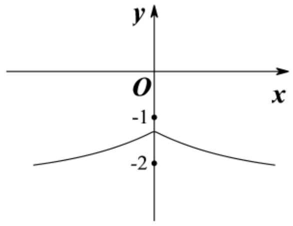
(A) 点 D 不在直线 BC 上　　(B) 点 D 在 BC 的延长线上

(C) 点 D 在线段 BC 上　(D) 点 D 在 CB 的延长线上

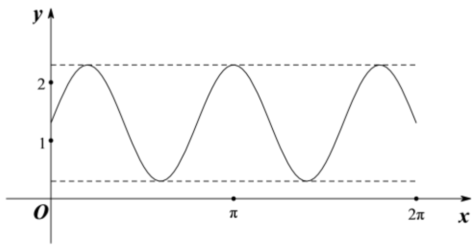
10．已知函数 $y=a+\sin bx$（$b>0$ 且 $b\neq 1$）的图象如图所示，则函数 $y=a^{|x|}-b$ 的图象可能是

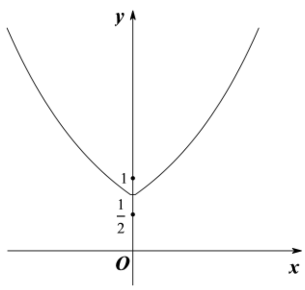


(A)

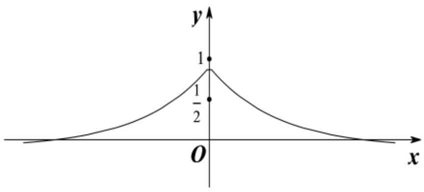


(B)





(C)



(D)

第二部分（非选择题　共 60 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．

11．已知幂函数 $y=f(x)$ 的图象经过点 $(2,4)$，则 $f(3)=$______．

12．计算 $(0.25)^{\frac{1}{2}}+\lg 2+\lg 5=$______．

13．在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 x 轴对称．若角 α 的终边与单位圆交于点 $P(m,\frac{3}{5})$，则 $\sin\beta=$______．

14．已知函数 $f(x)=ax^2+bx-1$，其中 $a>0$，$b<0$．若 $x\in[-a,0]$，$f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{2}{a},9\right]$，则 $a=$______，$b=$______．

15．已知 $|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{3}$，$|\overrightarrow{OB}|=1$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，点 C 在 $\angle AOB$ 内，且 $\angle AOC=60^\circ$，设 $\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$ $(m，n\in\mathbf{R})$，则 $\frac{m}{n}=$______．

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-ax, x\le 1,\\ \log_3 x, x>1.\end{cases}$

（1）若 $f(1)=3$，则实数________ $a=$；

（2）若函数 $y=f(x)-2$ 有且仅有两个零点，则实数 a 的取值范围是.

三、解答题共 4 小题，共 36 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．（本小题共 8 分）

已知对数函数 $y=f(x)$ 的图象经过点 $(\frac{1}{8},3)$．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若 $f(x)>1$，求 x 的取值范围．

18．（本小题共 10 分）

已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(3,1)$， $\boldsymbol{b}=(x,-1)$．

（Ⅰ）若 $\boldsymbol{a}\ /\!/\ \boldsymbol{b}$，求 x 的值；

（Ⅱ）若 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，求 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角．

19．（本小题共 10 分）

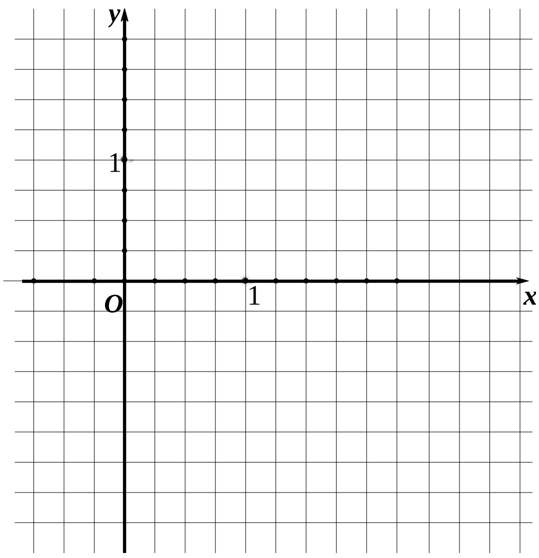
已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$．

（Ⅰ）请用“五点法”画出函数 $f(x)$ 在一个周期上的图象（先列表，再画图）；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间；

（Ⅲ）求函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值，

并写出相应 x 的值．



20．（本小题共 8 分）

已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，对任意实数 m，n， 都有 $f(m+n)=f(m)+f(n)$，且 $f(4)=2$．

（Ⅰ）求 $f(2)$ 的值；

（Ⅱ）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明；

（Ⅲ）对任意 $x\in[0,4]$， 都有 $f(x)-f(2a-1)<1$，求实数 a 的取值范围．

数学试题答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	A	C	B	D	B	D	B	A

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．

11．9 12．$\frac{3}{2}$ 13．$-\frac{3}{5}$

14．2；-1 15．$\frac{1}{3}$ 16．-2；$(-1,+\infty)$

三、解答题共 4 小题，共 36 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．解：（Ⅰ）设 $f(x)=\log_a x$（其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$），$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$1 分

因为函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(\frac{1}{8},3)$，

所以 $\log_a\frac{1}{8}=3$，$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$2 分

解得 $a=\frac{1}{2}$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$3 分

所以函数解析式为 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$4 分

（Ⅱ）因为 $f(x)>1$，所以 $\log_{\frac{1}{2}}x>1$，

即 $\log_{\frac{1}{2}}x>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$6 分

因为 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $x<\frac{1}{2}$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$7 分

因为 $x>0$，

所以 $x\in(0,\frac{1}{2})$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$8 分

18．解：（Ⅰ）因为 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，

所以 $x=3\times(-1)$，即 $x=-3$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$2 分

（Ⅱ）依题意 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(3-2x,3)$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$3 分

因为 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=0$，

即 $3(3-2x)+3=0$，$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$4 分

解得 $x=2$，所以 $\boldsymbol{b}=(2,-1)$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$5 分

设向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，

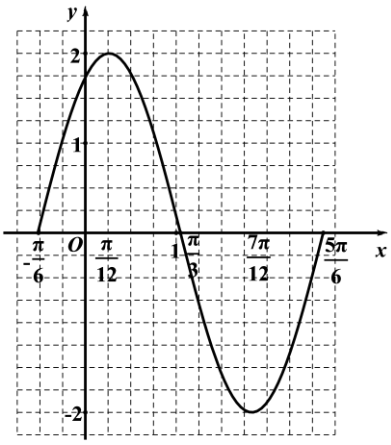
所以 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{3\times2+1\times(-1)}{\sqrt{3^2+1^2}\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$9 分

因为$\theta \in [0,\pi]$，所以$\theta = \dfrac{\pi}{4}$． ……………………10 分

19. 解：（Ⅰ）按 5 个关键点列表：

x	$-\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{12}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{7\pi}{12}$	$\dfrac{5\pi}{6}$
$2x+\dfrac{\pi}{3}$	0	$\dfrac{\pi}{2}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$	2π
$2\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$	0	2	0	-2	0

……………………2 分



……………………4 分

（Ⅱ）$T=\pi$． ……………………5 分

因为$y=\sin x$的递增区间为$\left[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right](k\in \mathbf{Z})$，

所以$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi \le 2x+\dfrac{\pi}{3}\le \dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，解得$-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \le x\le \dfrac{\pi}{12}+k\pi$，

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为$\left[-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi,\dfrac{\pi}{12}+k\pi\right](k\in \mathbf{Z})$……………………7 分

（Ⅲ）因为$0\le x\le \dfrac{\pi}{2}$，所以$\dfrac{\pi}{3}\le 2x+\dfrac{\pi}{3}\le \dfrac{4\pi}{3}$，

所以$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le \sin(2x+\dfrac{\pi}{3})\le 1$，即$-\sqrt{3}\le 2\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})\le 2$，

所以 $f(x)$ 的最小值为$-\sqrt{3}$，此时$x=\dfrac{\pi}{2}$． ……………………10 分

20. 解：（Ⅰ）因为对任意实数m,n都有$f(m+n)=f(m)+f(n)$，

令$m=n=2$，所以$f(4)=f(2)+f(2)=2$，

解得$f(2)=1$． ……………………1 分

（Ⅱ）函数$f(x)$为奇函数，证明如下：

因为$f(m+n)=f(m)+f(n)$对任意实数m,n都成立，

令$m=x,n=-x$，所以$f(0)=f(x)+f(-x)$．

令$m=n=0$，所以$f(0)=f(0)+f(0)$，解得$f(0)=0$，

所以 $f(x)+f(-x)=0$，即 $f(-x)=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数. ························4 分

（III）因为对于任意 $x\in[0,4]$，都有 $f(x)-f(2a-1)<1$

所以 $f(x)<1+f(2a-1)$，

即 $f(x)<f(2)+f(2a-1)$.

又因为 $f(2)+f(2a-1)=f(2+2a-1)=f(2a+1)$，

所以 $f(x)<f(2a+1)$，

因为函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 是增函数，所以 $2a+1>x$.

因为任意 $x\in[0,4]$，都有 $2a+1>x$ 成立，所以 $2a+1>(x)_{max}$，

由此得 $2a+1>4$，即 $a>\dfrac{3}{2}$，

所以 a 的取值范围是 $(\dfrac{3}{2},+\infty)$. ························8 分

（若用其他方法解题，请酌情给分）

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao