清华大学 2016 年自主招生&领军计划考试真题汇总

为方便考生深入了解清华自主招生考试模式，自主招生在线团队收集整理清华 2016 年自主招生真题及考试模式，供考生参考。

备注：2015-2017 年清华大学自主招生、筑梦、领军计划笔试共用一套试卷。

一、2016 笔试考试相关内容介绍

考试模式：机考系统分发和回收考卷。考生更加安全高效，阅卷也更为及时准确，还可大大降低作弊的可能性。

考试科目：

文科——数学、语文

理科——数学、物理

试卷结构：试题不仅引入多选题，而且采用单选题、多选题混合编排的方式，用以区分不同水平的学生，也增加了能力考查的力度。多选题学生全部选对得满分，选对但不全得部分分，有选错的得 0 分。

科目分数：每科 100 分

考试内容：语文——30 题，数学——40 题，物理——30 题，数学和物理都难度大于高考

考试时间：三个小时 8:30-11:30

考察方向

数学与逻辑和物理探究着重考查学生较高层次的思维能力以及综合运用所学知识分析

和解决问题的能力。阅读与表达重点考查学生的文学文化水平和各类文章的阅读水平等能力，在考查学生语言运用能力的同时也考查了学生的写作能力。

二、2016 笔试方向

（一）语文试卷要求

阅读与表达对语文基础知识和语言文字的运用能力提出的更高的要求。

内容：除了涉猎字音、字形、词语、句子衔接等内容外，还考查了汉字书写的笔顺问题、书体知识、传统文化知识、《红楼梦》文本解读以及宋词的格律炼字等。代文阅读材料的体裁既有论说文，也有小说和诗歌。文言文的阅读语料未经断句标点，还新增了分析推理题，考查学生综合语文能力。

为了彻底杜绝靠猜测拿到部分分数的情况，语文试卷中的多项选择题要求全部正确才得分，错选或少选不得分;

（二）物理试卷要求

物理探究非常注重理论联系实际，紧密联系生产、生活和科技前沿，深入挖掘情境背后的物理内涵，考查学生构建物理模型，灵活运用物理知识解决实际问题的能力。同时，也强调通过设置一些饶有兴趣的现象，引导学生探究背后的物理原因。

人类首次探测到引力波，试题就通过介绍相关实验背景和结果，考查学生提取信息、加工信息并利用关键信息进行推理判断的能力。

台球是非常受年轻人欢迎的运动，涉及到许多经典力学的规律，试题就以情境设计问题，引导学生学以致用。

三、数学笔试真题

2016年清华大学自主招生暨领军计划试题

数学

原卷为40道不定项选择题，本套试题为回忆版，部分选择改为选择题

1、已知函数 $f(x)=(x^2+a)e^x$ 有最小值，则函数 $g(x)=x^2+2x+a$ 的零点个数为（　）

A．0

B．1

C．2

D．取决于 a 的值

2、已知 $\triangle ABC$ 的三个角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c．下列条件中，能使得 $\triangle ABC$ 的形状唯一确定的有（　）

A．$a=1,b=2,c\in\mathbf{Z}$

B．$A=150^\circ$，$a\sin A+c\sin C+\sqrt{2}a\sin C=b\sin B$

C．$\cos A\sin B\cos C+\cos(B+C)\cos B\sin C=0$，$C=60^\circ$

D．$a=\sqrt{3},b=1,A=60^\circ$

3、已知函数 $f(x)=x^2-1$，$g(x)=\ln x$．下列说法中正确的有（　）

A．$f(x)$ 与 $g(x)$ 在点 $(1,0)$ 处有公切线

B．存在 $f(x)$ 的某条切线与 $g(x)$ 的某条切线互相平行

C．$f(x)$ 与 $g(x)$ 有且只有一个交点

D．$f(x)$ 与 $g(x)$ 有且只有两个交点

4、过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 作直线交抛物线于 A,B 两点，M 为线段 AB 的中点.下列说法中正确的有（　）

A．以线段 AB 为直径的圆与直线 $x=-\frac{3}{2}$ 一定相离

B．$|AB|$ 的最小值为 4

C．$|AB|$ 的最小值为 2

D．以线段 BM 为直径的圆与 y 轴一定相切

5、已知 F_1,F_2 是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，P 是椭圆 C 上一点.下列说法中正确的有（　　）

A．$a=\sqrt{2}b$ 时，满足 $\angle F_1PF_2=90^\circ$ 的点 P 有2个

B．$a>\sqrt{2}b$ 时，满足 $\angle F_1PF_2=90^\circ$ 的点 P 有4个

C．$\triangle PF_1F_2$ 的周长小于 $4a$

D．$\triangle PF_1F_2$ 的面积小于等于 $\frac{a^2}{2}$

6、甲、乙、丙、丁四个人参加比赛，有两人获奖.比赛结果揭晓之前，四个人作了如下猜测.

甲：两名获奖者在乙、丙、丁中；

乙：我没有获奖，丙获奖了；

丙：甲、丁中有且只有一人获奖；

丁：乙说得对.

已知四个人中有且只有两个人的猜测是正确的，那么两名获奖者是（　　）

A．甲

B．乙

C．丙

D．丁

7、已知AB为圆O的一条弦非（直径），$OC\perp AB$于C．P为圆O上任意一点，直线PA与直线OC相交于点M，直线PB与直线OC相交于点N.下列说法正确的有（　　）

A．O,M,B,P四点共圆

B．A,M,B,N四点共圆

C．A,O,P,N四点共圆

D．前三个答案都不对

8、$\sin A+\sin B+\sin C>\cos A+\cos B+\cos C$是$\triangle ABC$为锐角三角形的（　　）

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

9、已知x,y,z为正整数，$x\leqslant y\leqslant z$，那么方程$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$的解得组数为（　　）

A．8

B．10

C．11

D．12

10、已知集合$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$，任取$1\leqslant i<j<k\leqslant n$，

$$a_i+a_j\in A,\ \ a_j+a_k\in A,\ \ a_k+a_i\in A$$

这三个式子中至少有一个成立，则 n 的最大值为（　　）

A．6

B．7

C．8

D．9

11、已知 $\alpha=1^{\circ},\beta=61^{\circ},\gamma=121^{\circ}$，则下列各式中成立的有（　　）

A．$\tan\alpha\tan\beta+\tan\beta\tan\gamma+\tan\gamma\tan\alpha=3$

B．$\tan\alpha\tan\beta+\tan\beta\tan\gamma+\tan\gamma\tan\alpha=-3$

C．$\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma}{\tan\alpha\tan\beta\tan\gamma}=3$

D．$\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma}{\tan\alpha\tan\beta\tan\gamma}=-3$

12、已知实数 a,b,c 满足 $a+b+c=1$，则 $\sqrt{4a+1}+\sqrt{4b+1}+\sqrt{4c+1}$ 的最大值与最小值乘积属于区间（　　）

A．$(11,12)$

B．$(12,13)$

C．$(13,14)$

D．$(14,15)$

13、已知 $x,y,z\in\mathbf{R}$，满足 $x+y+z=1$，$x^2+y^2+z^2=1$，则下列结论正确的有（　　）

A．xyz 的最大值为 0

B．xyz 的最小值为 $-\dfrac{4}{27}$

C．z 的最大值为 $\frac{2}{3}$

D．z 的最小值为 $-\frac{1}{3}$

14、数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=6a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$. 对任意正整数 n ，下列说法中正确的有（　　）

A．$a_{n+1}^2-a_{n+2}a_n$ 为定值

B．$a_n\equiv 1(\mathrm{mod}9)$ 或 $a_n\equiv 2(\mathrm{mod}9)$

C．$4a_na_{n+1}-7$ 为完全平方数

D．$8a_na_{n+1}-7$ 为完全平方数

15、若复数 z 满足 $|z+\frac{1}{z}|=1$ ，则 $|z|$ 可以取到的值有（　　）

A．$\frac{1}{2}$

B．$-\frac{1}{2}$

C．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

16、从正 2016 边形的顶点中任取若干个，顺次相连构成多边形，其中正多边形的个数为(　　)

A．6552

B．4536

C．3528

D．2016

17、已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与直线$l_1:y=\frac{1}{2}x$，$l_2:y=-\frac{1}{2}x$，过椭圆上一点$P$作$l_1,l_2$的平行线，分别交$l_1,l_2$于$M,N$两点.若$|MN|$为定值，则$\sqrt{\frac{a}{b}}=$（　　）

A．$\sqrt{2}$

B．$\sqrt{3}$

C．2

D．$\sqrt{5}$

18、关于x,y的不定方程$x^2+615=2^y$的正整数解得组数为（　　）

A．0

B．1

C．2

D．3

19、因为实数的乘法满足交换律与结合律，所以若干个实数相乘的时候，可以有不同的次序.例如，三个实数a,b,c相乘的时候，可以$(ab)c,(ba)c,c(ab),b(ca),\cdots$等等不同的次序.记$n$个实数相乘时不同的次序有$I_n$种，则（　　）

A．$I_2=2$

B．$I_3=12$

C．$I_4=96$

D．$I_5=120$

20、甲乙丙丁4个人进行网球淘汰赛，规定首先甲乙一组、丙丁一组进行比赛，两组的胜者争夺冠军，4个人相互比赛时的胜率如下表所示：

	甲	乙	丙	丁
甲	–	0.3	0.3	0.8
乙	0.7	–	0.6	0.4
丙	0.7	0.4	–	0.5
丁	0.2	0.6	0.5	–

表中的每个数字表示其所在行的选手击败其所在列的选手的概率，例如甲击败乙的概率是0.3，乙击败丁的概率是0.4.那么甲赢得冠军的概率是________.

21、在正三棱锥$P-ABC$中，$\triangle ABC$的边长为1.设点P到平面ABC的距离为x，异面直线AB与CP的距离为y，$\lim\limits_{x\to+\infty} y=$________.

22、如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，中心为O，$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{A_1E}=\frac{1}{4}\overrightarrow{A_1A}$，则四面体$OEBF$的体积为________.

23、$\int_0^{2\pi}(x-\pi)^{2n-1}(1+\sin^{2n}x)dx=$________.

24、实数x,y满足$(x^2+y^2)^3=4x^2y^2$，则x^2+y^2的最大值为________.

25、x,y,z均为非负实数，满足$(x+\frac{1}{2})^2+(y+1)^2+(z+\frac{3}{2})^2=\frac{27}{4}$，则$x+y+z$的最大值为________，最小值为________.

26、O为$\triangle ABC$内一点，满足$S_{\triangle AOB}:S_{\triangle BOC}:S_{\triangle COA}=4:3:2$.设$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu=$________.

27、已知复数 $z=\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{2\pi}{3}$，则 $z^3+\dfrac{z^2}{z^2+z+2}=$________.

28、已知 z 为非零复数，$\dfrac{z}{10}$ 和 $\dfrac{40}{z}$ 的实部和虚部均为不小于1的正数，则在复平面中，z 所对应的向量 $\overrightarrow{OP}$ 的端点 P 运动所形成的图形面积为________.

29、若 $\tan 4x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\dfrac{\sin 4x}{\cos 8x\cos 4x}+\dfrac{\sin 2x}{\cos 4x\cos 2x}+\dfrac{\sin x}{\cos 2x\cos x}+\dfrac{\sin x}{\cos x}=$________.

30、将16个数：4个1，4个2，4个3，4个4填入一个 4×4 的数表中，要求每行、每列都恰好有两个偶数，共有________填法.

31、A 是集合 $\{1,2,3,\cdots,14\}$ 的子集，从 A 中任取3个元素，由小到大排列之后都不能构成等差数列，则 A 中元素个数的最大值为________.

五、2015年自主招生笔试数学真题

2015 年清华大学自主招生试题

2015年清华大学自主招生试题（回忆版）

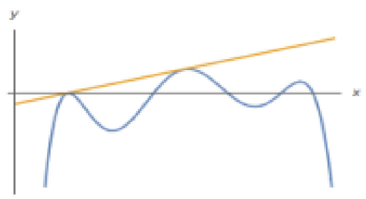
发表于2015年7月21日由意琦行

注 所有选择题均为不定项选择题.

1、已知非负实数 x,y,z 满足 $4x^2+4y^2+z^2+2z=3$，求 $5x+4y+3z$ 的最大值.

2、已知 $x^2+y^2\leqslant 1$，求 $|x^2+2xy-y^2|$ 的最大值.

3、如图所示，已知函数 $f(x)$ 与直线 $y=kx+m$ 有两个切点，则 $g(x)=kx-f(x)$ 有（ ）



A. 3 个极大值点

B. 2 个极小值点

C. 2 个极大值点

D. 4 个极小值点

4、已知 $x,y,z\in Z$，且 $xy+yz+zx=1$，则 $(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)$ 的值可能是（ ）

A. 16900

B. 17900

C. 18900

D. 以上都不对

5、一个以 O 为圆心的圆上的整数格点（横纵坐标都是整数）的点的个数可能是（ ）

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

6、已知 $2x+y=1$，求 $x+\sqrt{x^2+y^2}$ 的最值.

7、 50 个黑球和 49 个白球排成一排，则（ ）

A. 必有一个黑球右侧白球的数量等于黑球的数量

B. 必有一个白球右侧白球的数量等于黑球的数量

C. 必有一个黑球右侧黑球的数量比白球的数量多 1

D. 必有一个白球右侧黑球的数量比白球的数量多 1

8、已知 $P=\{(x,y)|x^2+y^2=r^2\}$， $Q=\left\{(x,y)|(x-a)^2+(y-b)^2=r^2\right\}$，已知 $P\cup Q=\{(x_1,y_1),(x_2,y_2)\}$，则（　　）

A. $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$

B. $2ax_1+2by_1=a^2+b^2$

C. $0<a^2+b^2<2r^2$

D. $x_1+x_2=a$， $y_1+y_2=b$

9、一个正十五边形，任取其三个顶点构成三角形，可构成多少个钝角三角形？

？10、已知 $\vec{a}=(m\cos\theta_1,m\sin\theta_1)$， $\vec{b}=(m\cos\theta_2,m\cos\theta_2)$，定义 $\vec{a}^{\frac{1}{2}}=\left(\sqrt{m}\cos\dfrac{\theta_1}{2},\sqrt{m}\sin\dfrac{\theta_1}{2}\right)$， $\vec{b}^{\frac{1}{2}}=\left(\sqrt{m}\cos\dfrac{\theta_2}{2},\sqrt{m}\sin\dfrac{\theta_2}{2}\right)$，则（　　）

A. $\left|\vec{a}^{\frac{1}{2}}\cdot\vec{b}^{\frac{1}{2}}\right|$

B. $\left|\vec{a}^{\frac{1}{2}}+\vec{b}^{\frac{1}{2}}\right|\geqslant 4\sqrt{mn}\cos^2\dfrac{\theta}{2}$

C. $\left|\vec{a}^{\frac{1}{2}}-\vec{b}^{\frac{1}{2}}\right|\geqslant 4\sqrt{mn}\sin^2\dfrac{\theta}{2}$

D.

？11、一个抛物线 $y^2=2px$ 上有两个点 A 、 B，则（　　）

A. AB 过抛物线焦点

B. $OA\cdot OB\leqslant$?

C. $OA^2+OB^2\leqslant$?

D. O 到 AB 的距离小于 1

？12、点集\(A=\left\{(x,y)\left|\dfrac{\sin\pi x}{x^2-x+1}=y\right.\right\}，则（　　）

A. 曲线有对称轴

B. $A\subseteq\left\{(x,y)\left|-\dfrac{1}{2}\leqslant y\leqslant\dfrac{1}{2}\right.\right\}$

C. 曲线有对称中心

D. $A\subseteq$?

？13、已知 $f(x)+f(y)=f\left(\dfrac{xy}{1+xy}\right)$， $x,y\in\mathcal{R}$，则 $f(x)$（　　）

A. 为奇函数

B．为偶函数

C．有对称轴

D．中心对称

参考答案

1、$\sqrt{77}-3$ **提示** 柯西不等式.

2、$\sqrt{2}$ **提示** 三角换元.

3、C.

4、A. **提示** $1+x^2=xy+yz+zx+x^2=(x+y)(x+z)$.

5、ACD. **提示** $r=1,\sqrt{5},5$.

6、最小值为 $\frac{4}{5}$，无最大值. **提示** 三角换元.

7、A.

8、ABCD.

9、315 . **提示** 正 $2k+1$ 边形对应的钝角三角形个数为 $\frac{1}{2}k(k-1)(2k+1)$.