房山区 2019-2020 学年度第一期末期末检测

高三数学

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$　　（B）$\{-1,0,1\}$

（C）$\{0,1,2\}$　　（D）$\{-1,0,1,2\}$

（2）已知复数 $z=\dfrac{i}{\sqrt{2}+i}$，则 z 的虚部为

（A）$\dfrac{1}{3}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

（C）$-\dfrac{1}{3}$　　（D）$-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

（3）等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1+a_4+a_7=6$，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_7=$

（A）28　　（B）21

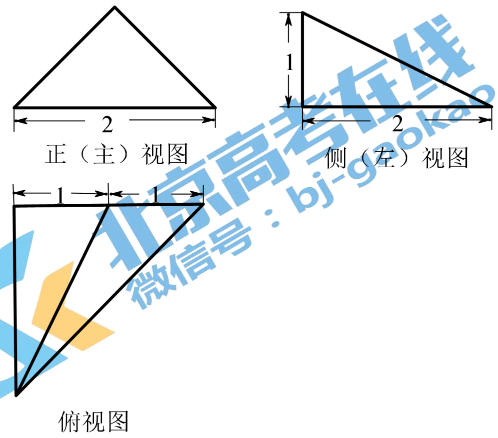
（C）14　　（D）7

（4）从 2020 年起，北京考生的高考成绩由语文、数学、外语 3 门统一高考成绩和考生选考的 3 门普通高中学业水平考试等级性考试科目成绩构成．等级性考试成绩位次由高到低分为 A、B、C、D、E，各等级人数所占比例依次为：A 等级 15%，B 等级 40%，C 等级 30%，D 等级 14%，E 等级 1%．现采用分层抽样的方法，从参加历史等级性考试的学生中抽取 200 人作为样本，则该样本中获得 A 或 B 等级的学生人数为

（A）55　　（B）80

（C）90　　（D）110

（5）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



（A）$\frac{2}{3}$　　（B）$\frac{4}{3}$

（C）2　　（D）4

（6）若点$M(\cos\frac{5\pi}{6},\sin\frac{5\pi}{6})$在角$\alpha$的终边上，则$\tan 2\alpha =$

（A）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（B）$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

（C）$\sqrt{3}$　　（D）$-\sqrt{3}$

（7）已知双曲线C的方程为$x^2-\frac{y^2}{4}=1$，点P，Q分别在双曲线的左支和右支上，则直线PQ的斜率的取值范围是

（A）$(-2,2)$　　（B）$(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

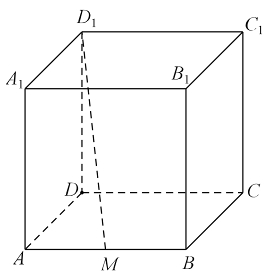
（C）$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　（D）$(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$

（8）设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$均为单位向量，则“$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$夹角为$\frac{\pi}{3}$”是“$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（9）如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M为棱AB的中点，动点P在平面BCC_1B_1及其边界上运动，总有$AP\perp D_1M$，则动点P的轨迹为



（A）两个点　　（B）线段

（C）圆的一部分　　（D）抛物线的一部分

（10）已知某校运动会男生组田径综合赛以选手三项运动的综合积分高低决定排名．具体积分规则如表 1 所示，某代表队四名男生的模拟成绩如表 2．

表 1　田径综合赛项目及积分规则

项目	积分规则
100 米跑	以 13 秒得 60 分为标准，每少 0.1 秒加 5 分，每多 0.1 秒扣 5 分
跳高	以 1.2 米得 60 分为标准，每多 0.02 米加 2 分，每少 0.02 米扣 2 分
掷实心球	以 11.5 米得 60 分为标准，每多 0.1 米加 5 分，每少 0.1 米扣 5 分

表 2　某队模拟成绩明细

姓名	100 米跑（秒）	跳高（米）	掷实心球（米）
甲	13.3	1.24	11.8
乙	12.6	1.3	11.4
丙	12.9	1.26	11.7
丁	13.1	1.22	11.6

根据模拟成绩，该代表队应选派参赛的队员是：

（A）甲　　（B）乙

（C）丙　　（D）丁

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（11）已知点 $M(2,0)$，$N(0,2)$，以线段 MN 为直径的圆的方程为__________．

（12）若函数 $f(x)=(x+1)(x-a)$ 是偶函数，则 $f(2)=$__________．

（13）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}>a_n$，且其前 n 项和 S_n 满足 $S_{n+1}<S_n$，请写出一个符合上述条件的数列的通项公式 $a_n=$ __________．

（14）已知 $f(x)=\cos(2x+\varphi)(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$，若 $f(x)$ 的最小正周期为__________，若 $f(x)\leqslant f(-\frac{\pi}{12})$ 对任意的实数 x 都成立，则 $\varphi=$__________．

（15）已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-|x|, & x>1,\\ 2^x-a, & x\leqslant 1.\end{cases}$

①当 $a=1$ 时，函数 $f(x)$ 的值域是__________；

②若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 只有一个公共点，则实数 a 的取值范围是__________．

（16）已知矩形 $ABCD$ 中 $AB=2$，$AD=1$，当每个 $\lambda_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 取遍 ±1 时，

$|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}|$ 的最小值是__________，最大值是__________.

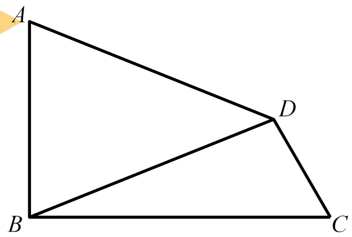
三、解答题共 6 题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（17）（本小题 13 分）

如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$AB\perp BC$，$AB=3\sqrt{3}$，$CD=3$，$\sin\angle DBC=\frac{3\sqrt{3}}{14}$，$\angle C=\frac{\pi}{3}$.

（Ⅰ）求 $\sin\angle BDC$ 的值；

（Ⅱ）求 BD，AD 的值.



（18）（本小题 13 分）

某贫困县在政府“精准扶贫”的政策指引下，充分利用自身资源，大力发展养茶业．该县农科所为了对比 A，B 两种不同品种茶叶的产量，在试验田上分别种植了 A，B 两种茶叶各 20 亩，所得亩产数据（单位：千克）如下：

A：41.3，47.3，48.1，49.2，51.2，51.3，52.7，53.3，54.2，55.3，56.4，57.6，58.9，59.3，59.6，59.7，60.6，60.7，61.1，62.2；

B：46.3，48.2，48.3，48.9，49.2，50.1，50.2，50.3，50.7，51.5，52.3，52.5，52.6，52.7，53.4，54.9，55.6，56.7，56.9，58.7；

（Ⅰ）从 A，B 两种茶叶亩产数据中各任取 1 个，求这两个数据都不低于 55 的概率；

（Ⅱ）从 B 品种茶叶的亩产数据中任取 2 个，记这两个数据中不低于 55 的个数为 X，求 X 的分布列及数学期望；

（Ⅲ）根据以上数据，你认为选择该县应种植茶叶 A 还是茶叶 B？说明理由.

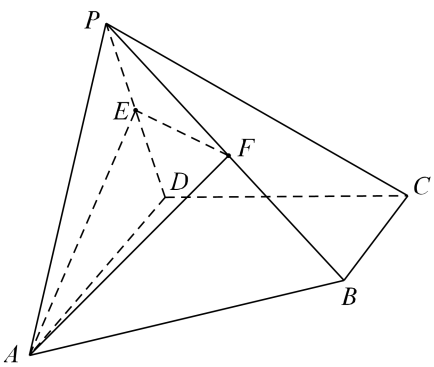
（19）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$CD\perp$平面 PAD，$\triangle PAD$ 为等边三角形，$AD\,//\,BC$，$AD=CD=2BC=2$，E，F 分别为棱 PD，PB 的中点.

（Ⅰ）求证：$AE\perp$平面 PCD；

（Ⅱ）求平面 AEF 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值；

（Ⅲ）在棱 PC 上是否存在点 G，使得 $DG\,//$ 平面 AEF？若存在，求 $\frac{PG}{PC}$ 的值，若不存在，说明理由.



（20）（本小题 14 分）

已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $(2,0)$，且经过点 $(0,2)$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程以及离心率；

（Ⅱ）若直线 $y=kx+m$ 与椭圆 E 相切于点 P，与直线 $x=-4$ 相交于点 Q. 在 x 轴是否存在定点 M，使 $MP\perp MQ$？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由.

（21）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=(2x-1)\ln x+x-1$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求证：$f(x)>-1$.

（22）（本小题 13 分）

设 n 为给定的不小于 5 的正整数，考察 n 个不同的正整数 a_1，a_2，$\cdots$，a_n 构成的集合 $P=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$，若集合 P 的任何两个不同的非空子集所含元素的总和均不相等，则称集合 P 为“差异集合”.

（Ⅰ）分别判断集合 $A=\{1,3,8,13,23\}$，集合 $B=\{1,2,4,8,16\}$ 是否是“差异集合”；（只需写出结论）

（Ⅱ）设集合 $P=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 是“差异集合”，记 $b_i=a_i-2^{i-1}(i=1,2,\cdots,n)$，求证：数列 $\{b_i\}$ 的前 k 项和 $D_k\geqslant 0\ (k=1,2,\cdots,n)$；

（Ⅲ）设集合 $P=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 是“差异集合”，求 $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}$ 的最大值.

房山区 2019-2020 学年度第一学期期末检测答案

高三数学

一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	C	D	A	D	A	C	B	B

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分，有两空的第一空 3 分，第二空 2 分）

（11）$(x-1)^2+(y-1)^2=2$

（12）3

（13）$(-1)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$ 或 $-\frac{1}{n}$ （答案不唯一）

（14）π； $\frac{\pi}{6}$

（15）$(-\infty,1]$； $(-1,1]$

（16）0； $2\sqrt{17}$

三、解答题（共 6 小题，共 80 分）

（17）（本小题 13 分）

解：

（Ⅰ）$\because \sin\angle DBC=\frac{3\sqrt{3}}{14}$， $\sin^2\angle DBC+\cos^2\angle DBC=1, 0<\angle DBC<\frac{\pi}{2}$

$\therefore \cos\angle DBC=\frac{13}{14}$

在△ BDC 中， $\angle C=\frac{\pi}{3}, \angle DBC+\angle C+\angle BDC=\pi$

$\therefore \sin\angle BDC=\sin(\angle DBC+\angle C)=\sin\angle DBC\cdot\cos C+\cos\angle DBC\cdot\sin C$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{14}\cdot\frac{1}{2}+\frac{13}{14}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$$

（Ⅱ）在△ BDC 中，由正弦定理得 $\frac{CD}{\sin\angle DBC}=\frac{BD}{\sin C}$， 即 $\frac{3}{\frac{3\sqrt{3}}{14}}=\frac{BD}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

解得 $BD=7$

$\because \angle ABD+\angle DBC=\frac{\pi}{2}$， $\sin\angle DBC=\frac{3\sqrt{3}}{14}$，

$\therefore \cos\angle ABD=\frac{3\sqrt{3}}{14}$

在△ ABD 中，$AB=3\sqrt{3}$，根据余弦定理，

$$AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cos\angle ABD$$

$$=(3\sqrt{3})^2+7^2-2\cdot 3\sqrt{3}\cdot 7\cdot\frac{3\sqrt{3}}{14}=49$$

解得 $AD=7$

（18）（本小题 13 分）

解：

（Ⅰ）从 A 种茶叶亩产数据中任取一个，不低于 55 的有 11 个，

从 B 种茶叶亩产数据中任取一个，不低于 55 的有 4 个，

设“所取两个数据都不低于 55”为事件 A，则

$$P(A)=\frac{11}{20}\times\frac{4}{20}=\frac{11}{100}$$

（Ⅱ）X 的所有可能取值为 $0,1,2$

$$P(X=0)=\frac{C_{16}^2C_4^0}{C_{20}^2}=\frac{60}{95},$$

$$P(X=1)=\frac{C_{16}^1C_4^1}{C_{20}^2}=\frac{32}{95},$$

$$P(X=2)=\frac{C_{16}^0C_4^2}{C_{20}^2}=\frac{3}{95},$$

$\therefore$ X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{12}{19}$	$\frac{32}{95}$	$\frac{3}{95}$

$\therefore$ 期望 $E(X)=0\times\frac{12}{19}+1\times\frac{32}{95}+2\times\frac{3}{95}=\frac{2}{5}$

（Ⅲ）如果选择 A，可以从 A 的亩产数据的中位数或平均值比 B 高等方面叙述理由．

如果选择 B，可以从 B 的亩产数据比 A 的方差小，比较稳定等方面叙述理由．

（19）（本小题 14 分）

解：

（Ⅰ）因为 $CD\perp$ 平面 PAD，$AD\subset$ 平面 PAD，$AE\subset$ 平面 PAD

所以 $CD\perp AD$，$CD\perp AE$．

又因为△ PAD 为等边三角形，E 为 PD 的中点，

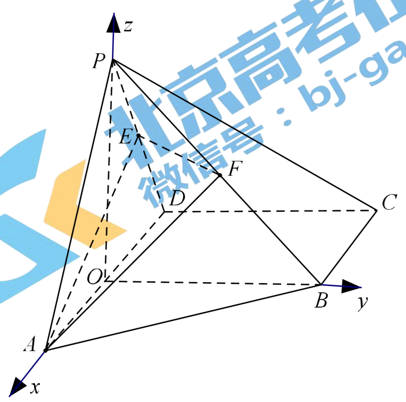
所以 $PD\perp AE$．

所以 $AE\perp$ 平面 PCD．

（Ⅱ）取 AD 的中点 O，连结 OP,OB，则易知 $OB\,//\,CD$，$OB\perp AD$，$OB\perp OP$．

因为△ PAD 为等边三角形，所以 $OP\perp AD$．

以 O 为原点，以 OA、OB、OP 所在直线分别为 x、y、z 轴如图建系，



$$A(1,0,0),E(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}),F(0,1,\frac{\sqrt{3}}{2}),B(0,2,0)$$

$\overrightarrow{AE}=(-\frac{3}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{EF}=(\frac{1}{2},1,0)$

设平面 AEF 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，则：

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-\frac{3}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\\ \frac{1}{2}x+y=0\end{cases}$，

令 $x=2$，得平面 AEF 的一个法向量 $\vec{n}=(2,-1,2\sqrt{3})$

易知平面 PAD 的一个法向量为 $\overrightarrow{OB}=(0,2,0)$

$$\cos<\overrightarrow{OB},\vec{n}>=\frac{\overrightarrow{OB}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{OB}||\vec{n}|}=\frac{-2}{2\sqrt{4+1+12}}=-\frac{\sqrt{17}}{17}$$

所以平面 AEF 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{17}}{17}$.

（III）假设棱 PC 上存在点 G，使得 DG // 平面 AEF，且

设 $\frac{PG}{PC}=\lambda,\lambda\in[0,1]$，则 $\overrightarrow{PG}=\lambda\overrightarrow{PC}$，

$P(0,0\sqrt{3}),C(-1,2,0),D(-1,0,0)$，$\overrightarrow{PC}=(-1,2,-\sqrt{3})$，则 $G(-\lambda,2\lambda,\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)$

$\overrightarrow{DG}=(1-\lambda,2\lambda,\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)$

要使得 DG // 平面 AEF，则 $\overrightarrow{DG}\cdot\vec{n}=2-2\lambda-2\lambda+6-6\lambda=0$，得 $\lambda=\frac{4}{5}$，

所以线段 PC 上存在点 G，使得 DG // 平面 AEF，$\frac{PG}{PC}=\frac{4}{5}$.

（20）（本小题 14 分）

（Ⅰ）由已知得，$c=2$，$b=2$，$a^2=b^2+c^2=8$

椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

（Ⅱ）在 x 轴存在定点 M， M 为 $(-2,0)$ 使 $MP\perp MQ$

证明：

设直线方程为 $y = kx + m$

代入 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 得 $x^2+2(kx+m)^2=8$，化简得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-8=0$

由 $\Delta=(4km)^2-4(2k^2+1)(2m^2-8)=0$，得 $8k^2+4-m^2=0$， $m^2=8k^2+4$，

$$x=\frac{-2km}{2k^2+1}=\frac{-8k}{m}$$

设 $P(x_0,y_0)$，则 $x_0=\dfrac{-8k}{m}$， $y_0=kx_0+m=k\cdot\dfrac{-8k}{m}+m=\dfrac{m^2-8k^2}{m}=\dfrac{4}{m}$， 则 $P(\dfrac{-8k}{m},\dfrac{4}{m})$

设 $Q(-4,y_1)$，则 $y_1=-4k+m$，则 $Q(-4,-4k+m)$

$$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=(x_0+2,y_0)\cdot(-2,y_1)=-2(x_0+2)+y_0y_1$$

$$=-2(\frac{-8k}{m}+2)+\frac{4}{m}(-4k+m)=\frac{16k}{m}-4+\frac{4}{m}(-4k+m)=0$$

所以在 x 轴存在定点 $M\left(-2,0\right)$ 使 $MP\perp MQ$.

解法二：由椭圆的对称性不妨设 $P(x_0,y_0)(y_0>0)$ 与 $M(x,0)$.

$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 得 $y=2\sqrt{1-\dfrac{x^2}{8}}$ 得 $k=-\dfrac{x_0}{2y_0}$.

切线方程为 $y-y_0=-\dfrac{x_0}{2y_0}(x-x_0)$，令 $x=-4$ 得

$y_1=\dfrac{x_0}{2y_0}(-4-x_0)+y_0=\dfrac{-4x_0-x_0{}^2+2y_0{}^2}{2y_0}=\dfrac{2x_0+4}{y_0}$， $Q(-4,\dfrac{2(x_0+2)}{y_0})$.

所以， $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=(x_0+2,y_0)\cdot(-2,y_1)=-2(x_0+2)+y_0\dfrac{2(x_0+2)}{y_0}=0$.

所以在 x 轴存在定点 $M\left(-2,0\right)$ 使 $MP\perp MQ$.

（21）（本小题 13 分）

（Ⅰ）由 $f(x)=(2x-1)\ln x+x-1$，得 $f'(x)=2\ln x-\dfrac{1}{x}+3$

$\therefore f'(1)=2$，$f(1)=0$

则切线方程为 $y=2x-2$.

（Ⅱ）证法 1：$f'(x)=2\ln x-\frac{1}{x}+3, x\in(0,+\infty)$，

令 $h(x)=2\ln x-\frac{1}{x}+3, x\in(0,+\infty)$，

$\therefore h'(x)=\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{2x+1}{x^2}>0$，故 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

又 $h(1)=2>0, h(\frac{1}{2})=1-\ln 4=\ln\frac{e}{4}<0$，又 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上连续，

$\therefore \exists x_0\in(\frac{1}{2},1)$ 使得 $h(x_0)=0$，即 $f'(x_0)=0$，

$\therefore\ 2\ln x_0-\frac{1}{x_0}+3=0$. (*)

$f'(x), f(x)$ 随 x 的变化情况如下：

x	$(0,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	↘	极小值	↗

$\therefore\ f(x)_{\min}=f(x_0)=(2x_0-1)\ln x_0+x_0-1$.

由（*）式得 $\ln x_0=\frac{1}{2x_0}-\frac{3}{2}$，代入上式得

$f(x)_{\min}=f(x_0)=(2x_0-1)(\frac{1}{2x_0}-\frac{3}{2})+x_0-1=-2x_0-\frac{1}{2x_0}+\frac{3}{2}$.

令 $t(x)=-2x-\frac{1}{2x}+\frac{3}{2}, x\in(\frac{1}{2},1)$，

$t'(x)=\frac{1}{2x^2}-2=\frac{(1+2x)(1-2x)}{2x^2}<0$，故 $t(x)$ 在 $(\frac{1}{2},1)$ 上单调递减.

$\therefore t(x)>t(1)$，又 $t(1)=-1$，.

即 $f(x_0)>-1\ \therefore f(x)>-1$.

证法 2：$f(x)=(2x-1)\ln x+x-1=2x\ln x-\ln x+x-1, x\in(0,+\infty)$，

令 $h(x)=2x\ln x, t(x)=-\ln x+x-1, x\in(0,+\infty)$，

$h'(x)=2(\ln x+1)$，令 $h'(x)=0$ 得 $x=\frac{1}{e}$.

$h'(x), h(x)$ 随 x 的变化情况如下：

x	$(0,\frac{1}{e})$	$\frac{1}{e}$	$(\frac{1}{e},+\infty)$
$h'(x)$	–	0	+

$h(x)$	↘	极小值	↗

$\therefore h(x)_{\min}=h(\frac{1}{e})=-\frac{2}{e}$，即 $2x\ln x\geq-\frac{2}{e}$，当且仅当 $x=\frac{1}{e}$ 时取到等号.

$t'(x)=\frac{x-1}{x}$，令 $t'(x)=0$ 得 $x=1$.

$t'(x),t(x)$ 随 x 的变化情况如下：

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$t'(x)$	$-$	0	$+$
$t(x)$	↘	极小值	↗

$\therefore t(x)_{\min}=t(1)=0$，即 $x-1-\ln x\geq0$，当且仅当 $x=1$ 时取到等号.

$\therefore 2x\ln x+(-\ln x+x-1)>-\frac{2}{e}>-1$.

即 $f(x)>-1$.

（22）（本小题 13 分）

（Ⅰ）集合 A 不是，因为 $1+23=3+8+13$，即子集 $\{1,23\}$ 与子集 $\{3,8,13\}$ 元素之和相等；

集合 B 是，因为集合 B 的任何两个不同的非空子集所含元素的总和均不相等.

（Ⅱ）由集合 P 是“差异集合”知：

$\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_k\}$ 的 2^k-1 个非空子集元素和为互不相等的 2^k-1 个正整数，

于是 $a_1+a_2+\cdots+a_k\geq2^k-1$，

所以

$$D_k=(a_1-2^0)+(a_2-2^1)+\cdots+(a_k-2^{k-1})$$
$$=(a_1+a_2+\cdots+a_k)-(2^k-1)\geq0$$

（Ⅲ)）不妨设 $a_1<a_2<a_3<\cdots<a_n$，考虑

$$(1-\frac{1}{a_1})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{a_2})+(\frac{1}{4}-\frac{1}{a_3})+\cdots+(\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{1}{a_n})$$

$$=\frac{a_1-1}{a_1}+\frac{a_2-2}{2a_2}+\frac{a_3-4}{4a_3}+\cdots+\frac{a_n-2^{n-1}}{2^{n-1}a_n}$$

$$=\frac{D_1}{a_1}+\frac{D_2-D_1}{2a_2}+\frac{D_3-D_2}{4a_3}+\cdots+\frac{D_n-D_{n-1}}{2^{n-1}a_n}$$

$$=D_1(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{2a_2})+D_2(\frac{1}{2a_2}-\frac{1}{2^2a_3})+\cdots+D_{n-1}(\frac{1}{2^{n-2}a_{n-1}}-\frac{1}{2^{n-1}a_n})+D_n\frac{1}{2^{n-1}a_n}\geq0$$

而 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}=2-\frac{1}{2^{n-1}}$，所以 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}\leq2-\frac{1}{2^{n-1}}$

当 $P=\{1,2,4,\cdots,2^{n-1}\}$ 时，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}=2-\frac{1}{2^{n-1}}$；

综上，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}$ 的最大值为 $2-\frac{1}{2^{n-1}}$.