

2023 北京海淀初三(上)期中

数 学

2023.11

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

注	1.本试卷共 7 页,共两部分,28 道题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
意	2.在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3.试题答案一律填涂或书写在答题纸上,在试卷上作答无效。
项	4.在答题纸上,选择题用 2B 铅笔作答,其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1.一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是

- (A) 1, 3, 1 (B) 1, 3, -1 (C) 0, -3, 1 (D) 0, -3, -1

2.下列图形中,是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

3.已知点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = 3x^2$ 上,则 y_1, y_2 的大小关系正确的是

- (A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 = y_2$ (C) $y_1 > y_2$ (D) 不能确定

4.一元二次方程: $x^2 - 4x + 3 = 0$ 经过配方变形为 $(x - 2)^2 = k$, 则 k 的值是

- (A) -3 (B) -7 (C) 1 (D) 7

5.将抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 向下平移,关于平移前后的抛物线,下列说法正确的是

- (A) 开口方向改变 (B) 开口大小改变 (C) 对称轴不变 (D) 顶点位置不变

6.陀螺是一款常见跑玩具.图 1 为通过折纸制作的一种陀螺,图 2 为这种陀螺的示意图.若将图 2 中的图案绕点 O 旋转 x° 可以与自身重合,则 x 的值可以是

- (A) 30 (B) 45
(C) 60 (D) 105

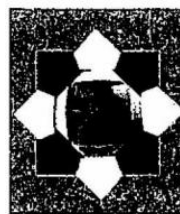


图 1

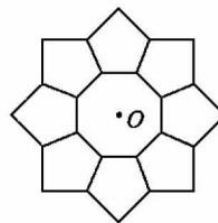


图 2

7.小明热爱研究鸟类,每年定期去北京各个湿地公园观鸟.从他的观鸟记录年度总结中摘取部分

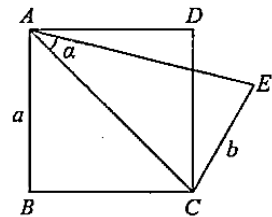
观鸟记录年度总结
2020年：观测鸟类 150 种
2021年：观测鸟类
2022年：观测鸟类 216 种

设小明从 2020 年到 2022 年观测鸟类种类数量的年平均增长率为 x ，则下列方程正确的是

- (A) $2 \times 150x = 216$ (B) $150x^2 = 216$
 (C) $150 + 150x^2 = 216$ (D) $150(1+x)^2 = 216$

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， AC 为对角线，将 AC 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha \leq 90^\circ)$ ，得到线段 AE ，连接 CE 。设 $AB=a$ ， $CE=b$ ，下列说法正确的是

- (A) 若 $\alpha = 30^\circ$ ，则 $b = \frac{1}{2}a$
 (B) 若 $\alpha = 45^\circ$ ，则 $b = \sqrt{2}a$
 (C) 若 $\alpha = 60^\circ$ ，则 $b = a$
 (D) 若 $\alpha = 90^\circ$ ，则 $b = 2a$



第二部分 非选择题

二、填空题(共 16 分，每题 2 分)

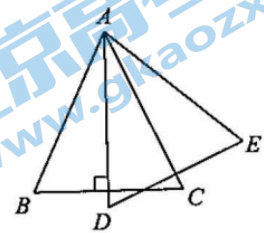
9. 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为_____.


10. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(3,4)$ 与点 B 关于原点对称，则点 B 的坐标是_____.

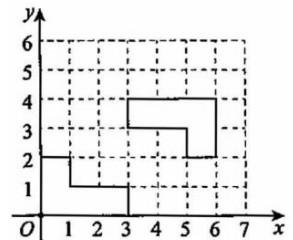
11. 写出一个顶点在坐标原点，开口向下的抛物线的表达式_____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为_____.

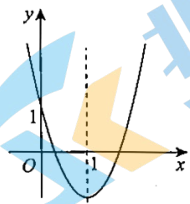
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC = 50^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle ADE$ 。若 $AD \perp BC$ ，则旋转角的度数是_____.



14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以某点为中心，将右上方图形“”旋转到图中左下方的阴影位置，则旋转中心的坐标是_____.



15. 如图，二次函数 $y = 2(x-1)^2 + k$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 1)$ ，若函数值 $y < 1$ ，则自变量 x 的取值范围是_____.

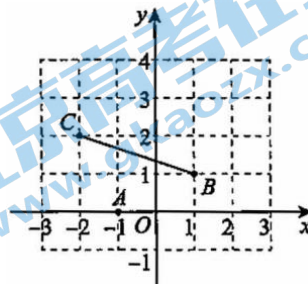


16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标为 (m, n) , 称关于 x 的方程 $x^2 + mx + n = 0$ 为点 P 的对应方程. 如图, 点 $A(-1, 0)$, 点 $B(1, 1)$, 点 $C(-2, 2)$.

给出下面三个结论:

- ①点 A 的对应方程有两个相等的实数根;
- ②在图示网格中, 若点 $P(m, n)$ (m, n 均为整数) 的对应方程有两个相等的实数根, 则满足条件的点 P 有 3 个;
- ③线段 BC 上任意点的对应方程都没有实数根.

上述结论中, 所有正确结论的序号是_____.



三、解答题(共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

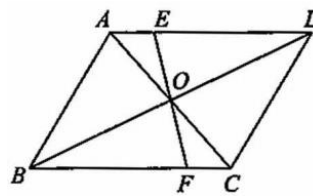
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2 - 6x + 2 = 0$.

18. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , EF 过点 O 且分别与 AD, BC 交于点 E, F .

(1) 求证: $\triangle AOE \cong \triangle COF$;

(2) 记四边形 $ABFE$ 的面积为 S_1 , $\square ABCD$ 的面积为 S_2 , 用等式表示 S_1 和 S_2 的关系.

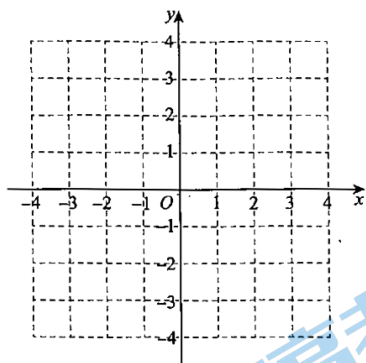


19. 已知 m 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根, 求代数式 $m(m-1) + 5$ 的值.

20. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x$.

(1) 在下图所示的平面直角坐标系中画出该二次函数的图象;

(2) 点 $P(-2, 7)$ _____ 该函数的图象上(填“在”或“不在”).



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$.

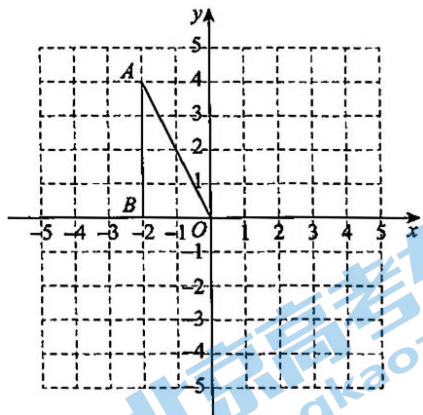
(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一个根是正数, 求 m 的取值范围.

22.如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-2, 4)$, $B(-2, 0)$, 将 $\triangle OAB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ (A' , B' 分别是 A , B 的对应点).

(1)在图中画出 $\triangle OA'B'$, 点 A' 的坐标为_____;

(2)若点 $M(m, 2)$ 位于 $\triangle OAB$ 内(不含边界), 点 M' 为点 M 绕原点 O 顺时针旋转 90° 的对应点, 直接写出 M' 的纵坐标 n 的取值范围.



23.阅读下面的材料并完成解答.

《田亩比类乘除捷法》是我国南宋数学家杨辉的著作, 其中记载了这样一个数学问题: “直田积八百六十四步, 只云长阔共六十步, 欲先求阔步, 得几何?”

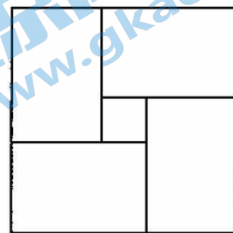
意思是: 一块矩形田地的面积为 864 平方步, 只知道它的长与宽之和为 60 步, 问它的宽是多少步? 书中记载了这个问题的几何解法:

①将四个完全相同的面积为 864 平方步的矩形, 按如图所示的方式拼成一个大正方形, 则大正方形的边长为_____步;

②中间小正方形的面积为_____平方步;

③若设矩形田地的宽为 x 步, 则小正方形的面积可用含 x 的代数式表示为_____;

④由②③可得关于 x 的方程_____, 进而解得矩形田地的宽为 24 步.



24.在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(1, 0)$, $(3, 0)$.

(1)求该二次函数的解析式;

(2)当 $x > 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = x + n$ 的值小于二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

25.在投掷实心球时,球以一定的速度斜向上抛出,不计空气阻力,在空中划过的运动路线可以看作是抛物线的一部分.如图,建立平面直角坐标系 xOy ,实心球从出手到落地的过程中,它的竖直高度 y (单位: m)与水平距离 x (单位: m)近似满足二次函数关系,记出手点与着陆点的水平距离为投掷距离.

(1)小刚第一次投掷时水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4
竖直高度 y/m	1.6	2.1	2.4	2.5	2.4

①根据上述数据,实心球运行的竖直高度的最大值为 ____ m;

②求小刚第一次的投掷距离;

(2)已知第二次投掷出手点竖直高度与第一次相同,且实心球达到最高点时水平距离与第一次也相同.若小刚第二次投掷距离比第一次远,则实心球第二次运行过程中竖直高度的最大值比第一次____(填“大”或“小”).

26.已知二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + 1$.

(1)若 $b = -1$,求该二次函数图象的对称轴及最小值;

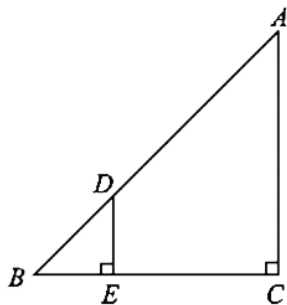
(2)若对于任意的 $0 \leq x \leq 2$,都有 $y \geq -1$,求 b 的取值范围.

27.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB = 90^\circ$,点 D 在 AB 上($BD < AD$),过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ,连接 AE ,将线段 EA 绕点 E 顺时针旋转 90° ,得到线段 EF ,连接 DF .

(1)依题意补全图形;

(2)求证: $FD=AB$;

(3) DF 交 BC 于点 G ,用等式表示线段 CE 和 FG 的数量关系,并证明.



28.在平面直角坐标系 xOy 中,已知点 M 不与原点重合.对于点 P 给出如下定义:点 P 关于点 M 的对称点为 P' ,点 P 关于直线 OM 的对称点为 Q ,称点 Q 是点 P 关于点 M 的“转称点”.

(1)如图,已知点 $M(t,0)$, $P(t+1,1)$,点 Q 是点 P 关于点 M 的“转称点”.

①当 $t=2$ 时,在图中画出点 Q 的位置,并直接写出点 Q 的坐标;

② PQ 的长度是否与 t 有关?若无关,求 PQ 的长;若有关,说明理由;

(2)已知点 $A(3,4)$, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形(点 A, B, C 按逆时针方向排列),点 N 是点 B 关于点 C 的“转称点”,在 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转的过程中,当 BN 最大时,直接写出此时 OB 的长.

海淀区九年级第一学期期中练习

数学试卷答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	C	C	B	D	D

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x_1 = -2, x_2 = 2$

10. $(-3, -4)$

11. $y = -x^2$ （答案不唯一）

12. 1

13. 25°

14. $(3, 2)$

15. $0 < x < 2$

16. ②③（错选不得分，少选给 1 分）

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解：移项，得

$$x^2 - 6x = -2.$$

配方，得

$$(x-3)^2 = 7.$$

由此可得

$$x-3 = \pm\sqrt{7}.$$

方程的解为

$$x_1 = \sqrt{7} + 3, x_2 = -\sqrt{7} + 3.$$

18. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AO = CO.$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO.$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO, \\ AO = CO, \\ \angle AOE = \angle COF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF.$$

$$(2) S_1 = \frac{1}{2} S_2.$$

19. 解: $\because m$ 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根,

$$\therefore m^2 - m - 2 = 0, \text{ 即 } m^2 - m = 2.$$

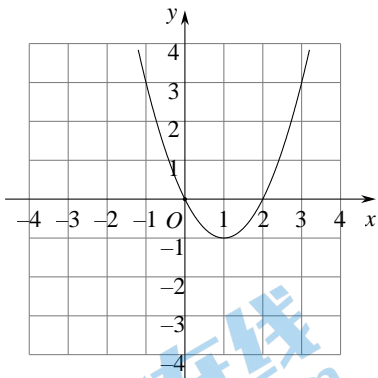
$$\therefore \text{原式} = m^2 - m + 5$$

$$= 2 + 5 = 7.$$

20. (1) 列表:

x	\dots	-1	0	1	2	3	\dots
y	\dots	3	0	-1	0	3	\dots

描点画图:



(2) 不在.

21. 方法一: (1) 证明: $\because \Delta = (m-1)^2 - 4(m-2)$

$$= (m-3)^2 \geq 0.$$

\therefore 方程总有两个实数根.

(2) 解: 由求根公式, 解得 $x_1 = -1, x_2 = -m+2$.

\because 方程总有一个根是正数,

$$\therefore -m+2 > 0.$$

$$\therefore m < 2.$$

方法二: (1) 证明: 由题意, 方程可化为 $(x+m-2)(x+1) = 0$,

解得 $x_1 = -1, x_2 = -m+2$.

\therefore 方程总有两个实数根.

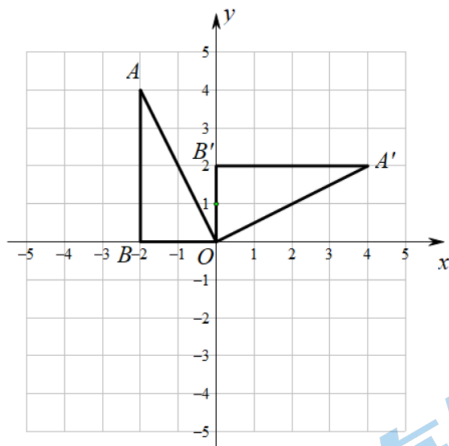
(2) 解: 由 (1) 得, 方程的根为 $x_1 = -1, x_2 = -m+2$.

\because 方程总有一个根是正数,

$$\therefore -m+2 > 0.$$

$$\therefore m < 2.$$

22. (1) $\triangle OA'B'$ 如图所示.



点 A' 的坐标为 $(4, 2)$.

(2) $1 < n < 2$.

23. 60;

144;

$$(60-2x)^2;$$

$$(60-2x)^2=144.$$

24. (1) 解: 把 $(1, 0), (3, 0)$ 代入二次函数解析式得:

$$\begin{cases} 1+b+c=0, \\ 9+3b+c=0. \end{cases}$$

解这个方程组, 得

$$\begin{cases} b=-4, \\ c=3. \end{cases}$$

\therefore 二次函数的解析式为 $y=x^2-4x+3$.

(2) $n \leq -3$.

25. (1) ① 2.5;

② 解: 由题意可知, 抛物线的顶点为 $(3, 2.5)$.

\therefore 设抛物线为 $y=a(x-3)^2+2.5 (a \neq 0)$.

\therefore 当 $x=0$ 时, $y=1.6$,

$\therefore 1.6=a(0-3)^2+2.5$, 解得 $a=-0.1$.

\therefore 抛物线为 $y=-0.1(x-3)^2+2.5$.

令 $y=0$ 得 $0=-0.1(x-3)^2+2.5$,

解得 $x_1=-2$ (舍), $x_2=8$.

故小刚第一次投掷的距离为 8m .

(2) 小.

26. (1) 解: 当 $b = -1$ 时,

$$\therefore a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{1} = 1.$$

\therefore 对称轴为直线 $x = 1$.

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } y = \frac{1}{2} - 1 + 1 = \frac{1}{2},$$

\therefore 函数的最小值为 $\frac{1}{2}$.

(2) 解: 二次函数图象的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -b$,

当 $x \leq -b$ 时, y 随 x 增大而减小,

当 $x \geq -b$ 时, y 随 x 增大而增大.

① 当 $-b > 2$ 即 $b < -2$ 时,

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = 3 + 2b < -1,$$

不合题意;

② 当 $0 \leq -b \leq 2$ 即 $-2 \leq b \leq 0$ 时,

$$\text{当 } x = -b \text{ 时, 函数值 } y \text{ 取得最小值, 此时 } y = 1 - \frac{b^2}{2},$$

$$\therefore -2 \leq b \leq 0,$$

$$\therefore 0 \leq b^2 \leq 4.$$

$$\therefore 1 - \frac{b^2}{2} \geq -1.$$

$$\therefore y \geq -1.$$

\therefore 当 $-2 \leq b \leq 0$ 时, 符合题意.

③ 当 $-b < 0$ 即 $b > 0$ 时,

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, 函数值 } y \text{ 取得最小值, 此时 } y = 1;$$

$$1 \geq -1, \text{ 显然成立;}$$

综上, b 的取值范围是 $b \geq -2$.

27. (1) 解：补全图形如下：

(2) 证明：∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，

$$\therefore \angle B = 45^\circ .$$

∵ $DE \perp BC$ ，

$$\therefore \angle DEB = \angle DEC = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle BDE = 45^\circ .$$

$$\therefore DE = BE .$$

∵ EA 绕点 E 顺时针旋转 90° ，得到线段 EF ，

$$\therefore EA = EF, \angle AEF = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BED + \angle AED = \angle AEF + \angle AED = \angle FED .$$

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle DFE$ 中，

$$\begin{cases} BE = DE, \\ \angle AEB = \angle FED, \\ EA = EF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DFE .$$

$$\therefore FD = AB .$$

(3) $FG = \sqrt{2}CE$.

证明：∵ $\triangle BAE \cong \triangle DFE$ ，

$$\therefore \angle EDF = \angle B = 45^\circ .$$

$$\therefore \angle EGD = 45^\circ .$$

$$\therefore \angle EGD = \angle B .$$

$$\therefore BD = DG .$$

$$\therefore AB = FD ,$$

$$\therefore AB - BD = FD - DG .$$

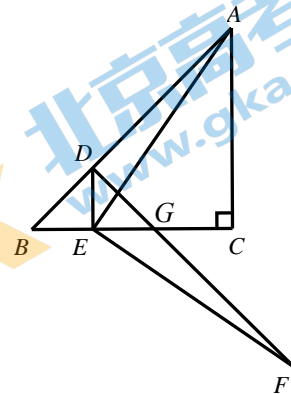
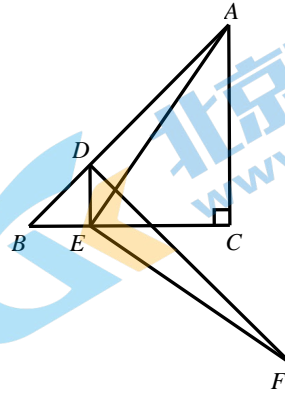
即 $AD = FG$.

在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2}BC$ ，

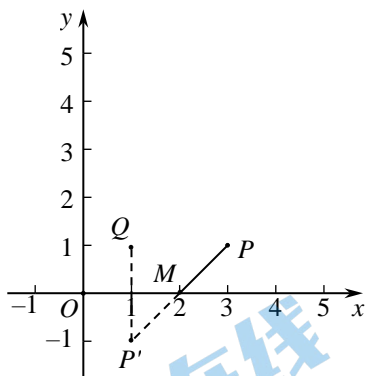
同理，在等腰直角 $\triangle BDE$ 中， $BD = \sqrt{2}BE$ ，

$$\therefore AD = AB - BD = \sqrt{2}BC - \sqrt{2}BE = \sqrt{2}(BC - BE) .$$

即 $FG = \sqrt{2}CE$.



28. (1) ① 点 Q 的位置如图所示:



点 $Q(1,1)$.

② PQ 的长度与 t 无关.

如图所示, 作出点 P' , Q ,

过点 P 和点 P' 向 x 轴作垂线, 垂足分别为 A , B , 连接 PQ .

由题意, $PM = P'M$.

易证 $\triangle PMA \cong \triangle P'MB$.

$\therefore PA = P'B = 1, AM = BM = 1$.

方法一: 可得 P' 的坐标为 $P'(t-1, -1)$,

\therefore 点 Q 与点 P' 关于 x 轴对称,

$\therefore Q(t-1, 1)$.

$\therefore PQ = (t+1) - (t-1) = 2$.

方法二: \therefore 点 Q 与点 P' 关于 x 轴对称,

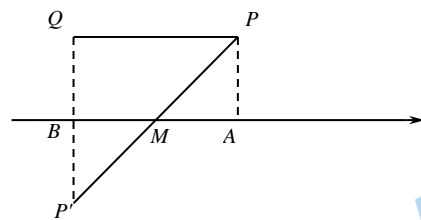
$\therefore QB = P'B$.

又 $\therefore PM = P'M$,

$\therefore BM$ 是 $\triangle P'QP$ 的中位线.

$\therefore PQ = 2BM = 2$.

(2) $\sqrt{22}-1$ 或 $\sqrt{22}+1$.



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

