

2023北京十四中初三12月月考

数 学

2023.12

数学试卷 总分 100 分 时间：120 分钟 2023 年12 月

考 生 须 知	1. 本试卷共 4 页，共三道大题，28 道小题。 2. 在答题卡上指定位置贴好条形码。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将答题卡按页码顺序排好交回。
------------------	---

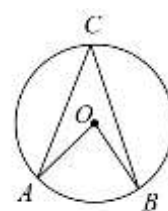
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）.

1. 抛物线 $y = (x - 3)^2 + 1$ 的顶点坐标是 ().

- A. (3,-1) B. (3,1) C. (-3,1) D. (-3,-1)

2. 如图，A, B, C 是 $\odot O$ 上的三个点，若 $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数为 ().

- A. 40° B. 60° C. 80° D. 140°



第 2 题图

3. 若点 $(0, a)$, $(4, b)$ 都在二次函数 $y = (x - 2)^2$ 的图象上，则 a 与 b 的大小关系是

().

- A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 无法确定

4. 方程 $x^2 - 3 = 0$ 的根的情况是 ().

- A. 无实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 只有一个实数根

5. 将 $y = x^2 - 6x + 5$ 用配方法化成 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式，下列结果中正确的是 ().

- A. $y = (x - 6)^2 + 5$ B. $y = (x + 3)^2 - 9$
C. $y = (x - 3)^2 + 5$ D. $y = (x - 3)^2 - 4$

6. 投掷一枚质地均匀的硬币 m 次，正面向上 n 次，下列表述最准确的是 ().

- A. $\frac{n}{m}$ 的值一定是 $\frac{1}{2}$ B. $\frac{n}{m}$ 的值一定不是 $\frac{1}{2}$
C. m 越大， $\frac{n}{m}$ 的值越接近 1 D. 随着 m 的增加， $\frac{n}{m}$ 的值在 $\frac{1}{2}$ 附近摆动，呈现出一定的稳定性

7. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上， AE 与对角线 BD 交于点 F . 若 $AB = 5$, $BE = 3$ ，则 $\frac{AF}{EF}$ 为

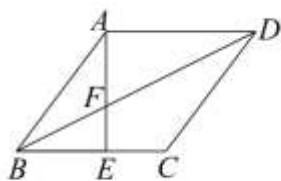
().

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

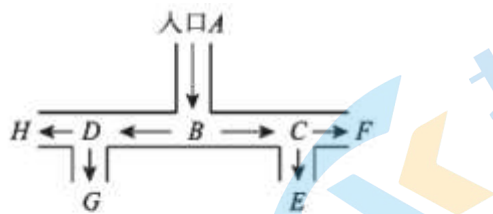
8. 遥控电动跑车竞速是青少年喜欢的活动.如图是某赛道的部分路线示意图，某赛车从入口 A 驶入，行至

每个岔路口选择前方两条线路的可能性相同，则该赛车从F口驶出的概率是（ ）。

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$



第7题图

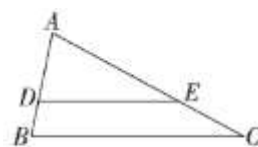


第8题图

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）。

9. 抛物线 $y = x^2 + 1$ 向下平移 2 个单位后的抛物线解析式为_____。

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在 AB, AC 上，且 $DE \parallel BC$ 。若 $AD=2$, $AB=3$, $DE=4$, 则 BC 的长为_____。

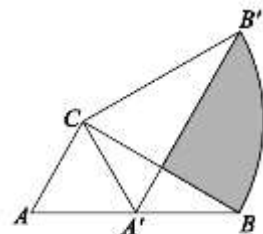


第10题图

11. 若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + a^2x - a = 0$ 有一个根是 $x=1$, 则 $a =$ _____。

12. 关于 x 的方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个根分别为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$ 的值为_____。

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = 2$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 α 角后得到 $\triangle A'B'C'$ ，当点 A 的对应点 A' 落在 AB 边上时，旋转角 α 的度数是_____度，阴影部分的面积为_____。



第13题图

14. 下列关于抛物线 $y = x^2 + bx - 2$ 。

- ① 抛物线的开口方向向下；
- ② 抛物线与 y 轴交点的坐标为 $(0, -2)$ ；
- ③ 当 $b > 0$ 时，抛物线的对称轴在 y 轴右侧；
- ④ 对于任意的实数 b , 抛物线与 x 轴总有两个公共点。

其中正确的说法是_____。（填写正确的序号）

15. 某电视机厂计划用两年的时间把某种型号的电视机的成本由 2000 元降低到 1280 元,若每年下降的百分数相同,设这个百分数为 x , 由题意可列方程_____。

16. 对于二次函数 $y = ax^2$ 和 $y = bx^2$ 。其自变量和函数值的两组对应值如下表：

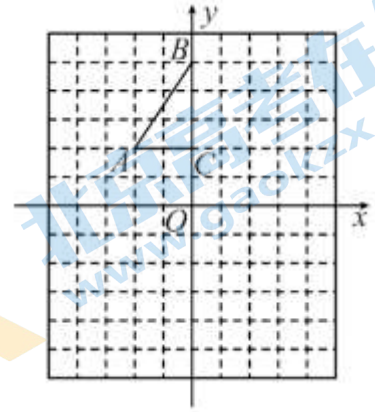
x	-1	$m (m \neq -1)$
$y = ax^2$	c	c
$y = bx^2$	$c+3$	d

根据二次函数图象的相关性质可知： $m =$ _____, $d - c =$ _____。

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题每小题 3 分共 6 分，第 18--22 题，每小题 5 分；第 23--26 题，每小题 6 分；第 27 题 7 分；第 28 题 6 分）。

17. 解方程：(1) $x(x-3) = 4$ (2) $3x^2 - 2x - 1 = 0$

18. 如图，方格纸中每个小正方形的边长都是 1 个单位长度， $Rt\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2,2), B(0,5), C(0,2)$



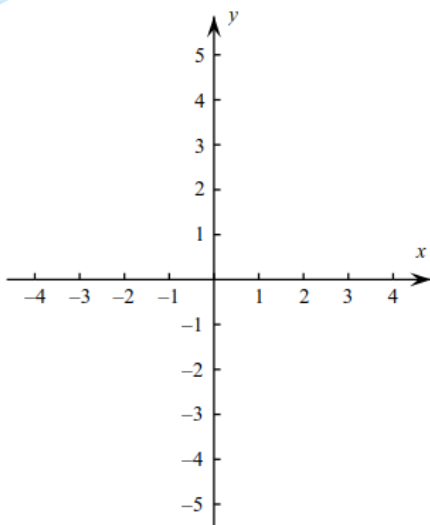
- (1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° 得到 $\triangle A_1B_1C$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C$ ；
- (2) 平移 $\triangle ABC$ ，使点 A 的对应点 A_2 的坐标为 $(-2,-6)$ ，请画出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- (3) 若将 $\triangle A_1B_1C$ 绕某一点旋转可得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请直接写出旋转中心的坐标。

19. 已知二次函数 $y = x^2 + 2x - 3$.

- (1) 把函数配成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式；
- (2) 求函数与 x 轴交点坐标；
- (3) 用五点法画函数图象；

x
y

- (4) 若 $y > 0$ ，则 x 的取值范围是_____。
- (5) 若 $-3 < x < 0$ ，则 y 的取值范围是_____。



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$.

- (1) 求证：不论 k 为何值，方程总有两个实数根；
- (2) 若方程有一个根小于1，求 k 的取值范围。

21. 下图是小宇设计的“作已知角的平分线”的尺规作图过程. 已知: \angle MON.

求作: 射线OP, 使得OP平分 \angle MON.

作法: 如图,

- ① 在射线OM上任取一点A, 以A为圆心, OA长为半径作圆, 交OA的延长线于B点;
- ② 以O为圆心, OB长为半径作弧, 交射线ON于C点;
- ③ 连接BC, 交 $\odot A$ 于P点, 作射线OP.

射线OP就是要求作的角平分线.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: \because OB是 $\odot A$ 直径, P点在 $\odot A$ 上,

$\therefore \angle OPB = 90^\circ$ (_____). (填依据)

$\therefore OP \perp BC$.

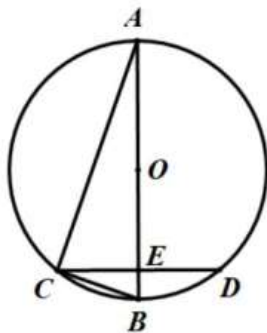
$\because OB = OC$,

$\therefore OP$ 平分 \angle MON (_____). (填依据)

22. 如图, 已知AB为 $\odot O$ 直径, CD是弦, 且 $AB \perp CD$ 于点E, 连接AC、BC.

(1) 求证: $\angle CAB = \angle BCD$;

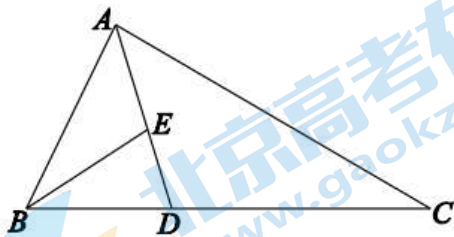
(2) 若 $BE = 1$, $CD = 6$, 求 $\odot O$ 的半径.



23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD平分 $\angle BAC$, E是AD上一点, 且 $BE = BD$.

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;

(2) 若 $BD = 1$, $CD = 2$, 求 $\frac{AE}{AD}$ 的值



24. 由于惯性的作用, 行使中的汽车在刹车后还要继续向前滑行一段距离才能停止, 这段距离称为“刹车距离”. 某公司设计了一款新型汽车, 现在对它的刹车性能(车速不超过 150km/h)进行测试, 测得数据

如下表：

车速 v (km/h)	0	30	60	90	120	150
刹车距离 s (m)	0	7.8	19.2	34.2	52.8	75

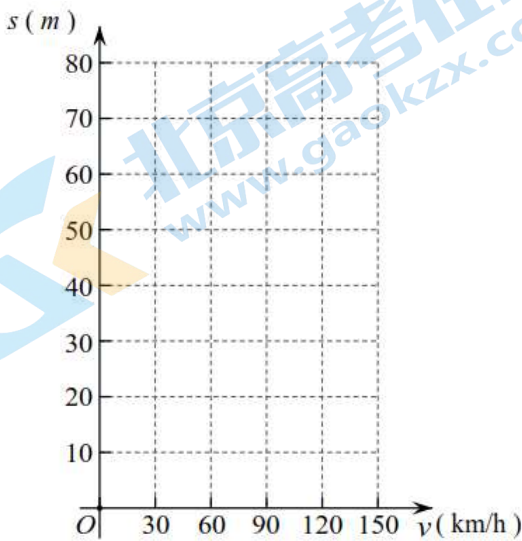
(1) 以车速 v 为横坐标，刹车距离 s 为纵坐标，在坐标系中描出表中各组数值所对应的点，并用平滑曲线连接这些点；

(2) 由图表中的信息可知：

①该型汽车车速越大，刹车距离越_____（填“大”或“小”）；

②若该型汽车某次测试的刹车距离为40 m，估计该车的速度约为_____ km/h；

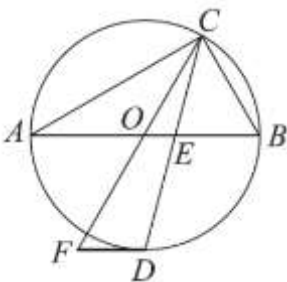
(3) 若该路段实际行车的最高限速为120 km/h，要求该型汽车的安全车距要大于最高限速时刹车距离的3倍，则安全车距应超过_____ m.



25. 如图，点C在以AB为直径的 $\odot O$ 上，CD平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点D，交AB于点E，过点D作 $DF \parallel AB$ 交CO的延长线于点F.

(1) 求证：直线DF是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\angle A = 30^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ，求DF的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = x^2 - 2tx + t^2 - t$.

(1) 求抛物线的顶点坐标（用含 t 的代数式表示）；

(2) 点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 在抛物线上，其中 $t-1 \leq x_1 \leq t+2$ ， $x_2 = 1-t$.

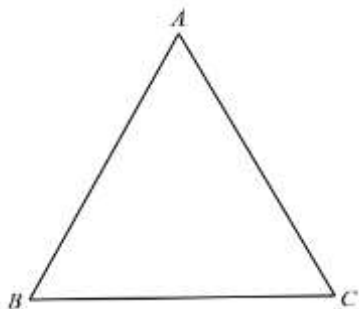
①若 y_1 的最小值是-2，求 y_1 的最大值；

②若对于 x_1, x_2 ，都有 $y_1 < y_2$ ，直接写出 t 的取值范围.

27. 如图, 等边 $\triangle ABC$, 将线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$), 得到线段 AD , 连接 BD 、 CD .

(1) 依题意补全图形, 并求 $\angle BDC$ 的度数.

(2) 取 BD 的中点 E , 连接 AE 并延长, 交 DC 的延长线于点 F , 用等式表示线段 AF , FC , CD 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $M(a, b)$, N . 对于点 P 给出如下定义: 将点 P 绕点 M 逆时针旋转 90° , 得到点 P' , 点 P' 关于点 N 的对称点为 Q , 称点 Q 为点 P 的“对应点”.

(1) 如图, 若点 M 在坐标原点, 点 $N(1, 1)$,

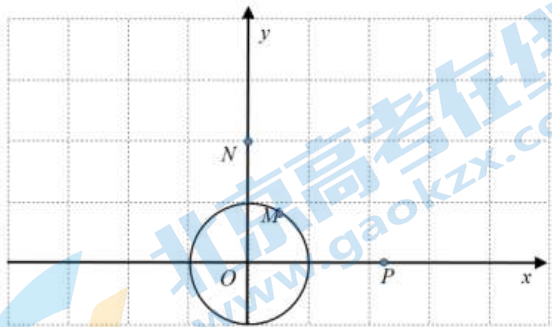
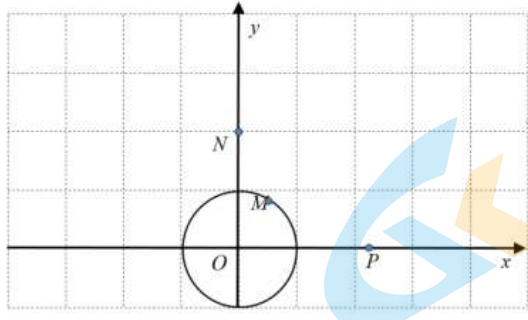
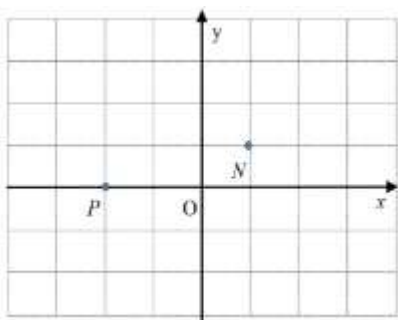
①点 $P(-2, 0)$ 的“对应点” Q 的坐标为_____;

②若点 P 的“对应点” Q 的坐标为 $(-1, 3)$, 则点 P 的坐标为_____;

(2) 如图, 已知 O 的半径为 1, M 是 O 上一点, 点 $N(0, 2)$, 若 $P(m, 0)$ ($m > 1$) 为 O 外一点, 点 Q 为点 P 的“对应点”, 连接 PQ .

①当点 $M(a, b)$ 在第一象限时, 求点 Q 的坐标 (用含 a, b, m 的式子表示).

②当点 M 在 O 上运动时, 直接写出 PQ 长的最大值与最小值的积为_____ (用含 m 的式子表示).



备用图