

初三年级数学

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

|      |                                                                                                                                                                                         |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 考生须知 | <p>1. 本试卷共 10 页，共 3 道大题，28 道小题；答题纸共 3 页。满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名、学号。</p> <p>3. 试卷答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题须用 2B 铅笔将选中项涂黑涂满，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

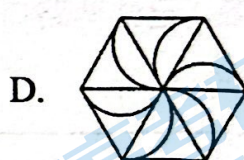
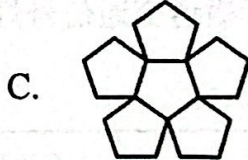
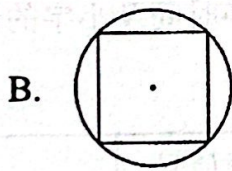
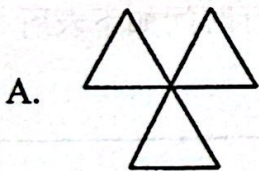
一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 2023年2月28日，国家统计局发布的《中华人民共和国2022年国民经济和社会发展统计公报》中报道：2022年全年研究与试验发展（R&D）经费支出30870亿元，比上年增长10.4%，将数字30870用科学记数法表示应为

( )

A.  $30.87 \times 10^3$  B.  $3.087 \times 10^5$  C.  $0.3087 \times 10^5$  D.  $3.087 \times 10^4$

2. 下列图形中，既是轴对称图形也是中心对称图形的是 ( )



3. 方程组  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$  的解是 ( )

A.  $\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

4.  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是 ( )



A.  $a > -1$  B.  $|a| < |b|$  C.  $-1 < a + b < 0$  D.  $ab > 0$



5. 不透明的袋子中装有 2 个红球和 3 个黄球, 这五个球除颜色外完全相同. 摇匀后, 随机从中摸出一个小球不放回, 再随机摸出一个小球, 则两次摸出小球均为黄球的概率是 ( )

A.  $\frac{3}{10}$

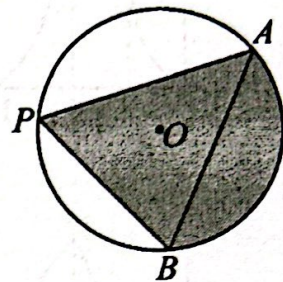
B.  $\frac{1}{10}$

C.  $\frac{4}{25}$

D.  $\frac{9}{25}$

6. 如图, 点  $P$  是圆形舞台上的一点, 舞台的圆心为  $O$ , 在  $P$  点安装的一台某种型号的灯光装置, 其照亮的区域如图中阴影所示, 该装置可以绕着  $P$  点转动, 转动过程中, 边界的两条光线分别与圆交于  $A, B$  两点, 并且夹角保持不变, 该装置转动的过程中, 以下结论正确的是

( )



A. 点  $P$  到弦  $AB$  所在直线的距离存在最大值

B. 弦  $AB$  的大小改变

C. 弦  $PA$  与  $PB$  的长度之和不变

D. 图中阴影部分的面积不变

7. 教练将某射击运动员 50 次的射击成绩录入电脑, 计算得到这 50 个数据的平均数是 7.5, 方差是 1.64. 后来教练核查时发现其中有 2 个数据录入有误, 一个错录为 9 环, 实际成绩应是 6 环; 另一个错录为 7 环, 实际成绩应是 10 环. 教练将错录的 2 个数据进行了更正, 更正后实际成绩的平均数是  $\bar{x}$ , 方差是  $s^2$ , 则 ( )

A.  $\bar{x} > 7.5, s^2 = 1.64$

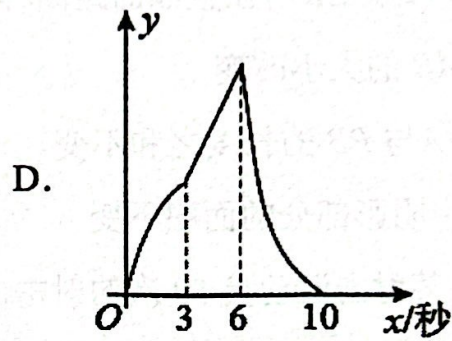
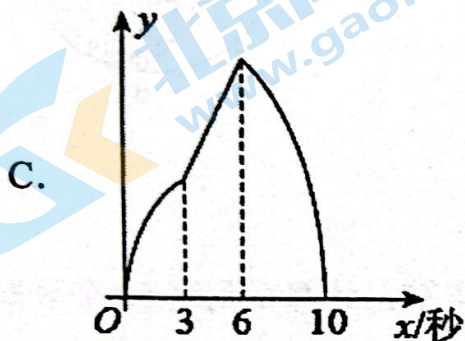
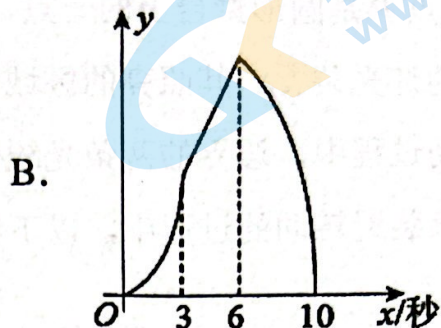
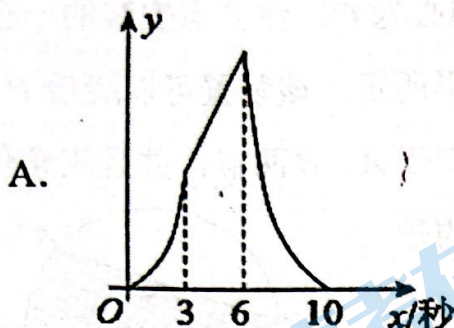
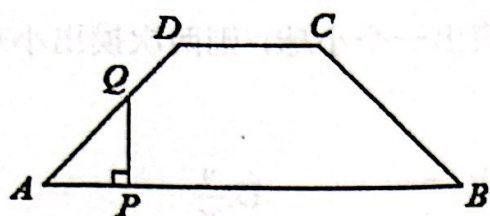
B.  $\bar{x} = 7.5, s^2 < 1.64$

C.  $\bar{x} = 7.5, s^2 > 1.64$

D.  $\bar{x} < 7.5, s^2 = 1.64$

8. 如图, 四边形  $ABCD$  中, 已知  $AB \parallel CD$ ,  $AB$  与  $CD$  之间的距离为 4,  $AD=5$ ,  $CD=3$ ,  $\angle ABC=45^\circ$ , 点  $P, Q$  同时由  $A$  点出发, 分别沿边  $AB$ , 折线  $ADCB$  向终点  $B$  方向移动, 在移动过程中始终保持  $PQ \perp AB$ , 已知点  $P$  的移动速度为每秒 1 个单位长度, 设点  $P$  的移动时间为  $x$  秒,  $\triangle APQ$  的面积为  $y$ , 则能反映  $y$  与  $x$  之间函数关系的图象是 ( )





## 二、填空题（共 8 小题，每题 2 分，共 16 分）

9. 若代数式  $\frac{\sqrt{5-x}}{x+3}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

10. 分解因式:  $-8xy + 16y + x^2y =$  \_\_\_\_\_.

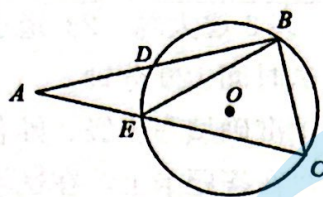
11. 分式方程  $\frac{3}{x+2} = \frac{2}{1-x}$  的解为 \_\_\_\_\_.

12. 命题“若  $a > 0$ , 则  $a > \frac{1}{a}$ ”是假命题, 请写出一个满足条件的  $a$  的值,  $a =$  \_\_\_\_\_.

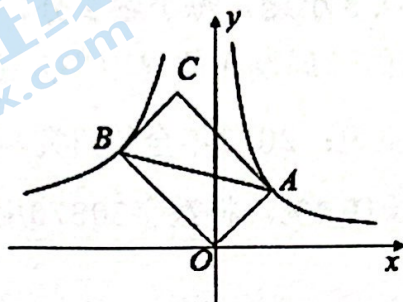
13. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(k+3)x^2 - 2x + 5 = 0$  有两个实数根, 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



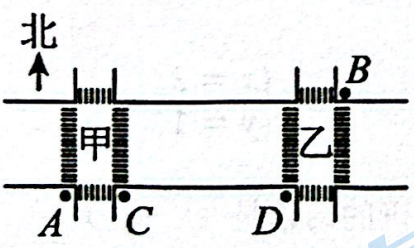
14. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $\angle A=32^\circ$ , 点  $B$ 、 $C$  在  $\odot O$  上, 边  $AB$ 、 $AC$  分别交  $\odot O$  于  $D$ 、 $E$  两点, 点  $B$  是  $\widehat{CD}$  的中点, 则  $\angle ABE=$ \_\_\_\_\_.



15. 如图, 在矩形  $AOBC$  中, 点  $O$  是坐标原点, 点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上, 点  $B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上,  $\sin \angle CAB = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.



16. 如图, 在甲, 乙两个十字路口各方向均设有人行横道和交通信号灯, 小宇在甲路口西南角的  $A$  处, 需要步行到位于乙路口东北角  $B$  处附近的餐馆用餐, 已知两路口人行横道交通信号灯的切换时间及小宇的步行时间如下表所示:

|  | 人行横道交通信号灯的切换时间 |       | 小宇的步行时间             |        |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-------|---------------------|--------|
|                                                                                     | 甲路口            | 每1min | 沿人行横道穿过任一条马路        | 0.5min |
|                                                                                     | 乙路口            | 每2min | 在甲、乙两路口之间 ( $CD$ 段) | 5min   |

假定人行横道的交通信号灯只有红、绿两种, 且在任意时刻, 同一十字路口



东西向和南北向的交通信号灯颜色不同，行人步行转弯的时间可以忽略不计，若小宇在A处时，甲、乙两路口人行横道东西向的交通信号灯均恰好转为红灯，小宇从A处到达B处所用的最短时间为\_\_\_\_\_min.

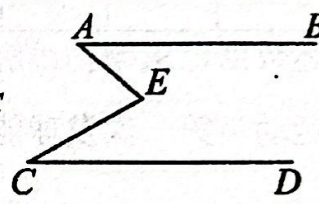
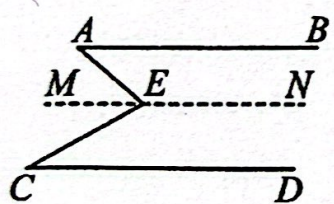
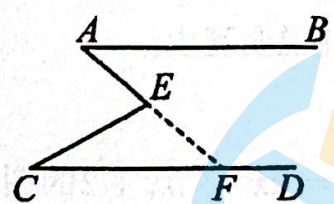
三、解答题（共68分，第17-21题，每题5分，第22题6分，第23题5分，第24-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $6\cos 45^\circ - \sqrt[3]{8} + |\sqrt{2} - 5| - (\pi - 2)^0$ .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 2x - 1 < \frac{x+1}{2} \text{ ①} \\ -3x + 1 \leq 5 \text{ ②} \end{cases}$ ，并写出它的所有整数解.

19. 已知  $2x^2 - x - 2 = 0$ ，求代数式  $(2x - 1)^2 - 2(1 - x)$  的值.

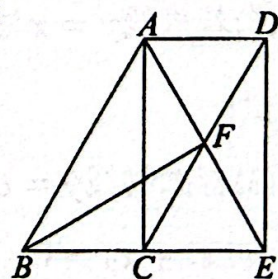
20. 下面是解答一道几何题时两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明.

|                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>已知：如图，<math>AB \parallel CD</math>. 求证：<math>\angle AEC = \angle A + \angle C</math></p>  |                                                                                                                           |
| <p>方法一</p> <p>证明：如图，过点E作 <math>MN \parallel AB</math></p>                                     | <p>方法二</p> <p>证明：如图，延长AE，交CD于点F.</p>  |

21. 如图，在平行四边形ABCD中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，过点D作  $DE \perp BC$  交BC的延长线于点E，连接AE交CD于点F.

(1) 求证：四边形ACED是矩形；

(2) 连接BF，若  $\angle ABC = 60^\circ$ ， $CE = 3$ ，求BF的长.





22. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 直线 $y = x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 $P(2, m)$ 和点 $Q$ .

(1)求 $m$ 的值及点 $Q$ 的坐标;

(2)已知点 $N(0, n)$ , 过点 $N$ 作平行于 $x$ 轴的直线交直线 $y = x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 分别为点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ . 当 $x_1 > x_2$ 时, 直接写出 $n$ 的取值范围.

23. 第二十四届冬季奥林匹克运动会于2022年2月4日至2月20日在北京举行, 北京成为历史上第一座既举办夏奥会又举办冬奥会的城市. 北京冬奥会的成功兴办掀起了全民“冬奥热”, 某校九年级举行了两次“冬奥知识”竞赛. 该校九年级共有学生480人参加了竞赛, 从中随机抽取30名学生的两次竞赛成绩, 满分50分, 最低分45分. 小明对两次数据(成绩)进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

a. 小明在统计第二次竞赛成绩各分数段人数时, 不小心污染了统计表:

|           |    |                                                                                     |    |      |    |      |    |      |    |      |    |
|-----------|----|-------------------------------------------------------------------------------------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|
| 成绩<br>(分) | 45 | 45.5                                                                                | 46 | 46.5 | 47 | 47.5 | 48 | 48.5 | 49 | 49.5 | 50 |
| 人数<br>(人) | 2  |  |    | 1    | 0  | 2    | 1  | 1    | 1  | 4    | 14 |

注: 成绩只能为0.5的整数倍.

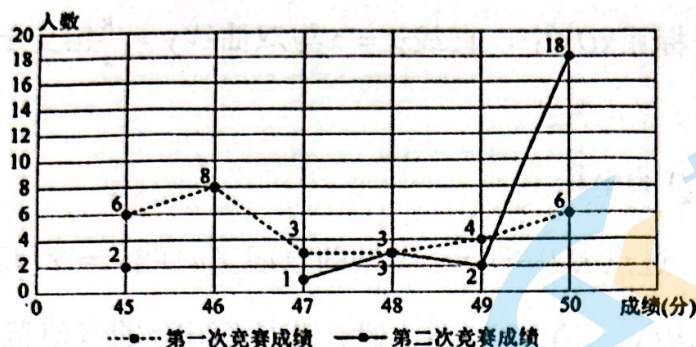
b. 将竞赛成绩按四舍五入取整后, 得出的频数分布折线图如下(数据分组:

$x = 45$ ,  $45 < x \leq 46$ ,  $46 < x \leq 47$ ,  $47 < x \leq 48$ ,  $48 < x \leq 49$ ,

$49 < x \leq 50$ )

某校抽取30名学生的两次“冬奥知识”竞赛成绩折线统计图





c. 两次竞赛成绩的平均数、中位数如下:

|     | 平均数   | 中位数   |
|-----|-------|-------|
| 第一次 | 46.75 | 46.75 |
| 第二次 | 48.50 | $m$   |

根据以上信息, 回答下列问题:

(1)请补全折线统计图, 并标明数据;

(2)请完善c中的统计表,  $m$ 的值是\_\_\_\_\_.

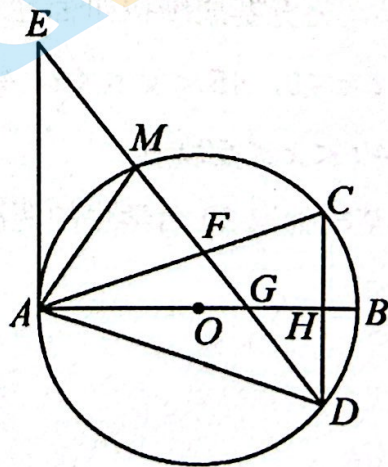
(3)若成绩为46.5分及以上为优秀, 根据以上信息估计, 第二次竞赛九年级约有\_\_\_\_\_名学生成绩达到优秀;

(4)通过观察、分析, 小明得出这样的结论“在抽取30名学生的第一次竞赛成绩中, 众数一定出现在 $45 < x \leq 46$ 这一组”. 请你判断小明的说法\_\_\_\_\_. (填“正确”或“错误”), 你的理由是\_\_\_\_\_.

24. 如图,  $AB$ 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 $H$ , 连接 $AC$ 、 $AD$ , 过点 $A$ 作 $\odot O$ 的切线与 $\angle ADC$ 的平分线相交于点 $E$ ,  $DE$ 交 $AC$ 于点 $F$ , 交 $AB$ 于点 $G$ , 交 $\odot O$ 于点 $M$ , 连接 $AM$ .

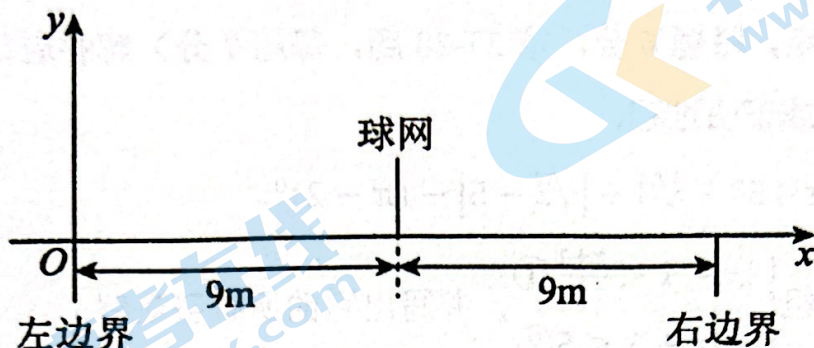
(1)求证:  $AC = AD$ ;

(2)若 $\tan \angle AMD = 2\sqrt{2}$ ,  $CD = 4$ , 求 $AF$ 长.





25. 排球场的长度为18m，球网在场地中央且高度为2.24m，排球出手后的运动路线可以看作是抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系，排球运动过程中的竖直高度 $y$ (单位: m)与水平距离 $x$ (单位: m)近似满足函数关系  $y = a(x - h)^2 + k (a < 0)$ .



(1) 某运动员第一次发球时，测得水平距离 $x$ 与竖直高度 $y$ 的几组数据如下：

|            |      |      |     |      |      |      |
|------------|------|------|-----|------|------|------|
| 水平距离 $x/m$ | 0    | 2    | 4   | 6    | 11   | 12   |
| 竖直高度 $y/m$ | 2.38 | 2.62 | 2.7 | 2.62 | 1.72 | 1.42 |

①根据上述数据，求抛物线解析式；

②判断该运动员第一次发球能否过网\_\_\_\_\_ (填“能”或“不能”), 并说明理由.

(2) 该运动员第二次发球时，排球运动过程中的竖直高度 $y$ (单位: m)与水平距离 $x$ (单位: m)近似满足函数关系  $y = -0.02(x - 5)^2 + 2.88$ , 请问该运动员此次发球是否出界，并说明理由.

26. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + 2$  的图像经过点  $A(2, 2)$ .

(1) 用含 $a$ 的代数式表示  $b =$ \_\_\_\_\_;

(2) 若直线  $y = x$  与抛物线  $y = ax^2 + bx + 2$  相交所得的线段长为  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 求 $a$ 的值;

(3) 若抛物线  $y = ax^2 + bx + 2$  与 $x$ 轴交于  $M(x_1, 0)$  和  $N(x_2, 0)$  两点 ( $x_1 < x_2$ ), 且  $2x_1 + x_2 > 0$ , 直接写出 $a$ 的取值范围.



27. 如图 1, 在正方形  $ABCD$  中,  $BD$  是对角线, 将线段  $AB$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 得到线段  $AE$ , 点  $E$  关于直线  $BD$  的对称点是点  $F$ , 射线  $BF$  交线段  $AD$  于点  $G$ , 连接  $BE$ ,  $GE$ .

(1) 当  $\alpha = 30^\circ$  时,

① 依题意补全图 1;

② 求  $\angle FBA$  的度数.

(2) 直接写出  $\angle BEG$  的大小, 并证明.

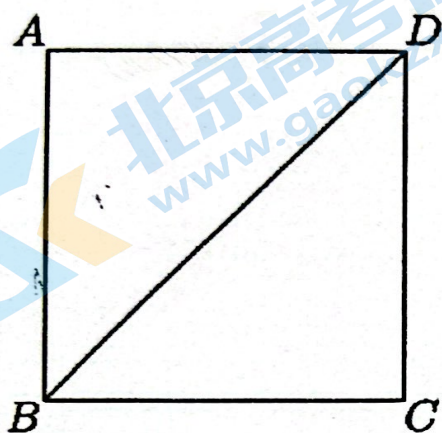
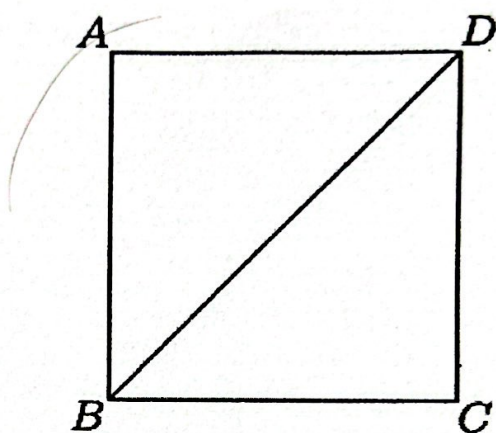


图 1



备用图



28.  $A, B$  是圆上的两个点, 点  $P$  在  $\odot C$  的内部. 若  $\angle APB$  为直角, 则称  $\angle APB$  为  $AB$  关于  $\odot C$  的内直角, 特别地, 当圆心  $C$  在  $\angle APB$  边 (含顶点) 上时, 称  $\angle APB$  为  $AB$  关于  $\odot C$  的最佳内直角. 如图1,  $\angle AMB$  是  $AB$  关于  $\odot C$  的内直角,  $\angle ANB$  是  $AB$  关于  $\odot C$  的最佳内直角. 在平面直角坐标系  $xOy$  中.

(1) 如图2,  $\odot O$  的半径为5,  $A(0, -5), B(4, 3)$  是  $\odot O$  上两点.

① 已知  $P_1(1, 0), P_2(-2, 1), P_3(0, 3)$ , 在  $\angle AP_1B, \angle AP_2B, \angle AP_3B$  中, 是  $AB$  关于  $\odot O$  的内直角的是\_\_\_\_\_;

② 若直线  $y = 2x + b$  上存在一点  $P$ , 使得  $\angle APB$  是  $AB$  关于  $\odot O$  的内直角, 求  $b$  的取值范围.

(2) 点  $E$  是以  $T(t, 0)$  圆心, 4 为半径的圆上一个动点,  $\odot T$  与  $x$  轴交于点  $D$  (点  $D$  在点  $T$  的右边). 现有点  $M(1, 0), N(0, n)$ , 对于线段  $MN$  上每一点  $H$ , 都存在点  $T$ , 使  $\angle DHE$  是  $DE$  关于  $\odot T$  的最佳内直角, 请直接写出  $n$  的最大值, 以及  $n$  取得最大值时  $t$  的取值范围.

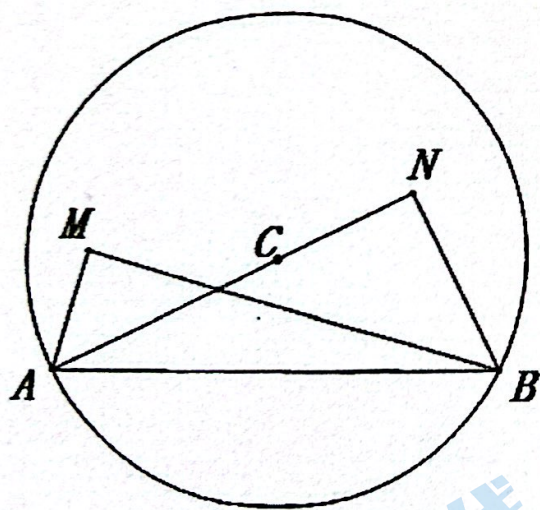


图1

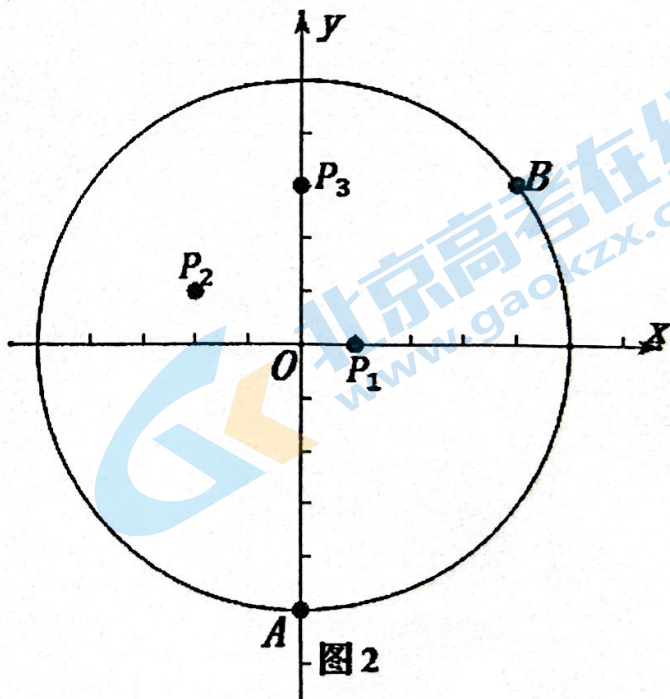


图2



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！



微信搜一搜



京考一点通