

2019 北京理工附中高一（上）期中

数 学

出题人 万东 巫宇震，审题人：温立静，审核人 李文学，考试时间 90 分钟

一. 选择题：（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求.）

1. 已知集合 $A = \{x|x > -1\}$ ，集合 $B = \{x|x < 2\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(-1, 2)$ D. \emptyset

2. 命题“ $\forall x > 0, x^2 + 2x - 3 > 0$ ”的否定是 ()

- A. $\exists x > 0, x^2 + 2x - 3 \leq 0$ B. $\forall x > 0, x^2 + 2x - 3 \leq 0$
 C. $\exists x < 0, x^2 + 2x - 3 \leq 0$ D. $\forall x < 0, x^2 + 2x - 3 \leq 0$

3. 已知 $a > b > 0$ ，下列不等式中正确的是 ()

- A. $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ B. $\frac{1}{a-1} < \frac{1}{b-1}$ C. $-a^2 > -ab$ D. $ab > b^2$

4. “ $(x-1)(x-3) > 0$ ”是“ $x < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3-x^2}}{x}$ 的图象关于 ()

- A. x 轴对称 B. y 轴对称 C. 原点对称 D. 直线 $y = x$ 对称

6. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的图像是连续不断的，且其中的四组对应值下表，那么下列区间中函数 $f(x)$ 不一定存在零点的是 ()

x	1	2	3	4
$f(x)$	3	-2	1	2

- A. $(1, 2)$ B. $[1, 3]$ C. $[2, 4)$ D. $(3, 4)$

7. 已知 $m < -2$ ，点 $(m-1, y_1)$ ， (m, y_2) ， $(m+1, y_3)$ 都在二次函数 $y = -x^2 - 2x$ 的图象上，则 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_3 < y_1 < y_2$

8. 对 $a, b \in R$ ，记 $\min\{a, b\} = \begin{cases} b, & a \geq b \\ a, & b > a \end{cases}$ ，则函数 $f(x) = \min\{|x+1|, -x^2 + 2x + \frac{19}{4}\}$ ()

- A. 有最大值 $\frac{7}{2}$ ，无最小值 B. 有最大值 $\frac{23}{4}$ ，无最小值

- C. 有最小值 $\frac{7}{2}$, 无最大值 D. 有最小值 $\frac{23}{4}$, 无最大值

第 II 卷 (非选择题 共 68 分)

二. 填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x}$ 的定义域是 _____.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 8x, & x > 1 \end{cases}$, 且 $f(x) = 4$, 则 $x =$ _____.

11. 《九章算术》第八章“方程”问题: 今有牛五, 羊二, 直金十两; 牛二, 羊五, 直金八两. 问牛、羊各直金几何? 牛直_____金, 羊直 _____金.

12. 已知函数 $f(x) = 2(m+1)x^2 + 4mx + 2m - 1$ 有两个零点, 则实数 m 的取值范围是_____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x, & x \geq 3 \\ -x^2 + 6x, & x < 3 \end{cases}$ 则不等式 $f(x^2 - 2x) < f(3x - 4)$ 的解集是_____.

14. 已知函数是定义域为 R 上的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则
 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$ _____.

三. 解答题: (本大题共 4 个小题, 共 44 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. 已知集合 $A = \{x | -3 < x < 2\}$, $B = \{x | 0 \leq x < 5\}$, $C = \{x | x < m\}$, 全集为 R .

(1) 求 $A \cap (C_R B)$;

(2) 若 $(A \cup B) \subseteq C$, 求实数 m 的取值范围.

16. (1) 已知 $x \geq 1$, 比较 $x^3 - 1$ 与 $2x^2 - 2x$ 的大小, 并证明;

(2) 已知 $x > 0$, 求函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x}$ 的最小值.

17. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 的图像经过点 $A(1, 1)$, $B(2, -1)$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式并判断函数的奇偶性;
- (2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性并证明.



18. 定义域在 R 的单调函数 $f(x)$ 满足, 对任意的 $m, n \in R$ 有 $f(m+n) = f(m)f(n)$, 且当 $x > 0$ 时,

有 $0 < f(x) < 1$, $f(4) = \frac{1}{16}$.

- (1) 求 $f(0)$;
- (2) 证明: $f(x)$ 在 R 上是减函数;
- (3) 若 $x > 0$ 时, 不等式 $f(x)f(ax) > \frac{1}{4}f(x^2)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

